

## POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Název:** Ultrafilters and their monads

**Autor:** Josef Hladil

### SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Pojem ultrafiltru je obvykle studován na množinách nebo Booleových algebrách. V práci je rozšířen na další struktury, zejména uspořádané množiny a neorientované grafy. Je ukázáno, že relace určující studované struktury lze přenést na množinu ultrafiltrů a definovat tak endofunktory odpovídajících kategorií. V poslední kapitole je ukázáno, že tyto endofunktory jsou monadické a jsou studovány vlastnosti příslušných monád.

### CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

**Téma práce.** Zvolené téma je náročné svojí abstraktností a přesahem do několika matematických disciplín (teorie množin, teorie kategorií, topologie). Bylo by možné zadat jej i jako téma diplomové nebo i doktorské práce. Úroveň práce by pak nebyla určena formulací tématu, ale hloubkou zpracování a rozsahem vlastního příspěvku.

**Vlastní příspěvek.** Práce obsahuje originální výsledky autora v míře, která není pro bakalářskou práci obvyklá a odpovídala by spíše práci diplomové. Jedná se zejména o popis ultrafiltrů na uspořádaných množinách, grafech a o studium ultrafiltrových monád v kategoriích těchto struktur.

**Matematická úroveň.** Matematická úroveň práce je vynikající. U čtvrté kapitoly by bylo vhodné přidat motivaci a vysvětlit případné aplikace dosažených výsledků.

**Práce se zdroji.** Zdroje jsou v dostatečné míře citovány.

**Formální úprava.** Po formální stránce je práce v pořádku. Vyzdvihl bych dobrou jazykovou úroveň.

### PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Úvahy v kapitole 1.2 lze zjednodušit. Všimněme si, že pro  $w \in V$  takové, že  $v = \mathcal{E}_w$  platí

$$\int_V f dv = \sum_{i=1}^n v(\varepsilon^i \circ f) e_i = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_w(\varepsilon^i \circ f) e_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon^i(f(w)) e_i = f(w),$$

tedy  $\int_V f d\mathcal{E}_w = f(w)$ . Z této rovnosti ihned plyne, že  $g(\int_V f_V dv) = \int_V (g \circ f) dv$ , a že je definice  $\int_V f dv$  nezávislá na volbě báze.

2. Jak jsem zmínil výše, v případě čtvrté kapitoly by bylo vhodné motivovat dosažené výsledky a zmínit jejich případná použití. Mohl byste se o to během obhajoby pokusit?

### ZÁVĚR

Práci považuji za vynikající a rozhodně ji doporučuji uznat jako bakalářskou práci.

*Návrh klasifikace vedoucí/oponent sdělí předsedovi zkušební (sub)komise.*

Pavel Růžička  
Katedra Algebry MFF UK  
31. 5. 2022