

Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy

- posudek vedoucího posudek oponenta
 bakalářské práce diplomové práce

Autor: Bc. Jan Štřeleček

Název práce: Geometrický přístup k externě vedeným kvantovým systémům
Geometric approach to externally driven quantum systems

Studijní program a obor: Teoretická fyzika

Rok odevzdání: 2022

Jméno a tituly oponenta: RNDr. Jiří Novotný, CSc.

Pracoviště: ÚČJF MFF UK

Kontaktní e-mail: novotny@ipnp.troja.mff.cuni.cz

Odborná úroveň práce:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Věcné chyby:

- téměř žádné vzhledem k rozsahu přiměřený počet méně podstatné četné závažné

Výsledky:

- originální původní i převzaté netriviální kompilace citované z literatury opsané

Rozsah práce:

- veliký standardní dostatečný nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Tiskové chyby:

- téměř žádné vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet četné

Celková úroveň práce:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky oponenta:

Předkládaná diplomová práce sestává ze dvou částí. První je rešeršního charakteru a jejím cílem mělo být uvedení čtenáře do problematiky aplikací metod diferenciální geometrie na externě vedené vázané kvantové systémy. V její úvodní části autor stručně rekapituluje základní pojmy, uvádí definici křivky na varietě, tečného vektoru ke křivce, tečného a kotečného prostoru, metrického tensoru, kovariantní derivace a paralelního přenosu. Již v této úvodní podkapitole se objevují nepřesnosti ve značení (formule (1.3)), nepřiliš důsledná terminologie (místo pojmu Riemannova varieta se užívá pojem metrický prostor) a chybné formule (viz. (1.5), (1.6)). Následující podkapitola je věnována definici fibrovaného prostoru, bohužel i zde se autor nevyvaroval překlepu v definici lokální trivializace. Následuje několik definic a méně známých teorémů týkajících se Riemannových variet, bohužel bez vysvětlujícího komentáře (není např. jasné, proč se v tomto kontextu zmiňuje Non-Crossing Theorem, ten je zde nadto zmatečně formulovaný). Následující kapitola se zabývá kvantovou geometrií, t.j. formulací kvantové mechaniky externě vedených vázaných kvantových systémů pomocí diferenciální geometrie. Definuje se projektivní Hilbertův prostor, varieta stavů, dynamická a Berryho fáze, fidelita, metrický a geometrický tensor. Ani v této kapitole se bohužel autor nevyvaroval častých nepřesností, překlepů či zavádějících tvrzení. Např. projektivní Hilbertův prostor není $H/U(1)$, ale H/C^* , (v dodatku A.1 je to ale již správně), řez (section) je zobrazení z baze do fibrovaného prostoru a ne naopak (za formulí (2.4)), varieta \mathcal{M}_s není vektorový prostor, jak se tvrdí za formulí (2.6), formule (2.7) obsahuje překlep (na pravé straně by mělo být správně $s(\lambda(0))$ místo $s(\lambda(t))$, přitom na levé straně označení přeneseného stavu jako $s(\lambda(t))$ je nekonzistentní), nadto se nejedná o řešení Schroedingerovy rovnice, ale o jeho adiabatickou aproximaci, což není zmíněno (byť se to implicitně používá při odvození formule pro Berryho fázi, formule (2.9)-(2.12)), Stokesův teorém platí nejen ve třech dimenzích (formule (2,14)), veličina definovaná formulí (2.26) není kalibračně invariantní (patrně vypadla absolutní hodnota), Berryho křivost (2.39) není rovna geometrickému tensoru, ale jeho imaginární části. Další kapitola diskutuje různé typy vedení kvantových systémů. Je formulován adiabatický teorém (zde je nedopatřením místo časové Schroedingerovy rovnice uvedena bezčasová), diskutováno counter-diabatické vedení, definován kvantový kalibrační potenciál - zde je chybně uvedeno, že fakt, že kalibrační potenciál představuje čistou kalibraci, implikuje již nulovou Berryho křivost; v diskusi za (3.25) se také nesprávně argumentuje na základě chybného ztotožnění Berryho křivosti a geometrického tensoru. Dále se diskutuje role geodetik na stavové varietě jakožto křivek minimalizujících současně vzdálenost a varianci energie. Zde uváděný Teorém 8 je ve skutečnosti domněnka, v originálním článku [18] není dokázán, pouze motivován, proto je zavádějící tyto motivace vydávat za důkaz (str. 29). Dále je krátce diskutován transport s užitím quenchingu (zde ve formulí (3.37) nemá být patrně dvojný integrál, ale jednoduchý integrál přes parametr křivky, a v poslední nečíslované formulí podkapitoly 3.2.3 patrně má být místo $o(\lambda+\delta\lambda)$ správně $o(\lambda)$). V poslední podkapitole se krátce zmiňuje adiabatická poruchová teorie.

První část práce působí tedy poněkud rozporuplně: na jedné straně se autor snažil zpracovat a jednotným způsobem uspořádat značné množství netriviálních a v literatuře rozptýlených poznatků a konceptů, což hodnotím kladně, na druhé straně ale celkový dojem poněkud kazí nedůslednosti, nepřesnosti, zjevné překlapy ale i zavádějící tvrzení, nutící čtenáře obracet se často pro vysvětlení těchto nesrovnalostí k originální literatuře.

Druhá část práce je věnována původním autorovým výsledkům. Nejprve je diskutován jednoduchý dvouhladinový systém, na němž jsou ilustrovány obecné vlastnosti externě vedených kvantových systémů. Je uvedena definice modelu, diskutován časový vývoj a jeho korespondence s klasickým tlumeným harmonickým oscilátorem s časově proměnnými parametry, presentována souvislost variance energie a fidelity. Následně se uvažují dva speciální typy vedení a pro ně je spočtena (in)fidelita a variance energie jako funkce času a jako funkce frekvence (t.j. konečného času). V prvním případě se jedná o geodetický transport, který je jednoduše analyticky řešitelný. Bohužel, presentované odvození řešení obsahuje chybu (formule (4.28) a (4.29)), překvapivě však výsledná formule pro fidelitu vychází správně (byť by bylo možné ji ještě zjednodušit). Výsledky analýzy tohoto modelu jsou pak graficky presentovány, je porovnáno přesné a numerické řešení (zde by občas bylo dobré uvést číselné hodnoty volného parametru v popisu obrázků nebo v textu). Pro stejný systém se pak uvažuje lineární vedení, které je analyzováno numericky. Je spočtena a kvalitativně diskutována závislost infidelity na čase. Zde se občas trochu nedůsledně zaměňují pojmy fidelita a infidelita, také je nesouhlas mezi formulami (4.42) a (4.4) (v poslední formuli jsou chybně prohozeny komponenty), v diskusi jsou pak na jednom místě prohozeny komponenty $a(t)$ a $b(t)$ (na začátku transportu dominuje $a(t)$, nikoliv $b(t)$). Dále je spočtena finální infidelita a vystředovaná finální infidelita jako funkce konečného času a diskutován výsledný průběh sestávající ze dvou režimů, které, jak autor ukazuje, lze vysvětlit pomocí Landauovy-Zenerovy formule a užitím adiabatické poruchové teorie. Dále je spočtena variance energie. Následuje analýza Lipkinova-Meshkovova-Glickova modelu. Zde je pro $N=2,5$ numericky spočten metrický tensor pro varietu základního stavu a identifikovány jeho singularity (a singularity Christoffelových symbolů a Ricciho skaláru) související s degenerací spektra Hamiltoniánu. Jsou spočteny geodetiky a diskutovány jejich vlastnosti. Dále jsou studovány vlastnosti spektra v závislosti na N , jsou numericky spočteny body degenerace mezi základním stavem a první excitovanou hladinou a uhodnuta obecná poloha těchto singularit pro obecné N , následně numericky testována pro vysoká N . Poloha singularit, linií velkých hodnot determinantu metrického tensoru a tzv. minimální linie je pak porovnávána s klasickou limitou. Nakonec je zkomán transport pomocí quenchingu, je numericky ilustrováno, že přechod přes minimální linii vede na podstatný pokles fidelity. Dále je zkoumána závislost fidelity při transportu po geodetice v závislosti na periodě quenchingu.

Druhá část práce přináší netriviální a zajímavé výsledky, svědčí o autorově schopnosti provádět složité numerické výpočty a interpretovat výsledky. Dobrý dojem ale kazí výše zmíněné překlapy či drobné chyby v jejich presentaci. Občas bych také ocenil podrobnější popisy k obrázkům, někdy zde chybí uvedení numerických hodnot volných parametrů (jako např. s v obr. 4.2 - 4.4 nebo N v obr. 5.17, 5.18).

Celkový dojem z práce je nejednoznačný - na jedné straně kvalitní originální výsledky, na druhé straně ale málo pečlivá presentace, množství drobných faktických chyb, překlepů a zavádějících tvrzení. Domnívám se však, že klady práce převyšují její nedostatky a proto navrhuji práci uzнат jako práci diplomovou a hodnotit známkou velmi dobře.

Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:

V diskusi dvouhladinového modelu mimo jiné diskutujete vedení po geodetice, ale nediskutujete geometrii variety základního stavu, neuvádíte metrický tensor ani nedokazujete, že zvolená trajektorie je skutečně geodetika. Bylo by možné tyto informace doplnit?

Práci doporučuji nedoporučuji

uznat jako diplomovou/bakalářskou.

Navrhuji hodnocení stupněm: výborně velmi dobře dobře neprospěl/a

Místo, datum a podpis oponenta: V Praze 25.5.2022


J. Novotný