Posudek školitele na disertační práci Mgr. Petra Lukáše

Numerical Solution of Convection-dominated Problems

Předložená disertační práce je věnována numerickému řešení stacionární skalární rovnice konvekce–difúze–reakce. Kromě toho, že má tato rovnice vlastní fyzikální význam, jedná se i o důležitý modelový problém pro komplikovanější úlohy zahrnující konvekci, difúzi a případně reakci. V aplikacích je většinou difúze ve srovnání s konvekcí či reakcí velmi malá, což vede k tomu, že řešení pak většinou obsahují úzké vnitřní a hraniční vrstvy, které způsobují, že přibližná řešení získaná standardními numerickými metodami obsahují nefyzikální oscilace, pokud použitá síť není dostatečně jemná. Byla proto vyvinuta řada speciálních postupů, jejichž cílem je tyto oscilace odstranit nebo alespoň potlačit. Toho je vždy dosaženo zavedením určitého množství umělé difúze. Ukazuje se, že dostatečně přesná řešení lze získat pouze tehdy, pokud difúze je přidávána jen v oblastech, kde je to opravdu potřeba, což jsou typicky oblasti, kde má řešení extrémy nebo se prudce mění. To znamená, že přidávaná umělá difúze by měla záviset na řešení, což vede k nelineárním metodám. Množství umělé difúze lze ovlivňovat volbou tzv. stabilizačních parametrů, přičemž byly navrženy různé explicitní vztahy definující tyto parametry na základě přibližného řešení. Často ovšem takto nejsou nefyzikální oscilace dostatečně potlačeny a nebo jsou mezní vrstvy příliš rozmazány. Jinou možností je volit stabilizační parametry adaptivně na základě minimalizace funkcionálu charakterizujícího kvalitu přibližného řešení, tj. je prováděna automatická optimalizace stabilizačních parametrů. Tomuto přístupu je věnována předložená disertační práce. K základním problémům zde patří definice vhodných funkcionálů a vývoj efektivních metod pro jejich minimalizaci.

Po krátkém úvodu do studované problematiky a zavedení některých základních pojmů v první kapitole se autor v druhé kapitole podrobněji zabývá různými typy lineárních a nelineárních diskretizací rovnice konvekce–difúze–reakce. Třetí kapitola je věnována základním myšlenkám optimalizace stabilizačních parametrů. Ve čtvrté kapitole jsou popsány různé indikátory kvality přibližného řešení a pátá kapitola je věnována metodám pro jejich minimalizaci. Jednou z hlavních částí práce je šestá kapitola, obsahující výsledky různých numerických experimentů. Závěr práce obsahuje shrnutí obsahu předložené disertační práce a jejích hlavních výsledků.

Autor pracoval v průběhu svého doktorského studia samostatně a prokázal své schopnosti vyvíjet nové numerické metody a tyto metody úspěšně algoritmizovat a implementovat. K původním výsledkům práce patří návrh nového indikátoru kvality přibližného řešení ve čtvrté kapitole, vylepšení minimalizační metody SR1 v páté kapitole a zejména numerické experimenty v kapitole šesté. Cílem těchto výpočtů bylo vyšetřit chování různých minimalizačních algoritmů v kontextu optimalizace stabilizačních parametrů, vyšetřit vhodnost indikátorů kvality přibližného řešení pro různé typy úloh a konečně též vyšetřit vliv různých prostorů konečných prvků pro řešení i stabilizační parametry na kvalitu přibližného řešení a konvergenci optimalizačních

metod. Jedná se tedy o poměrně širokou problematiku a autor do disertační práce vybral jen část získaných výsledků, které dle jeho názoru uvedené aspekty dostatečně dobře vystihují. I když některé části mohly být zpracovány podrobněji, domnívám se, že předložená práce poskytuje dostečně zajímavý a přínosný pohled na studovanou problematiku. Lze konstatovat, že výsledky prezentované v práci jsou přínosné jak pro další rozvoj oboru, tak i z praktického hlediska.

Práce je sepsána přehledně, srozumitelně, pečlivě, s malým množstvím chyb a má dobrou grafickou úroveň. Výsledky obsažené v disertační práci Mgr. Petr Lukáš prezentoval na řadě tuzemských i zahraničních konferencí a z velké části časopisecky publikoval. Během svého studia podnikl několik zahraničních pobytů, získal vlastní grant GAUK a byl členem řešitelských kolektivů dalších grantových projektů.

Doktorské studium Mgr. Petra Lukáše trvalo poměrně dlouho, což souvisí i s tím, že se v jeho průběhu věnoval i řadě jiných užitečných aktivit, zejména vývoji výukového softwaru v rámci firmy NCLab v USA a organizaci programátorských kurzů pro žáky a studenty v ČR. Byl též aktivní v SIAM Student Chapter při MFF a věnoval se vývoji a servisu webových stránek pro SIAM Student Chapter, katedru numerické matematiky i různé konference.

Předložená práce splňuje požadavky kladené na doktorské disertační práce a jednoznačně prokazuje předpoklady autora k samostatné tvořivé práci. Proto doporučuji, aby byla předložená práce uznána za disertační práci a aby po její úspěšné obhajobě byl Mgr. Petru Lukášovi udělen titul Ph.D.

V Praze dne 29. 11. 2021 doc. Mgr. Petr Knobloch, Dr., DSc.