

## POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE

**Název:**  $R$ -projektivita  
**Autor:** Kateřina Fuková

Předložená práce se zabývá otázkou, nad kterými okruhy  $R$  platí duální verze Bearova kriteria injektivit (DBC), tedy kdy  $R$ -projektivita implikuje projektivitu v kategorii všech  $R$ -modulů. Zatímco platnost DBC pro třídu perfektních okruhů je již dlouhou dobu známa, teprve velmi nedávne výsledky ukázaly, že neplatnost DBC je pro všechny neperfektní okruhy konzistentní v ZFC se zobecněnou hypotézou kontinua (Puninski, 2017) a že je platnost DBC pro jistou třídu (regulárních semiartinovských okruhů) na téže axiomatice teorie množin nezávislá (Trlifaj, 2019).

Text vedle historického a motivačního úvodu a závěrečného shrnutí sestává ze tří poměrně rozsáhlých věcných kapitol. První je věnována zavedení konceptu (relativní) projektivity a injektivit v obecných kategoriálních kontextech. Její součástí je rovněž shrnutí základní terminologie potřebné k formulaci centrální otázky práce. Druhá kapitola prezentuje strukturní popis regulárních semiartinovských okruhů s artinovskými primitivními faktory spolu s potřebnou charakterizací  $R$ -projektivity modulů nad těmito okruhy. Těžiště práce zpracovávající a prohlubující zmiňované výsledky Jana Trlifaje jsou obsaženy v závěrečné kapitole, především je zde detailně ukázáno, že již za předpokladu slabší verze Jensenova diamantu ("matného diamantu") platí podmínka DBC pro všechny netriviální regulární semiartinovské okruhy kardinality nejvýše  $\omega_1$  s artinovskými primitivními faktory, jehož ideály jsou spočetně generované.

Práce je napsána přehledně a pečlivě a téma je velmi aktuální. Byť je problematika poměrně obtížná, text je srozumitelný a velmi dobře se čte. Ačkoli hlavní výsledek práce využívá postupů nedávno publikovaných článků, jedná se o netriviální zesílení výsledku, které na rozdíl od původní verze nevyžaduje předpoklad hypotézy kontinua. Po matematické ani jazykové stránce se textu práce nedá nic podstatného vytknout (drobné komentáře viz níže) a zjevně svědčí o autorčině porozumění nesnadné problematice a o její schopnosti samostatné odborné práce.

Práce Kateřiny Fukové  *$R$ -projektivita* bezpochyby úspěšně naplnila zadání a jednoznačně ji doporučuji uznat jako diplomovou.

Jan Žemlička  
Katedra algebry  
6.6.2022

### Komentáře:

- s.7 - V Definicí 1.5 by bylo třeba vysvětlit, co se v obecné abelovské kategorii rozumí rovností  $\text{Ker}(d_i) = \text{Ker}(d_{i+1})$  (spíše bych zde očekával definici exaktní posloupnosti v kategorii modulů, kde je význam zmíněné rovnosti jasný),
- s.18, ř.5 -  $\prod_I R^* = (R^*)^I$  (nikoli  $= (R^*)^{(I)}$ ),
- s.18, ř.9 -  $h$  definujeme na prvcích  $p \in P$ , tedy  $(p)h = \dots$  nikoli  $(P)h = \dots$ .