

# Posudek diplomové práce

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy

**Autor práce** Kateřina Fuková

**Název práce**  $R$ -projectivity

**Rok odevzdání** 2022

**Studijní program** Matematika    **Studijní obor** Matematické struktury

**Autor posudku** Jan Trlifaj    **Role** vedoucí

**Pracoviště** KA MFF UK

## Text posudku:

**Téma a přínos práce.** Projektivní a injektivní moduly jsou důležitými objekty teorie reprezentací, umožňujícími zavést a efektivně využívat metody homologické algebry v této oblasti. Jednoduchým, ale velmi užitečným, kritériem injektivnosti je Baerovo kritérium. To říká, že injektivitu lze testovat ve zdánlivě mnohem slabší formě tzv.  $R$ -injektivitu. V polovině 70. let minulého století formuloval Carl Faith problém, pro které okruhy  $R$  platí Duální Baerovo kritérium (DBC), tj. kdy je projektivita ekvivalentní  $R$ -projektivitě.

Zpočátku se zdálo, že hranicí pro DBC je perfektnost okruhu  $R$  – pro  $R$  perfektní DBC platí, zatímco pro řadu neperfektních okruhů bylo dokázáno, že DBC neplatí. V r. 2017 Puninski & co. dokázali, že je konsistentní se ZFC + GCH, že DBC neplatí pro žádný neperfektní okruh. Překvapením proto byl v r. 2019 můj důkaz, že pro Bergmanův okruh eventuálně konstantních posloupností je DBC nezávislá na ZFC + GCH. Ve dvou navazujících článcích jsem rozšířil tento výsledek na okruhy, které jsou transfinitními rozšířeními maticových okruhů nad tělesy, a také zeslabil množinově-teoretické předpoklady pro důkaz konzistence DBC pro tyto okruhy (namísto Jensenova diamantu se použil jen matný diamant, zavedený Devlinem a Shelahem).

Diplomová práce Kateřiny Fukové podrobně prezentuje tyto výsledky v části 3.2, která je i technicky nejnáročnější částí práce. Jako příprava k tomu je v části 3.1 zaveden potřebný množinově-teoretický aparát, zatímco kapitola 2 je věnována alternativnímu abstraktnímu popisu transfinitních extenzí maticových okruhů nad tělesy jako semiartinovských regulárních okruhů s primitivními faktory artinovskými. Tento abstraktní popis pochází z článku Růžička & co. z r. 1998, a umožňuje použít klasické výsledky z monografie Goodearla o regulárních okruzích v důkazech hlavních výsledků kapitoly 3.

Přínosem práce je také zařazení Faithova problému do mnohem širšího kontextu studia projektivity v abelovských resp. exaktních kategoriích. Tento kontext je zaveden v kapitole 1 a umožňuje dokazovat řadu vlastností přímo a obecně (i když, jak je zmíněno v závěru části 1.1, vnořovací věty

Gabriela a Quillena, resp. Freyda a Mitchella, umožňují pro malé kategorie přenést řadu problémů z původního abstraktního prostředí do kategorie modulů nad vhodným okruhem).

**Odborná a formální úroveň práce.** Diplomová práce je na velmi dobré matematické úrovni. Také formální stránka práce je díky použití systému LaTeX výborná. Autorka cituje všechny použité zdroje. To potvrdil i antiplagiátorský program Turnitin, který našel jen mizivou doslovnou shodu s jinými zdroji i s citovanou literaturou resp. jejími preprintovými verzemi.

**Poznámka o Theses.cz.** Naprostou kuriozitou je 113 stránkový protokol o diplomové práci vytvořený systémem Theses.cz po téměř 16(!) hodinovém prohlížení databáze tohoto systému na Muni. Theses.cz dospěly k závěru, že práce vykazuje celkovou podobnost 17% s 10 dokumenty/zdroji z této databáze, z nichž žádný není v diplomové práci citován. Vzhledem k veřejné nedostupnosti obsahu této databáze se teprve díky pomoci pracovnice knihovny MFF UK PhDr. Hoffmannové podařilo rozklíčovat, jak tento protokol vznikl:

Největší shoda, 7%, byla shledána s knihou *Handbook of Tilting Theory* z r. 2007, kde ovšem nejdříve nalezený totožný řetězec znaků byl termín „Shelah’s Uniformization Principle”. Druhý zdroj, se shodou 6%, byl a priori nedostupný. PhDr. Hoffmannové se nakonec podařilo zjistit, že jde o kapitolu z téže knihy, uloženou snad v minulosti na serveru Ohio Univ. Center of Ring Theory, a „nález” je tedy podmnožinou předchozího. Komentář PhDr. Hoffmanové ke třetímu zdroji, se shodou 4%, cituji doslova:

*„Je to naprostý nonsense. Odkazuje to do GitHubu na trénovací data pro strojové učení, resp. trénování neuronové sítě. Jedná se o testování predikce názvu matematických článků. Shoda se chytá na matematickou terminologii obecně.”*

Dalším zdrojem, se shodou 3%, je překvapivě habilitační práce prof. Slováka na Muni z diferenciální geometrie z r. 1993. Zatímco Turnitin a priori vylučuje shodu souvislých řetězců čítajících méně než 8 slov, ne tak Theses.cz: shody s tímto zdrojem byly totiž nalezeny v krátkých nadpisech, jako třeba Definition, Example, nebo Theorem.

Jasným závěrem rozboru činnosti systému Theses.cz, demonstrovaným nejen na tomto příkladě, je, že používat tento systém na analýzu diplomových prací z matematiky na MFF UK je nesmyslné, navíc s nežádoucími ekologickými dopady (netriviální spotřebovaný strojový čas by se mohl efektivněji využít třeba pro lékařské, nebo obranně–vojenské účely).

**Práci považuji za výbornou a doporučuji ji k obhajobě.**

V Praze dne 20. 5. 2022

Podpis: