

Posudek vedoucího na diplomovou práci

V. Tuček: Použití traktorového kalkulu pro parabolické geometrie.

Studium symetrií diferenciálních rovnic je velmi staré a populární téma, které je stále předmětem intenzivního zájmu. Základní symetrie Laplaceova operátoru jsou dobře známé - grupa symetrií je plná grupa konformních transformací. Znalost grupy symetrií má důležité praktické důsledky. Je-li k dispozici dostatečně mnoho symetrií, je možné rovnici zjednodušit pomocí separace proměnných. Přesto že je Laplaceův operátor studován řadu století, teprve nedávno byla v práci M. Eastwooda (M. Eastwood: Higher symmetries of the Laplacian, Ann. Math., 161, 3, 2005, 1645-1665) popsána plná grupa symetrií (všech řádů) této rovnice. Předkládaná práce je věnována právě této problematice.

Práce má několik částí. Po pečlivém zavedení základního označení (včetně popisu Penroseovy metody abstraktních indexů) autor ve 3. kapitole rozebírá, komentuje a porovnává různé definice symetrie daného diferenciálního operátoru. Čtvrtá kapitola je věnována přehledu základních nástrojů, používaných v další části práce.

Konstrukce symetrií vyššího řádu v článku M. Eastwooda je založena na ambientní konstrukci těchto symetrií, která umožňuje sestavit dostatečně velký počet operátorů symetrie. Podrobný popis této metody a jejího použití pro případ Laplaceovy rovnice je obsažen ve čtvrté kapitole práce. Základní výsledky o ambientní konstrukci symetrií z práce M. Eastwooda (Lemma 4.12, Theorem 4.13, Theorem 5.2 a Lemma 5.6) jsou v práci dokázány, autor zde doplnil řadu podrobností, které ve stručné verzi originálního článku nejsou uvedeny.

Těžiště celé práce však je v tom, že autor používá novou, jednoduchou a účinnou metodu explicitního popisu operátorů symetrie. Tyto operátory symetrie patří do třídy konformně invariantních bilineárních operátorů. Konformní invariance je extrémně silný požadavek a sestavit takovéto operátory vyžaduje poměrně složité konstrukce. Operátory samy obsahují vedle hlavního členu v nejvyšším řádu obvykle řadu členů nižšího řádu (korekční členy) s přesně určenými numerickými koeficienty. V článku M. Eastwooda jsou tyto invariantní bilineární diferenciální operátory sestaveny klasickou metodou studia závislosti těchto operátorů na změně metriky v dané konformní třídě. Jde o poměrně složitý výpočet, odkazující se na další již existující výsledky.

Autor použil v práci novou metodu, která umožňuje vypočítat přímo z ambientní konstrukce explicitní tvar operátorů symetrie, včetně všech korekčních členů nižšího řádu. Základní konstrukce (volba vhodné ortogonální baze v ambientním prostoru, popsána ve 4. kapitole) je velmi jednoduchá a účinná. Tato metoda je pak použita pro důkaz základního výsledku práce (Věta 6.11). V celé páté a šesté kapitole jsou na mnoha místech doplněny a vysvětleny (někdy velmi stručné) formulace v důkazech vět v originálním článku M. Eastwooda.

Předkládaná práce je velmi pěkně a srozumitelně napsána. Obsahuje několik pěkných nových výsledků a doplňuje řadu detailů v původním článku. Nová metoda použitá pro výpočet explicitního tvaru operátorů symetrie je velmi účinná a nepochybně najde použití při studiu symetrií dalších zajímavých diferenciálních operátorů. Doporučuji tedy, aby (po úspěšné obhajobě) byla práce uznána jako diplomová práce a hodnocena známkou výborně.

V Praze, 20.9. 2008

Vladimír Souček

