

Posudek diplomové práce

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy v Praze

Autor práce: Bc. Marek Černý

Název práce: Persistent Homology and Neural Networks

Rok odevzdání: 2021/2022

Obor práce: Informatika

Autor posudku: doc. RNDr. Martin Tancer, Ph.D. (Oponent)

Pracoviště: Katedra aplikované matematiky

V první řadě se panu Černému musím omluvit. Žádost o vypracování posudku jsem dostal pár dní před termínem odevzdání. Pochopil jsem to tak, že se jedná o nouzovou situaci, kdy dříve oslovení oponenti nemohli posudek vypracovat, čímž došlo k časové prodlevě. Z tohoto důvodu jsem nezvládl práci přečíst do takového detailu jak bych si běžně představoval, kvůli čemu můj posudek bude vykazovat jistou míru nejistoty.

Jak název práce napovídá, práce spojuje dohromady dvě oblasti teoretické informatiky/matematiky: Perzistentní homologii a neuronové sítě. Zatímco o perzistentní homologii mám poměrně rozumný přehled, u neuronových sítí musím přiznat, že jsem začátečník. (Kombinace těchto dvou oblastí může být také důvod, proč bylo těžké najít oponenta.)

Moje porozumění práci pana Černého je takové, že pomocí metod perzistentní homologie se snaží popsat, jak dobře fungují nějaké metody trénování neuronových sítí s tím, že navrhuje i metodu vlastní.

Co můžu ohodnotit s velkou mírou jistoty je, že část týkající perzistentní homologie je napsána tak, že student tématu rozumí a je fakticky správně (až na nějaké drobnosti). Naopak do části o neuronových sítích jsem měl problémy proniknout, což je určitě do značné míry zaviněno tím, že je neznám, a nedostatkem času na oponenturu. Přesto mám pocit, že některé souvislosti by bylo možné popsat lépe. (Konkrétnější budu v dotazech na konci textu.) Toto by bylo užitečné obzvláště v místech, kde se pak neuronové sítě spojují s perzistentní homologií. Ale i části textu týkající se neuronových sítí působí dojemem, že autor tématu rozumí. Jen od čtenáře je nejspíš očekávané, že se také v neuronových sítích už poměrně dobře pohybuje.

Práce je psaná anglicky. Úroveň jazyka je velmi dobrá. Po formální stránce práce bych však měl výtku ohledně referencí. Odkazy na literaturu se občas objevují pouze ve formě letopočtu bez jmen autorů či numerického pořadí či alfanumerického kódu, např. [2012] (na str. 3) či [1989, 1999] (na str. 6), z toho je velmi obtížné reference dohledat.

Celkově jsem přesvědčený, že student prokazatelně dobře rozumí oběma (obvykle poměrně vzdáleným) oborům, kterých se práce týká, což už samo o sobě je významný počin. Navrhuji známku výborně, ale nedá se říci, že jsem pronikl do obsahu práce úplně dokonale. Při čtení jsem narazil na nějaké nejasnosti. Považoval bych za velmi užitečné, kdyby pan Černý byl ochotný při obhajobě aspoň některé z nejasností vysvětlit (dotazy níže).

Dotazy:

1. Str. 29-30: Mohl byste trochu vysvětlit, jak souvisí Definice 16 s textem výše? V 3.1.1. píšete o dělení prostoru M (nejpíš variety) na sjednocení M_0 a M_1 , ale najednou se tu objeví mimo kontext Vietoris-Ripsův komplex. (Mimochodem se v textu mohlo také alespoň napsat, že M_0 a M_1 odpovídají jednotlivým kategoriím. To jsem si musel také domyslet, je tu velký skok mezi dílčími tématy.)

2. Str. 31: Když popisujete práci od Naitzata a spol. tak definujete topologickou složitost jako součet Bettiho čísel. V prvním bodě výčtu trendů, že určitá Bettiho čísla jsou redukována postupně vrstvu po vrstvě. Tady mi zcela chybí kontext: Jak spočítáte Bettiho číslo v jednotlivé vrstvě? Moje současné porozumění je, že M_0 je jedna fixní množina nezávislá na vrstvách.

3. Str. 31: Věta 5 je jedno z mála Vámi zmiňovaných matematických tvrzení, které by mělo dávat do souvislosti homologii a neuronové sítě. Bohužel mi matematicky nedává smysl. Používáte funkci F , u které ale nenapíšete odkud kam vede, a ve znění věty není kvantifikovaná. Navíc se ve znění věty zdánlivě náhodně požívá kaligrafické F a standardní F . Jsou to tytéž objekty? Jste ochotný vysvětlit znění této věty? Také by mne zajímalo nějaké vysvětlení, proč je věta 5 nutnou podmínkou pro "expressive power" neuronové sítě?

Drobné poznámky k sekci 2:

4. Str. 18: Nemyslím, si, že množina $P(x, x_0)$, tak jak jí máte zavedenou, je grupa, když operace je skládání smyček. (Přinejmenším se musí zidentifikovat smyčka/cesta "tam a zpět" s neutrálním prvkem).

5. Str. 18: Když vysvětľujete funktorialitu fundamentální grupy, tak si nemyslím, že je užitečné, že se řekne, že fundamentální grupa je funktor, aniž by se vysvětlilo, co se od funktoru očekává (definice). Buď čtenář funktorialitu fundamentální grupy zná, a pak se nedozví nic nového; nebo naopak nejspíš neví, co je funktor, a pak se od Vás nedozví klíčovou vlastnost, že spojitému zobrazení přiřazujete homomorfismus. (To sice máte ověřeno, pro někoho, kdo zná, ale nikoliv zmíněno.)

Práci doporučuji ohodnotit známkou **výborně**.

Práci navrhuji na zvláštní ocenění: Ne

V Praze, 4. 2. 2022

Martin Tancer