

## Posudek oponenta diplomové práce:

*B. Kiška: Variation of Fractional Processes*

Diplomová práce se zabývá různými koncepty variace některých soběpodobných procesů, především  $p$ -tou variací a  $p$ -tou variací trajektorií vzhledem k dané posloupnosti dělení intervalu. Uvažovanými procesy jsou frakcionální Brownův pohyb a hlavně Rosenblattův proces. Práce se skládá ze dvou částí, z nichž je první věnována zavedení potřebných pojmů, jejich historii a souhrnu známých výsledků potřebných v další části. Druhá část je jako celek vlastním matematickým příspěvkem autora. Je v ní dokázána ergodicita přírůstků Rosenblattova procesu, jeho  $p$ -tá variace a  $p$ -tá variace trajektorií, rovněž je ukázáno, že Rosenblattův proces není semimartingal.

**Práce podle mého názoru vysoce převyšuje požadovaný standard diplomových prací přinejmenším pokud jde o vlastní výsledky. Části druhé kapitoly by mohly tvořit velmi solidní základ kvalitní publikace. Přestože připustíme, že většina důkazů u vlastností Rosenblattova procesu je inspirována analogickými známými výsledky pro frakcionální Brownův pohyb, důkazy jsou netriviální a značně technické. Kromě metod reálné analýzy a stochastické analýzy využívají také některá tvrzení z ergodické teorie. Práci proto vysoce oceňuji.**

Co se týče nedostatků, kromě formálních drobností uvedených níže, dá se obecně říci, že v některých partiích mohl být autor přesnější ve svých formulacích, což se týká i některých definic v první části práce. Ve druhé části mohly být některé kroky technických důkazů více rozvedeny. Trochu sporné je zařazení kapitoly o ergodické teorii i s důkazy, tato část je matematicky „o něčem jiném“ a ve druhé části práce používá pouze jako nástroj - nejedná se však o nijak závažný nedostatek. Konečně, v práci mohla být nějaká zmínka o možném využití dosažených výsledků (např. pro ergodicitu vhodného náhodného dynamického systému nebo pro odhad parametru), není

ale věci oponenta předepisovat, co by ještě v práci mělo být. Angličtina je kvalitní, na několika místech by asi zasluhovala drobnou korekci.

Rád bych se zeptal na dvě věci:

1. Platí obdobné výsledky i pro oboustranný Rosenblattův proces na libovolném časovém intervalu?

2. Nakolik platí dosažené výsledky pro libovolnou posloupnost ekvidistantních dělení? Pro „pathwise“ variaci je to naznačeno v Poznámce 6, jak je to u Věty 4?

Několik drobných poznámek:

4. řádek Úvodu: shown (pak se to vyskytuje ještě jednou), pokud se nejedná o starou angličtinu

1. str., 4. odstavec: The Thesis, in the first...

2. str., 4. ř. ...uniquely up to finite-dimensional distributions...autor asi chtěl říct něco jiného

Definition 2: Tohle v pravém slova smyslu není definice oboustranného Wienerova procesu, ale spíše návod na to, jak ho vytvořit.

Definition 3: požadavek na trajektorie fBm (spojitost) není zahrnut? Předtím, u Wienerova procesu, byla spojitost požadována. Někdy se to tak dělá, pak ale není pravda (o pár řádků níže), že WP je vlastně FBM pro  $H = 1/2$ .

V Lemmatu 2 za (1.4) by se nemělo jen tak napsat „...is called the fractional Brownian motion.“ To totiž vypadá jako definice a FBM je zde už definován výše a jinak. Zde se může jednat o tvrzení - charakterizaci (ale co

pak ta spojitost trajektorií)?

POslední věta před odstavcem 1.3.2 je formulována nejasně.

Část odstavce 1.3.2 na str. 9 se zdá být trochu zamotaná. Nejdřív se uvede definice RP podle Rosenblatta, tato definice ale nerozlišuje verze (tedy nezachycuje spojitost) Pak je zde Definice 4, kde je to jasné (a nikoli ekvivalentní s to výše uvedenou) a ta je uvedena větou, že „definujeme integrální reprezentaci RP“. To nedává moc smysl. Jde samozřejmě o formalitu, fakticky je jasné, co autor zamýšlí.

Značení  $S_H^*$  na str. 10 možná není moc šťastné, tato třída zobrazení závisí taky na  $n$  a pro každé  $n$  má zobrazení jiný domain.

Na str. 11 zhruba uprostřed se opět hovoří o spojitě modifikaci RP, takže přece jen RP nebyl definován jako spojitý?

Myslím že by bylo možná elegantnější, kdyby „pathwise p-th variation along...“ byla zavedena rovnou pro stochastický proces. Dalo by se pak něco říct o vztahu mezi zavedeným pojmy variace.

str. 14, 3. ř. zdola: the book is in Czech

str.18, 8. ř. reason

str. 20, nerozumím tomu, proč pro větu o dominované konvergenci je citována kniha z r. 2013.

str. 23, prostřední odstavec (definice toho kanonického modelu) by zasloužil trochu rozepsat.

str.25, Definice 4, proč se to definuje zde, dyadická dělení se už vyskytovala předtím.

Důkaz věty 6 (zejména jeho závěr) by si asi zasloužil trochu pořádněji rozepsat.

**Zdůrazňuji, že tyto výtky jsou povětšinou formální nebo nepříliš závažné vzhledem k objemu odvedené práce. Jak bylo výše řečeno, práci považuji za velmi kvalitní a doporučuji uznat jako diplomovou.**

V Praze, 26.1.2022

Bohdan Maslowski