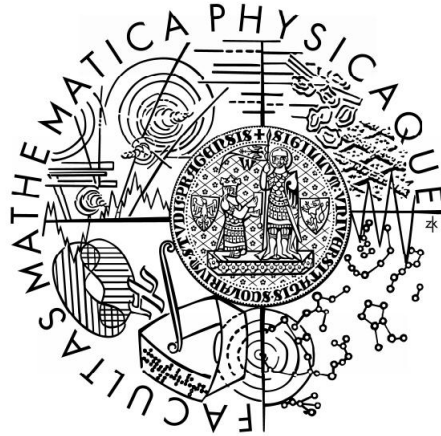


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Miroslav Kořínek

Nekolineární metoda sfázování v nelineární optice

Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: Doc. RNDr. František Trojánek, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Název studijního oboru: Obecná fyzika

Praha 2008

V první řadě bych chtěl poděkovat Doc. RNDr. Františku Trojánkovi, Ph.D. za příkladné vedení této práce a poskytnutí odborné literatury, zejména však za všechny čas společně strávený nad diskusemi věnovanými studované problematice.

V neposlední řadě děkuji své rodině a všem přátelům za obrovskou podporu při tvorbě této bakalářské práce.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Praze dne 25. května, 2008

Miroslav Kořínek

Obsah

1 Úvod	6
1.1 Cíl práce	6
1.2 Použitá označení veličin a konstant	6
2 Teoretický základ, důležité pojmy	8
2.1 Nelineární optické prostředí, nelineární optické jevy druhého řádu	8
2.2 Odvození frekvenční konverze	9
2.3 Kolineární a nekolineární sfázování	10
2.4 Luminiscence	11
2.5 Šíření světla v anizotropním prostředí	11
2.5.1 Dvojlom	11
2.5.2 Optická indikatrix	12
2.5.3 Nelineární krystal BBO	14
3 Konkrétní problém, výchozí experiment	15
4 Početní a grafické zpracování dané problematiky	16
4.1 Ladicí křivka pro kolineární sfázování	16
4.2 Ladicí křivka při nekolineárním sfázování	20
5 Diskuse	27
6 Závěr	28
Literatura	29

Název práce: Nekolineární metoda sfázování v nelineární optice

Autor: Miroslav Kořínek

Ústav: Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: Doc. RNDr. František Trojánek, Ph.D.

e-mail vedoucího: Frantisek.Trojaneck@mff.cuni.cz

Abstrakt: Luminiscence polovodičů může být velmi rychlý proces, který trvá často jen několik pikosekund. Chceme-li proměřit časový průběh takto rychlé luminiscence, je třeba měřit s časovým rozlišením až stovek femtosekund ($\sim 10^{13}$ s). Vysokého časového rozlišení lze dosáhnout pomocí optické upkonverze.

V teoretické části této práce jsme kladli důraz na tu část teoretického zázemí, kterou jsme následně aplikovali při řešení konkrétního problému. Pozornost jsme věnovali především optické upkonverzi, luminiscenci, otázce kolineárního a nekolineárního sfázování a v neposlední řadě pak nelineárnímu jednoosému krystalu BBO (*beta-bariumborat krystal*, $\beta - BaB_2O_4$).

V praktické části jsme stanovili ladicí křivky (závislost optimální orientace krystalu na vlnové délce luminiscenčního záření) pro nelineární krystal BBO. Na krystal jsme nechali zároveň dopadat záření vzniklé luminiscencí a nasměrovaný (tzv. spínací) laserový svazek. Obě tyto vlny se krystalem šířily jako ordinární paprsky a vzniklé záření součtové frekvence se šířilo jako paprsek extraordinární (sfázování typu $o-o \rightarrow e$).

Ladicí křivku jsme stanovili nejprve pro případ kolineárního sfázování, kdy lze zanedbat úhel mezi vstupujícími paprsky, následně pak pro obecnější nekolineární sfázování. Výpočty jsme provedli pro vlnové délky laserového svazku 810nm a 760nm.

Data budou v budoucnu použita při měření časově rozlišené luminiscence v laboratořích KCHFO. Zpřesnění ladicí křivky uvážením obecnějšího nekolineárního sfázování umožní přesnější měření experimentů.

Klíčová slova: Nelineární optika, Kolineární a nekolineární sfázování, Upkonverze, Luminiscence

Title: Noncollinear phase matching in nonlinear optics

Author: Miroslav Kořínek

Department: Department of Chemical Physics and Optics

Supervisor: Doc. RNDr. František Trojánek, Ph.D.

Supervisor's e-mail address: Frantisek.Trojaneck@mff.cuni.cz

Abstract: Luminescence in semiconductors can have very fast decay (in terms of picoseconds). Measuring the time evolution of the process requires resolution in terms of hundreds of femtoseconds ($\sim 10^{-13}$ s). This high resolution can be reached using optical upconversion method.

In the theoretical section of this report, we discussed the necessary theoretical background which was afterward used to solve a particular problem. We paid extra attention to collinear and noncollinear phase matching, optical upconversion, luminescence and nonlinear uniaxial BBO crystal (*beta-Bariumborat crystal*, $\beta - BaB_2O_4$).

In the practical section, we determined the tuning curve (dependence of the optimal orientation of the crystal on the luminescence wavelength) of the non-linear BBO crystal. The crystal was exposed to luminescence radiation and to switching laser beam. Both waves in the crystal propagate like ordinary rays and the sum frequency wave as extraordinary ray (phase matching of the o-o \rightarrow e kind).

The tuning curve was at first determined in the case of collinear phase matching, when it is possible to neglect the angle between entering rays, and then in more general noncollinear phase matching case. Calculations were made for wavelengths of the laser beam 810nm and 760nm.

Obtained data will be used for measuring the time-resolved luminescence in laboratories of KCHFO. The more accurate tuning curve obtained by inclusion of the more general non-collinear phase matching will allow higher accuracy of experiments.

Keywords: Nonlinear Optics, Collinear and Noncollinear Phase Matching, Upconversion, Luminescence

1 Úvod

1.1 Cíl práce

Tato bakalářská práce si klade za cíl nejprve teoreticky popsat problematiku šíření světla v nelineárním anizotropním prostředí. Záměrně klademe důraz na tu část teoretického zázemí, kterou následně aplikujeme při řešení konkrétního problému. Odborné pojmy chceme přesně definovat a důležité vztahy odvodit, proto volíme rozsah teoretického úvodu větší, než je nezbytné. Pozornost věnujeme především frekvenční konverzi, zavedení a matematickému popisu podmínky sfázování, dále pak luminiscenci a seznámení se s nelineárním jednoosým krystalem BBO (*beta-bariumborat krystal*, $\beta - BaB_2O_4$).

V praktické části se zaměříme na metodu optické upkonverze, kdy necháme na krystal BBO zároveň dopadat záření vzniklé luminiscencí a nasměrovaný laserový svazek. Naším hlavním cílem bude stanovit ladicí křivku (závislost optimální orientace krystalu na vlnové délce luminiscenčního záření) pro nelineární krystal BBO. Výpočet provedeme nejprve pro jednodušší případ kolineárního sfázování, kdy budeme předpokládat, že paprsky vstupující do krystalu jsou rovnoběžné. Následně pak přejdeme k náročnějšímu nekolineárnímu sfázování. Výsledky budeme prezentovat ve formě grafů.

1.2 Použitá označení veličin a konstant

V této práci používáme níže uvedenou symboliku. Většinu z těchto v optice zcela běžných veličin v textu nedefinujeme, ale předpokládáme, že čtenář je s těmito základními pojmy seznámen. Stručný význam jednotlivých výrazů lze nalézt například v [4].

ε_0	permitivita vakua
ε_r	relativní permitivita
ε	elektrická permitivita prostředí ¹
$\vec{\varepsilon}$	tenzor elektrické permitivity
ω	úhlová frekvence
λ	vlnová délka
\vec{s}	jednotkový vektor ve směru rovinné harmonické vlny
\vec{r}	polohový vektor
\vec{k}	vlnový vektor ²
$\vec{E}(\vec{r}, t)$	intenzita elektrického pole
$\tilde{E}_0(\vec{r})$	komplexní amplituda intenzity elektrického pole ³
$\vec{P}(\vec{r}, t)$	elektrická polarizace
χ	elektrická susceptibilita
$\chi_{i,j}$	složka tenzoru elektrické susceptibility
d	koefficient optické nelinearity 2. řádu
\vec{D}	elektrická indukce
w_e	hustota energie elektrického pole ⁴
n	index lomu

¹ $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

² $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{s}$

³pro rovinnou monochromatickou vlnu je $\tilde{E}_0(\vec{r}) = E_0 e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r} + i\varphi_0}$

⁴ $w_e = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$

n_e mimořádný (extraordinální) index lomu
 n_o řádný (ordinální) index lomu
 $n_e(\theta)$ index lomu mimořádné vlny, jejíž vlnový vektor svírá úhel θ s optickou osou jednoosého krystalu
 α úhel dopadu
 β úhel lomu

2 Teoretický základ, důležité pojmy

2.1 Nelineární optické prostředí, nelineární optické jevy druhého řádu

Předpoklad linearitý prostředí nám značně zjednodušuje matematický i fyzikální popis šíření světla. Při šíření záření prostředím se například nemůže měnit jeho frekvence, všechny veličiny charakterizující látku jsou nezávislé na intenzitě světla, jeden svazek nemůže působit na druhý a platí princip superpozice.

Ve skutečnosti je však lineární odezva látek aproximací, která platí pouze pro malé světelné intenzity. Nelineární optika se rychle rozvíjí, což je způsobeno především stále širšími aplikacemi laserů, které umožňují vyšetřovat chování světla v optických prostředích při velmi vysokých intenzitách.

Spíše než vlastností samotného záření je nelinearita vlastností prostředí, kterým se záření šíří. Vlastnosti *dielektrického prostředí*, kterým se šíří elektromagnetická vlna, jsou zcela popsány vztahem mezi vektorem elektrické polarizace $\vec{P}(\vec{r}, t)$ a vektorem intenzity elektrického pole $\vec{E}(\vec{r}, t)$. Vztah mezi P a E je pro malé E přibližně lineární (oblast lineární optiky) a pro zvětšující se E se stává mírně nelineárním. V tom případě můžeme v okolí $E=0$ rozvinout funkční závislost P na E v Taylorovu řadu:

$$P = \underbrace{\frac{\partial P}{\partial E} \Big|_{E=0}}_{P_L} E + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial E^2} \Big|_{E=0}}_{P_{NL}^{(2)}} E^2 + \underbrace{\frac{1}{6} \frac{\partial^3 P}{\partial E^3} \Big|_{E=0}}_{P_{NL}^{(3)}} E^3 + \dots, \quad (2.1)$$

kde jsme zanedbali nelineární polarizace čtvrtého a vyššího řádu. Lineární polarizace P_L je rovna $P_L = \varepsilon_0 \chi E$.

Pro nelineární polarizaci druhého řádu $P_{NL}^{(2)}$, která nás bude dále zajímat (vyšší nelinearity v našich úvahách zanedbáme), máme dva používané tvary vyjádření:

$$P_{NL}^{(2)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2 \quad (2.2)$$

a

$$P_{NL}^{(2)} = 2dE^2. \quad (2.3)$$

K abstraktnímu matematickému popisu se asi více hodí rovnice (2.2), my však dáme přednost vztahu (2.3).

Při šíření světla kvadraticky nelineárním prostředím dochází k některým optickým jevům, nás budou podrobně zajímat pouze dva z nich - zdvojování frekvence světla a především frekvenční konverze.

- *Zdvojování frekvence světla (GENERACE DRUHÉ HARMONICKÉ) a optické usměrnění* - Vstupní vlna s frekvencí ω vyvolá v materiálu polarizaci oscilující na dvojnásobné frekvenci, která je zdrojem vlny s frekvencí 2ω . V materiálu vzniká kromě polarizace s frekvencí ω také polarizace, která má dvě části: složku oscilující na frekvenci 2ω (vyzařuje pole na této frekvenci) a stejnosměrnou složku, která odpovídá statické polarizaci v látce (její vznik se nazývá optickým usměrněním). Podrobněji viz [2].

- *Frekvenční konverze (GENERACE SOUČTOVÉ A ROZDÍLOVÉ FREKVENCE)* - Budeme-li předpokládat harmonické vlny o frekvencích ω_1 a ω_2 , které dopadají na kvadraticky nelineární prostředí, pak tyto vlny vytvářejí polarizační složky o frekvencích 0 , $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$ a $|\omega_1 - \omega_2|$. Nemusí však nutně docházet ke generování všech vln s těmito frekvencemi.

2.2 Odvození frekvenční konverze

Uvažujme pole $E(t)$, které obsahuje dvě harmonické složky na frekvencích ω_1 a ω_2 ⁵:

$$E(t) = \text{Re}\{\tilde{E}_1 e^{i\omega_1 t} + \tilde{E}_2 e^{i\omega_2 t}\} = E_1 \cos(\omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_{01}) + E_2 \cos(\omega_2 t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_{02}) \quad (2.4)$$

Pro jednoduchost můžeme předpokládat nulové počáteční fáze: $\varphi_{01} = \varphi_{02} = 0$. Tento předpoklad nám o něco zjednoduší (2.4) a na sledovanou časovou závislost $E(t)$ nemá podstatný vliv.

Vztah (2.4) dále upravíme užitím vzorečku $e^{i\varphi} + e^{-i\varphi} = 2\cos\varphi$:

$$E(t) = \frac{E_1}{2} \left(e^{i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} + e^{-i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} \right) + \frac{E_2}{2} \left(e^{i(\omega_2 t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})} + e^{-i(\omega_2 t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})} \right)$$

Kvadrát zkoumaného pole si pro přehlednost napíšeme jako součet tří výrazů, které označíme V_1 , V_2 a V_3 . Máme tedy $E^2(t) = V_1 + V_2 + V_3$, kde:

$$V_1 = \frac{E_1^2}{4} \left(e^{i(2\omega_1 t - 2\vec{k}_1 \cdot \vec{r})} + 2 + e^{-i(2\omega_1 t - 2\vec{k}_1 \cdot \vec{r})} \right) = \frac{E_1^2}{2} \left(\cos(2\omega_1 t - 2\vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + 1 \right),$$

$$V_2 = \frac{E_1 E_2}{2} \left(e^{i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} + e^{-i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} \right) \left(e^{i(\omega_2 t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})} + e^{-i(\omega_2 t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})} \right) \text{ a}$$

$$V_3 = \frac{E_2^2}{4} \left(e^{i(2\omega_2 t - 2\vec{k}_2 \cdot \vec{r})} + 2 + e^{-i(2\omega_2 t - 2\vec{k}_2 \cdot \vec{r})} \right) = \frac{E_2^2}{2} \left(\cos(2\omega_2 t - 2\vec{k}_2 \cdot \vec{r}) + 1 \right).$$

Výraz V_2 můžeme dále upravit:

$$V_2 = \frac{E_1 E_2}{2} \left[\underbrace{e^{i[(\omega_1 + \omega_2)t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}]} + e^{-i[(\omega_1 + \omega_2)t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}]}}_{=2\cos[(\omega_1 + \omega_2)t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}]} + \underbrace{e^{i[(\omega_1 - \omega_2)t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \vec{k}_2 \cdot \vec{r}]} + e^{-i[(\omega_1 - \omega_2)t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \vec{k}_2 \cdot \vec{r}]}}_{=2\cos[|\omega_1 - \omega_2|t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \vec{k}_2 \cdot \vec{r}]} \right].$$

Nyní budeme usilovat o zavedení komplexních vyjádření:

$$V_1 = \text{Re}\left\{\frac{E_1^2}{2} e^{i(2\omega_1 t - 2\vec{k}_1 \cdot \vec{r})}\right\} + \frac{E_1^2}{2} e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} e^{+i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} = \frac{1}{2} \text{Re}\{\tilde{E}_1 \tilde{E}_1 e^{i2\omega_1 t}\} + \frac{1}{2} \tilde{E}_1 \tilde{E}_1^*,$$

$$V_2 = \text{Re}\{\tilde{E}_1 \tilde{E}_2 e^{i(\omega_1 + \omega_2)t}\} + \text{Re}\{\tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* e^{i|\omega_1 - \omega_2|t}\} \text{ a}$$

$$V_3 = \frac{1}{2} \text{Re}\{\tilde{E}_2 \tilde{E}_2 e^{i2\omega_2 t}\} + \frac{1}{2} \tilde{E}_2 \tilde{E}_2^*.$$

A tudíž:

$$|E(t)|^2 = \frac{1}{2} \left(|\tilde{E}_1|^2 + |\tilde{E}_2|^2 \right) + \frac{1}{2} \text{Re}\{\tilde{E}_1 \tilde{E}_1 e^{i2\omega_1 t}\} + \frac{1}{2} \text{Re}\{\tilde{E}_2 \tilde{E}_2 e^{i2\omega_2 t}\} \\ + \text{Re}\{\tilde{E}_1 \tilde{E}_2 e^{i(\omega_1 + \omega_2)t}\} + \text{Re}\{\tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* e^{i|\omega_1 - \omega_2|t}\}. \quad (2.5)$$

A nelineární polarizace druhého řádu je pak rovna:

$$P_{NL}^{(2)} = d \left(|\tilde{E}_1|^2 + |\tilde{E}_2|^2 \right) + \text{Re}\{d\tilde{E}_1 \tilde{E}_1 e^{i2\omega_1 t}\} + \text{Re}\{d\tilde{E}_2 \tilde{E}_2 e^{i2\omega_2 t}\} \\ + \text{Re}\{2d\tilde{E}_1 \tilde{E}_2 e^{i(\omega_1 + \omega_2)t}\} + \text{Re}\{2d\tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* e^{i|\omega_1 - \omega_2|t}\} \quad (2.6)$$

⁵Podstatná je pro nás pouze časová závislost. Místo přesnějšího $E(r,t)$ píšeme tedy pouze $E(t)$

2.3 Kolineární a nekolineární sfázování

Rovnice (2.6) nám říká, že dopadající vlny o frekvencích ω_1 a ω_2 vytvářejí polarizační složky součtových a rozdílových frekvencí. Prakticky však dojde ke generování pouze těch vln, které splňují tzv. *podmínku sfázování*:

$$\boxed{\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2}, \quad (2.7)$$

kteřá představuje zákon zachování hybnosti (impulzu).

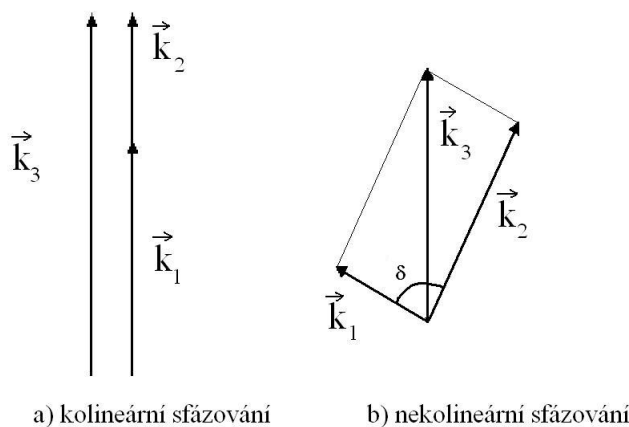
Bedeme dále předpokládat, že podmínku sfázování splní pouze polarizační složka o součtové frekvenci $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. Zaměříme se tedy na metodu tzv. *optické upkonverze*, kdy například v opticky nelineárních krystalech dochází ke generování záření součtové frekvence.

Fázová podmínka (2.7) přímo implikuje platnost rovnosti

$$k_3^2 = k_1^2 + k_2^2 + 2\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2 = k_1^2 + k_2^2 + 2k_1k_2 \cos(\delta) = k_1^2 + k_2^2 - 2k_1k_2 \cos(180^\circ - \delta), \quad (2.8)$$

kde δ je úhel, který svírají vlnové vektory \vec{k}_1 a \vec{k}_2 a $k_i = |\vec{k}_i|$. Z praktických důvodů se v určitých případech mezi svazky vstupujícími do krystalu nastavuje úhel několika stupňů.

- V případě, že velikost úhlu δ zanedbáme, mluvíme o tzv. kolineárním sfázování, kdy se nám rovnice (2.8) redukuje na vztah mezi velikostmi vlnových vektorů $k_3 = k_1 + k_2$ (viz Obr. 2.1.a).
- Započítáme-li do výpočtů i nenulový úhel δ , pak máme nekolineární sfázování (Obr. 2.1.b).



Obrázek 2.1 - Kolineární a nekolineární sfázování

Mezi vlnovým vektorem k a vlnovou délkou λ obecně platí rovnost $k = \frac{2\pi n}{\lambda}$. Dosazením do (2.8) získáme užitečný vztah:

$$\left(\frac{n_3}{\lambda_3}\right)^2 = \left(\frac{n_1}{\lambda_1}\right)^2 + \left(\frac{n_2}{\lambda_2}\right)^2 + 2\frac{n_1 n_2}{\lambda_1 \lambda_2} \cos(\delta). \quad (2.9)$$

Současně s fázovou podmínkou (2.7) musí být splněna i tzv. *frekvenční podmínka* tvaru:

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2. \quad (2.10)$$

2.4 Luminiscence

Luminiscencí rozumíme proces, kdy látka vyzářuje světlo v důsledku jiné než tepelné excitace atomů ([4] -str. 371). V této práci se budeme zajímat pouze o fotoluminiscenci - tj. luminiscenci vybuzenou světlem jiné, obvykle vyšší, frekvence.

Studium luminiscence nám umožňuje získat cenné informace o procesech odehrávajících se ve vzorku dané látky poté, co byl vzorek vystaven optickému záření. Například zkoumání dějů probíhajících v polovodičovém materiálu po jeho ozáření má značný význam pro vývoj optoelektronických součástí.

Luminiscence polovodičů může být velmi rychlý proces, který trvá často jen několik pikosekund (10^{-12} s). Chceme-li tedy proměřit časový průběh takto rychlé luminiscence, je třeba měřit s časovým rozlišením v řádu jednotlivých pikosekund až stovek femtosekund (10^{-13} s). Vysokého časového rozlišení lze dosáhnout právě pomocí již zmiňované upkonverze.

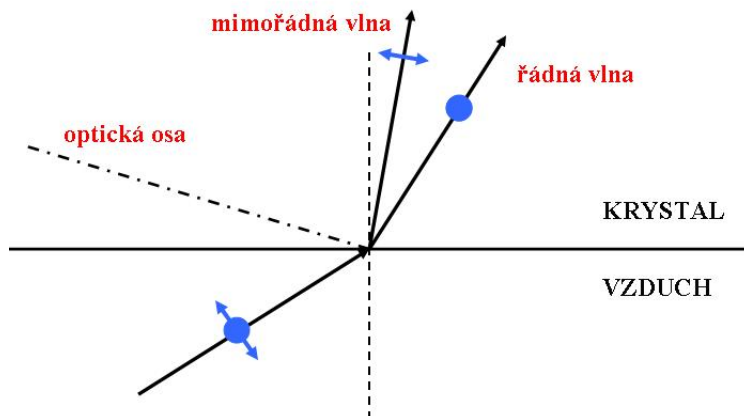
2.5 Šíření světla v anizotropním prostředí

2.5.1 Dvojlom

V opticky anizotropní látce se světlo šíří v různých směrech různou rychlostí. Tato skutečnost je důležitým předpokladem pro vznik tzv. *dvojlomu*. V obecném slova smyslu můžeme jako dvojlom nazvat závislost indexu lomu na směru a polarizaci.

Pokud světlo dopadá na stěnu dvojlomného materiálu, dochází k jeho rozdělení na dva paprsky. Jeden z nich se nazývá *řádny* (*ordinární*), a značí se *o*, druhý paprsek *e* se nazývá *mimořádný* (*extraordinární*). Řádný paprsek se chová podle zákona lomu. Mimořádný paprsek se podle zákona lomu nechová. Dopadá-li světlo na stěnu kolmo, pak řádný paprsek pokračuje v nezměněném směru a chová se podle zákona lomu, zatímco mimořádný paprsek se odchyluje od kolmice a láme se v rovině, která se nazývá *hlavní řez*. Oba paprsky jsou dokonale lineárně polarizovány. K dvojlomu nedochází pouze v případě, že světlo dopadá ve směru optické osy.

Optická osa uvažovaného krystalu je přímka, která odpovídá takovému směru šíření světla, v němž nezávisí index lomu na polarizaci světla. Krystaly, které mají pouze jeden takovýto význačný směr, se nazývají *jednoosé krystaly*. V jednoosých krystalech je řádná vlna polarizována kolmo na rovinu hlavního řezu a mimořádná vlna je polarizována v rovině hlavního řezu (viz *Obr. 2.2*).



Obrázek 2.2 - Řádná a mimořádná vlna

2.5.2 Optická indikatrix

V anizotropním prostředí obecně není vektor elektrické indukce \vec{D} rovnoběžný s vektorem elektrické intenzity \vec{E} . Místo jednoduchého vztahu $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ tak v případě anizotropního prostředí dostaneme vztah

$$\vec{D} = \overleftrightarrow{\varepsilon} \vec{E}, \quad (2.11)$$

kde $\overleftrightarrow{\varepsilon}$ představuje tenzor 2. řádu:

$$\overleftrightarrow{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

Lze však najít takovou souřadnou soustavu spojenou s anizotropním prostředím, ve které bude tenzor $\overleftrightarrow{\varepsilon}$ diagonální:

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Pro hustotu energie elektromagnetického pole spojenou s polem elektrickým pak můžeme psát:

$$w_e = \frac{1}{2} \left(\frac{D_x^2}{\varepsilon_x} + \frac{D_y^2}{\varepsilon_y} + \frac{D_z^2}{\varepsilon_z} \right). \quad (2.14)$$

V případě jednoosé látky jsou si dvě komponenty ε_i ; $i=x, y, z$ rovny (například $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$).

Rovnici (2.14) dále vydělíme w_e a jednotlivé permitivity ε_i napíšeme jako součin permitivity vakua ε_0 a odpovídající relativní permitivity ε_{ir} :

$$1 = \frac{\frac{D_x^2}{2w_e\varepsilon_0}}{\varepsilon_{xr}} + \frac{\frac{D_y^2}{2w_e\varepsilon_0}}{\varepsilon_{yr}} + \frac{\frac{D_z^2}{2w_e\varepsilon_0}}{\varepsilon_{zr}} = \frac{X^2}{\varepsilon_{xr}} + \frac{Y^2}{\varepsilon_{yr}} + \frac{Z^2}{\varepsilon_{zr}} = \frac{X^2}{n_x^2} + \frac{Y^2}{n_y^2} + \frac{Z^2}{n_z^2}, \quad (2.15)$$

kde jsme zavedli označení $X = \frac{D_x}{\sqrt{2\varepsilon_0 w_e}}$, $Y = \frac{D_y}{\sqrt{2\varepsilon_0 w_e}}$ a $Z = \frac{D_z}{\sqrt{2\varepsilon_0 w_e}}$ a využili vztah $\sqrt{\varepsilon_{ir}} = n_i$, který nalezneme například v [5]. *Optická indikatrix* je elipsoid daný v prostorových souřadnicích rovnicí (2.15).

V anizotropní látce se světlo šíří tak, že v každém směru mohou postupovat dvě vlny s obecně různými indexy lomu, které jsou lineárně polarizované v navzájem kolmých rovinách. Indexy lomu a polarizační směry pro daný směr šíření vlny \vec{s} můžeme nalézt právě pomocí indexového elipsoidu (2.15).

V dalším se budeme zabývat pouze případem *jednoosých látek* ($n_x = n_y = n_o$ a $n_z = n_e$), kdy je optická indikatrix rotační elipsoid. Velikost indexů lomu v závislosti na směru šíření určíme z (2.15) následujícím postupem:

- Nejprve sestrojíme rovinu kolmou k vektoru \vec{s} (viz Obr. 2.3).
- Řez elipsoidu touto rovinou je obecně elipsa. Směr jejích poloos určuje polarizační směry vektoru \vec{D} a jejich velikost určuje odpovídající indexy lomu.
- Pro vlnu, která se šíří pod úhlem θ k optické ose, má tedy elipsa indexu lomu délky poloos n_o a $n_e(\theta)$ (viz Obr. 2.3), kde n_o je index lomu řádné vlny a $n_e(\theta)$ index vlny mimořádné.

- Z obrázku je zřejmé, že při změně směru vektoru \vec{s} zůstane velikost jedné z poloos eliptického řezu (poloosa n_o) konstantní. Řádná vlna má tedy index lomu n_o bez ohledu na velikost θ . Tento index lomu, který je nezávislý na směru šíření, nazýváme *ordinární index lomu*.

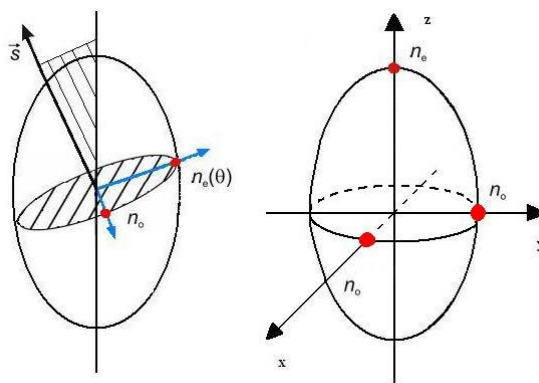
- Index lomu $n_e(\theta)$ pro mimořádný paprsek šířící se pod úhlem θ vzhledem k optické ose je dán vztahem:

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2\theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_e^2}, \quad (2.16)$$

který odvodíme později. Mimořádná vlna má tedy index lomu $n_e(\theta)$, zvaný *extraordinární index lomu*, který se mění od hodnoty n_o pro $\theta = 0^\circ$, až do hodnoty n_e pro $\theta = 90^\circ$.

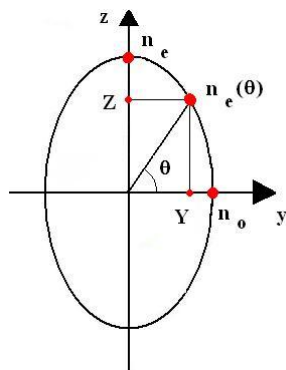
Poznamenejme ještě, že je-li řezem kruh, pak je polarizační směr libovolný a index lomu nezávisí na polarizačním směru (tato situace odpovídá šíření ve směru optické osy). Veličiny n_o a n_e se nazývají *hlavní indexy lomu*.

Jako pozitivní jsou označovány ty krystaly, které splňují nerovnost $n_e > n_o$, tj. jejichž velikost mimořádného indexu lomu je větší než velikost ordinárního indexu lomu n_o , který nezávisí na směru šíření. Je-li naopak $n_e < n_o$, pak krystal nazveme negativním.



Obrázek 2.3 - Optická indikatrix pro jednoosý pozitivní krystal

Odvození vztahu (2.16) je poměrně snadné: mimořádný index lomu $n_e(\theta)$ určíme tak, že v rovnici (2.15) položíme $X = 0$, čímž daný problém převedeme do roviny $y - z$ (viz Obr. 2.4).



Obrázek 2.4 - Odvození indexu lomu mimořádné vlny, jejíž vlnový vektor svírá úhel θ s optickou osou jednoosého krystalu

Máme tedy rovnici $\frac{Y^2}{n_o^2} + \frac{Z^2}{n_e^2} = 1$ a z geometrie znázorněné na *Obrázku 2.4* je zřejmé, že platí: $Y = n_e(\theta)\cos(\theta)$ a $Z = n_e(\theta)\sin(\theta) \Rightarrow \frac{[n_e(\theta)\cos(\theta)]^2}{n_o^2} + \frac{[n_e(\theta)\sin(\theta)]^2}{n_e^2} = 1 \Rightarrow$ (2.16).

Vztah (2.16) můžeme dále upravit: $\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2\theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_e^2} = \frac{1}{n_o^2} + \sin^2\theta \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2} \right) \Rightarrow$

$$\sin^2\theta = \frac{\frac{1}{n_e^2(\theta)} - \frac{1}{n_o^2}}{\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2}}. \quad (2.17)$$

2.5.3 Nelineární krystal BBO

BBO (*beta-Bariumborat krystal*, $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$) je jednoosý dvojlomný krystal, který vykazuje velké nelineární vlastnosti a užívá se proto hojně při mnohých nelineárních aplikacích, například ke směšování vlnových frekvencí. BBO je trigonální *pozitivní krystal* - tj. jeho velikost mimořádného indexu lomu n_e je větší než velikost řádného indexu lomu n_o .

Při studiu upkonverze se BBO nejčastěji nastavuje tak, aby byla splněna podmínka sfázování

$$\boxed{\vec{k}_1^{(o)} + \vec{k}_2^{(o)} = \vec{k}_3^{(e)}(\theta)}, \quad (2.18)$$

kde se původní dvě vlny šíří jako řádné paprsky a vznikající záření součtové frekvence se šíří jako paprsek mimořádný⁶. Vztah (2.18) udává tzv. *sfázování typu I* (sfázování o-o→e).

⁶Obecně platí, že pro pozitivní krystaly lze použít jen uspořádání, ve kterém je paprsek součtové frekvence mimořádný.

3 Konkrétní problém, výchozí experiment

Náš výchozí experiment je založen na generování součtové frekvence v opticky nelineárním krystalu BBO, na který necháme zároveň dopadat záření vzniklé luminiscencí a nasměrovaný svazek dané vlnové délky λ_{IR} . Luminiscenční záření se zde setká s laserovým pulzem a může tedy dojít k upkonverzi. Nejprve použijeme vlnovou délku $\lambda_{IR} = 810\text{nm}$, následně pak $\lambda_{IR} = 760\text{nm}$. Tyto hodnoty λ_{IR} jsme zvolili proto, že se v hojně míře používají v laboratořích KCHFO a dosažených numerických a grafických výsledků bude tedy možno v budoucnu využít při experimentálních měřeních prováděných pod záštitou této katedry, což je hlavním záměrem této práce.

Luminiscenční a laserový puls se v krystalu BBO šíří jako řádné paprsky a vznikající záření součtové frekvence se šíří jako paprsek mimořádný. Optická osa krystalu svírá s kolmicí na rovinu povrchu krystalu úhel $\varphi = 27,5^\circ$. Vzniklé „součtové“ záření můžeme díky jeho odlišné frekvenci vybrat ze světelného svazku vycházejícího z krystalu pomocí spektrometru a poté registrovat například fotonásobičem.

Optimální podmínky pro upkonverzi budeme podrobněji diskutovat v následující části této práce. Naším hlavním cílem bude stanovit tzv. *ladicí křivku* - závislost optimální orientace krystalu na vlnové délce luminiscenčního záření.

Intenzita generovaného součtového záření závisí na intenzitě luminiscenčního záření, které prochází krystalem současně s laserovým pulsem (tzv. princip optické závěrky). Menší změnou délky jednoho ramene můžeme volit zpoždění dopadu laserového paprsku na krystal a proměřit tak intenzitu luminiscence v různých časech.

Protože frekvence generovaného záření závisí na frekvenci signálu (luminiscenčního záření) a navíc jsou při různých polohách nelineárního krystalu vzhledem k dopadajícím paprskům splněny podmínky pro upkonverzi různých frekvencí, můžeme upkonverzi použít i k měření časového vývoje spektra luminiscence.

Z praktických důvodů budeme od této doby ve všech vztazích luminiscenci označovat dolním indexem $_{PL}$, spínací laserový puls indexem $_{IR}$ a součtové záření vzniklé upkonverzí indexem $_{UP}$. Vztahy (2.8), (2.9) a (2.10), zavedené obecně v kapitole Teoretický základ, můžeme pro náš experiment napsat s příslušnými indexy jako:

$$\boxed{k_{UP}^2 = k_{PL}^2 + k_{IR}^2 - 2k_{PL}k_{IR} \cos(180^\circ - \delta)}, \quad (3.1)$$

$$\boxed{\left(\frac{n_{UP}}{\lambda_{UP}}\right)^2 = \left(\frac{n_{PL}}{\lambda_{PL}}\right)^2 + \left(\frac{n_{IR}}{\lambda_{IR}}\right)^2 + 2\frac{n_{PL}n_{IR}}{\lambda_{PL}\lambda_{IR}} \cos \delta}, \quad (3.2)$$

$$\boxed{\omega_{UP} = \omega_{PL} + \omega_{IR}}. \quad (3.3)$$

4 Početní a grafické zpracování dané problematiky

4.1 Ladicí křivka pro kolineární sfázování

Úhel θ , který svírá uvnitř krystalu paprsek součtové frekvence s optickou osou krystalu při přesném splnění kolineární podmínky $k_{PL} + k_{IR} = k_{UP}$, je dán vztahem (2.17):

$$\sin^2\theta = \frac{\frac{1}{n_{eUP}^2(\theta)} - \frac{1}{n_{oUP}^2}}{\frac{1}{n_{eUP}^2} - \frac{1}{n_{oUP}^2}}. \quad (4.1)$$

Z kolineární podoby fázové podmínky (2.18) dostaneme:

$$n_{eUP}(\theta) = \frac{\lambda_{UP}}{\lambda_{PL}} n_{oPL} + \frac{\lambda_{UP}}{\lambda_{IR}} n_{oIR} \quad (4.2)$$

Pro hodnoty n_o a n_e v BBO jako funkce vlnové délky v mikrometrech udává [1] přibližné vztahy⁷:

$$n_o^2(\lambda) = 2,7405 + \frac{0,0184}{\lambda^2[\mu\text{m}] - 0,0179} - 0,0155\lambda^2[\mu\text{m}] \quad (4.3)$$

$$n_e^2(\lambda) = 2,3730 + \frac{0,0128}{\lambda^2[\mu\text{m}] - 0,0156} - 0,0044\lambda^2[\mu\text{m}] \quad (4.4)$$

Dosazením (4.2), (4.3) a (4.4) do (4.1) dostaneme:

$$\sin^2\theta = \frac{\left[\frac{\lambda_{UP}}{\lambda_{PL}} n_{oPL} + \frac{\lambda_{UP}}{\lambda_{IR}} n_{oIR} \right]^{-2} - \left[2,7405 + \frac{0,0184}{\lambda_{UP}^2 - 0,0179} - 0,0155\lambda_{UP}^2 \right]^{-1}}{\left[2,3730 + \frac{0,0128}{\lambda_{UP}^2 - 0,0156} - 0,0044\lambda_{UP}^2 \right]^{-1} - \left[2,7405 + \frac{0,0184}{\lambda_{UP}^2 - 0,0179} - 0,0155\lambda_{UP}^2 \right]^{-1}}.$$

K sestrojení grafu závislosti úhlu θ na vlnové délce λ_{PL} potřebujeme vyjádřit úhel θ jako funkci proměnné λ_{PL} : $\theta = \theta(\lambda_{PL})$. Vlnovou délku součtové vlny si proto vyjádříme z podmínky $\frac{1}{\lambda_{UP}} = \frac{1}{\lambda_{PL}} + \frac{1}{\lambda_{IR}}$. S vlnovou délkou laserového svazku pak již nemáme sebemenší problém, je totiž v našich výpočtech konstantou ($\lambda_{IR} = 810\text{nm}$ resp. $\lambda_{IR} = 760\text{nm}$).

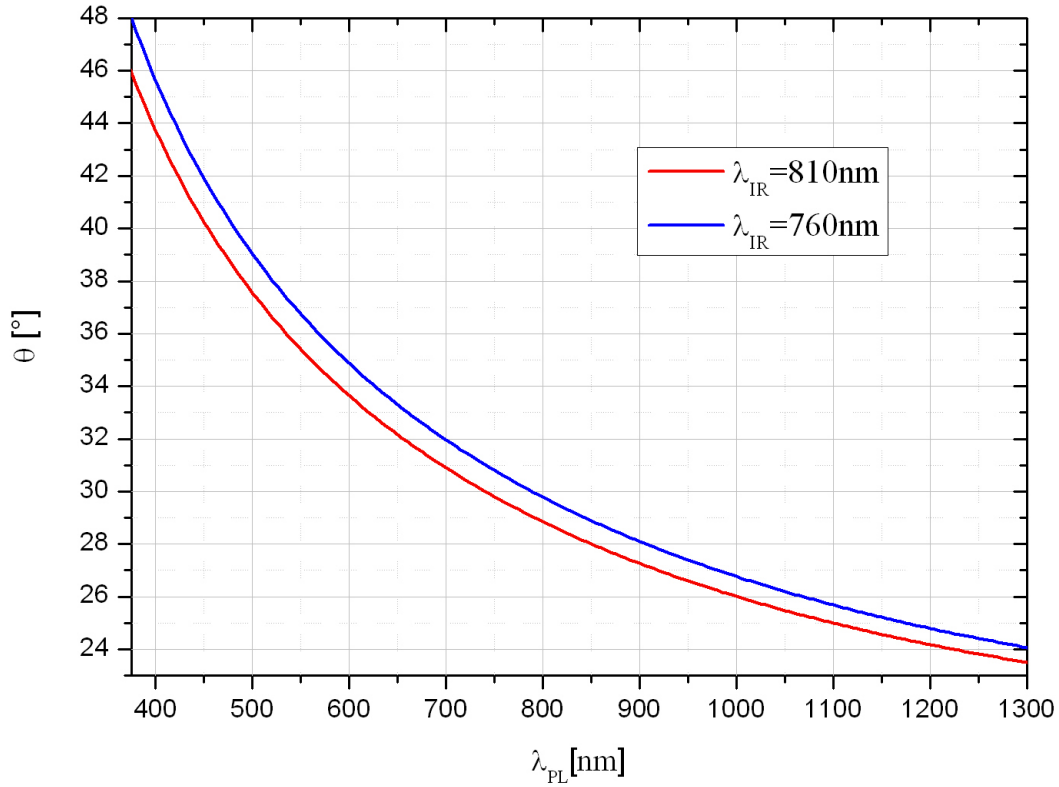
Spektrální závislost úhlu θ jsme zakreslili v *Grafu 1*.

⁷Poznamenejme ještě to, že uvedené vztahy platí pouze pro nelineární krystal BBO. Za zmínku také stojí fakt, že dostupná literatura se v těchto přibližných hodnotách rozchází, tak například [2] uvádí hodnoty

$$n_o^2(\lambda) = 2,7359 + \frac{0,01878}{\lambda^2[\mu\text{m}] - 0,01822} - 0,01354\lambda^2[\mu\text{m}],$$

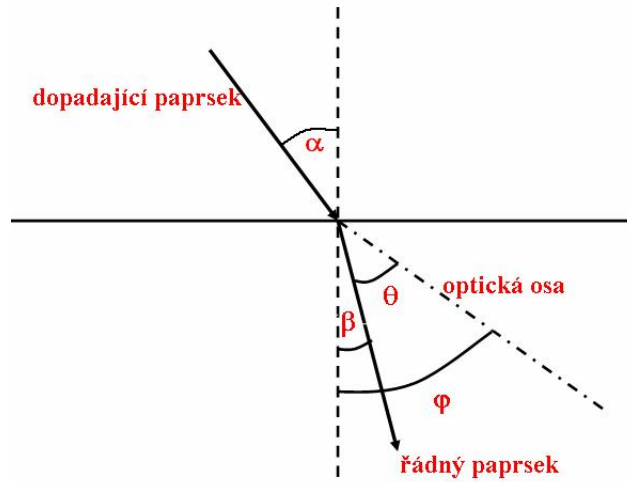
$$n_e^2(\lambda) = 2,3753 + \frac{0,01224}{\lambda^2[\mu\text{m}] - 0,01667} - 0,01516\lambda^2[\mu\text{m}],$$

které nejsou totožné s (4.3) a (4.4).



Graf 1 - Závislost úhlu θ , který má uvnitř krystalu svírat mimořádný paprsek s optickou osou krystalu, na vlnové délce λ_{PL} pro nelineární krystal BBO a vlnové délky laserového pulzu $\lambda_{IR} = 810$ nm a $\lambda_{IR} = 760$ nm.

Ze znalosti úhlu θ a úhlu φ , který svírá optická osa krystalu s kolmíci na rovinu povrchu krystalu ($\varphi = 27,5^\circ$), můžeme vypočítat odpovídající úhel dopadu α_{PL} resp. α_{IR} pro luminescenční resp. laserový svazek. Velikou výhodou máme při kolineárním sfázování v tom, že hodnota úhlu, který svírají ordinární paprsky s paprskem extraordinárním, je v našem případě s dostatečnou přesností rovna nule. Budeme dále předpokládat, že optická osa krystalu leží v rovině dopadu (viz Obr. 4.1).



Obrázek 4.1 - Lom řádného paprsku při vstupu do nelineárního krystalu

Pro úhly dopadu α a lomu β zavedeme následující znaménkovou konvenci: úhly jsou kladné, je-li paprsek od kolmice dopadu odkloněn stejným směrem jako optická osa; a záporné, je-li paprsek od kolmice dopadu odkloněn na opačnou stranu než optická osa.

Ze Snellova zákona lomu pak dostaneme pro úhel dopadu luminiscenčního paprsku α_{PL} :

$$\boxed{\sin\alpha_{PL} = n_{oPL} \sin(\varphi - \theta)} \quad (4.5)$$

a pro úhel dopadu laserového paprsku α_{IR} zcela analogický vztah:

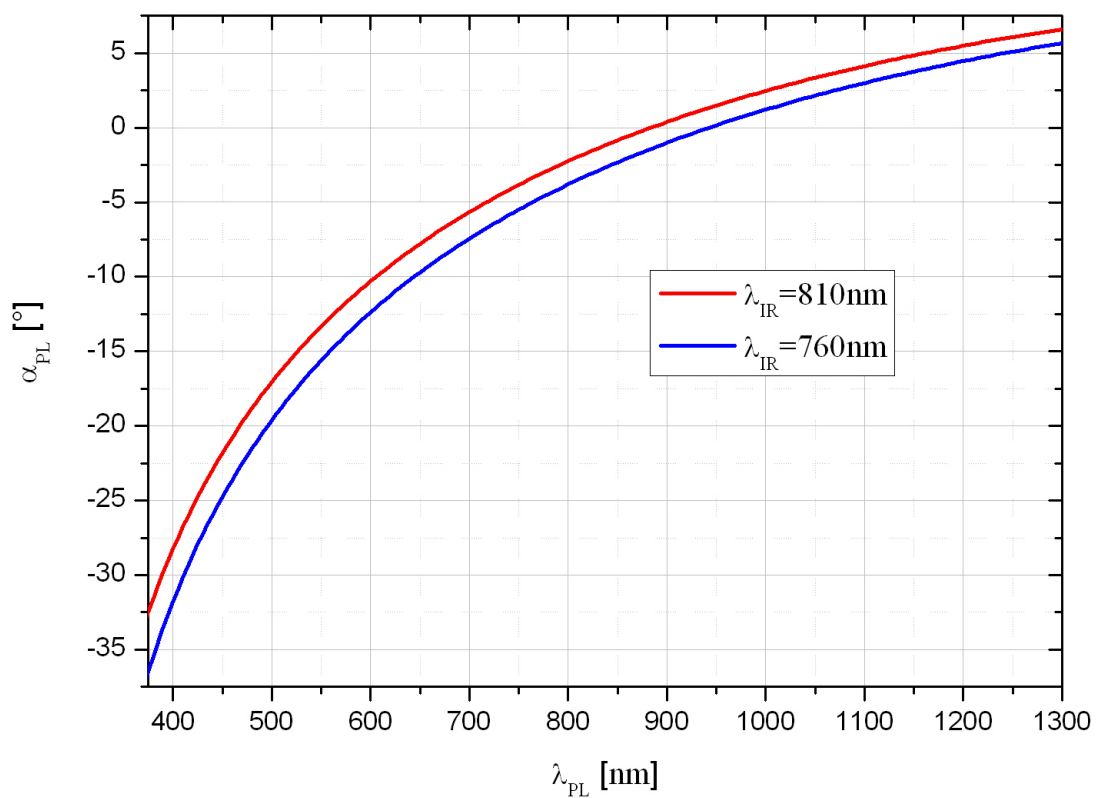
$$\sin\alpha_{IR} = n_{oIR} \sin(\varphi - \theta). \quad (4.6)$$

Naším dalším cílem je určit takové úhly dopadu paprsků na povrch krystalu, při kterých se paprsky lámou tak, že θ nabývá požadované hodnoty. Ze vztahu (4.5) dostaneme:

$$\alpha_{PL} = \arcsin [n_{oPL} \sin(\varphi - \theta)] = \arcsin \left[\sqrt{2,7405 + \frac{0,0184}{\lambda_{PL}^2 - 0,0179}} - 0,0155\lambda_{PL}^2 \sin(27,5^\circ - \theta) \right],$$

kde jsme za n_{oPL} dosadili z (4.3). Příslušné hodnoty θ jsme již určili (viz Graf 1).

Spektrální závislost úhlu α_{PL} jsme zakreslili do Grafu 2.



Graf 2 - Závislost úhlu dopadu α_{PL} na vlnové délce λ_{PL} pro nelineární krystal BBO, $\varphi = 27,5^\circ$ a vlnové délky laserového pulzu $\lambda_{IR} = 810$ nm a $\lambda_{IR} = 760$ nm.

4.2 Ladicí křivka při nekolineárním sfázování

Úhel θ opět vyjádříme ze vztahu (2.17):

$$\theta = \arcsin \left(\sqrt{\frac{n_{eUP}^{-2}(\theta) - n_{oUP}^{-2}}{n_{eUP}^{-2} - n_{oUP}^{-2}}} \right), \quad (4.7)$$

kde $n_{eUP}^2(\theta)$ je dán matematicky méně triviální podmínkou sfázování (2.18):

$$\left(\frac{n_{eUP}(\theta)}{\lambda_{UP}} \right)^2 = \left(\frac{n_{oPL}}{\lambda_{PL}} \right)^2 + \left(\frac{n_{oIR}}{\lambda_{IR}} \right)^2 + \frac{2n_{oPL}n_{oIR}\cos\delta}{\lambda_{PL}\lambda_{IR}} \quad (4.8)$$

$$\Rightarrow n_{eUP}^2(\theta) = \left(\frac{\lambda_{UP}n_{oPL}}{\lambda_{PL}} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_{UP}n_{oIR}}{\lambda_{IR}} \right)^2 + \frac{2\lambda_{UP}^2 n_{oPL}n_{oIR}\cos\delta}{\lambda_{PL}\lambda_{IR}}. \quad (4.9)$$

Za n_{oPL} , n_{oIR} , n_{oUP}^2 a n_{eUP}^2 můžeme dosadit vztahy (4.3) a (4.4).

Výše popsaný postup shrňme takto:

Pro hledaný úhel θ máme vztah

$$\theta = \arcsin \left(\sqrt{\frac{\left[\left(\frac{\lambda_{UP}n_{oPL}}{\lambda_{PL}} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_{UP}n_{oIR}}{\lambda_{IR}} \right)^2 + \frac{2\lambda_{UP}^2 n_{oPL}n_{oIR}\cos\delta}{\lambda_{PL}\lambda_{IR}} \right]^{-1} - n_{oUP}^{-2}}{n_{eUP}^{-2} - n_{oUP}^{-2}}} \right),$$

kde:

za λ_{IR} dosadíme postupně hodnoty 810 nm a 760 nm,

$$\lambda_{UP} = \frac{1}{\lambda_{UP}^{-1} + \lambda_{IR}^{-1}},$$

$$n_{oPL} = \sqrt{2,7405 + \frac{0,0184}{\lambda_{PL}^2 - 0,0179} - 0,0155\lambda_{PL}^2},$$

$$n_{oIR} = \sqrt{2,7405 + \frac{0,0184}{\lambda_{IR}^2 - 0,0179} - 0,0155\lambda_{IR}^2},$$

$$n_{oUP}^2 = 2,7405 + \frac{0,0184}{\lambda_{UP}^2 - 0,0179} - 0,0155\lambda_{UP}^2$$

$$= 2,7405 + \frac{0,0184}{\left[\frac{1}{\lambda_{UP}^{-1} + \lambda_{IR}^{-1}} \right]^2 - 0,0179} - 0,0155 \left[\frac{1}{\lambda_{UP}^{-1} + \lambda_{IR}^{-1}} \right]^2,$$

$$n_{eUP}^2 = 2,3730 + \frac{0,0128}{\lambda_{UP}^2 - 0,0156} - 0,0044\lambda_{UP}^2.$$

Vzhledem k tomu, že námi dosažených výsledků má být později použito k přesnějšímu měření časově rozlišené luminiscence, budeme uvažovat pouze takové hodnoty úhlu δ , kterých lze dosáhnout v běžných laboratorních podmínkách. Výpočty provedeme pro celkem deset hodnot úhlu $\delta = 0^\circ, 1^\circ, 2^\circ, \dots, 10^\circ$. Tyto výpočty jsou k dispozici na CD, které přikládáme k této práci. Ke grafickému zpracování použijeme pouze hodnoty $\delta = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ$ a 10° .

Ze zákona lomu dostaneme pro úhly dopadu luminiscenčního a laserového paprsku vztahy

$$\sin(\alpha_{PL}) = n_{oPL} \sin(\varphi - \theta - \gamma - \delta), \quad (4.10)$$

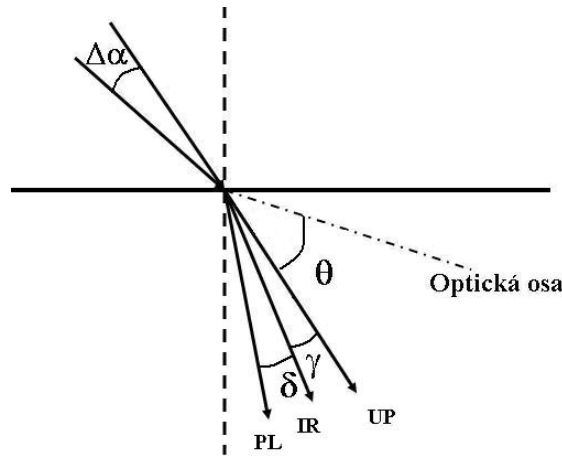
$$\sin(\alpha_{IR}) = n_{oIR} \sin(\varphi - \theta - \gamma), \quad (4.11)$$

kde význam jednotlivých úhlů je následující:

θúhel mezi optickou osou a mimořádným paprskem,

γúhel mezi řádným laserovým svazkem a mimořádným paprskem,

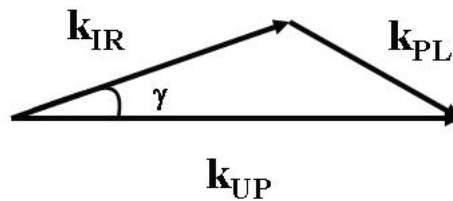
δúhel mezi řádnými svazky v krystalu.



Obrázek 4.2 - Význam jednotlivých úhlů - geometrie problému.

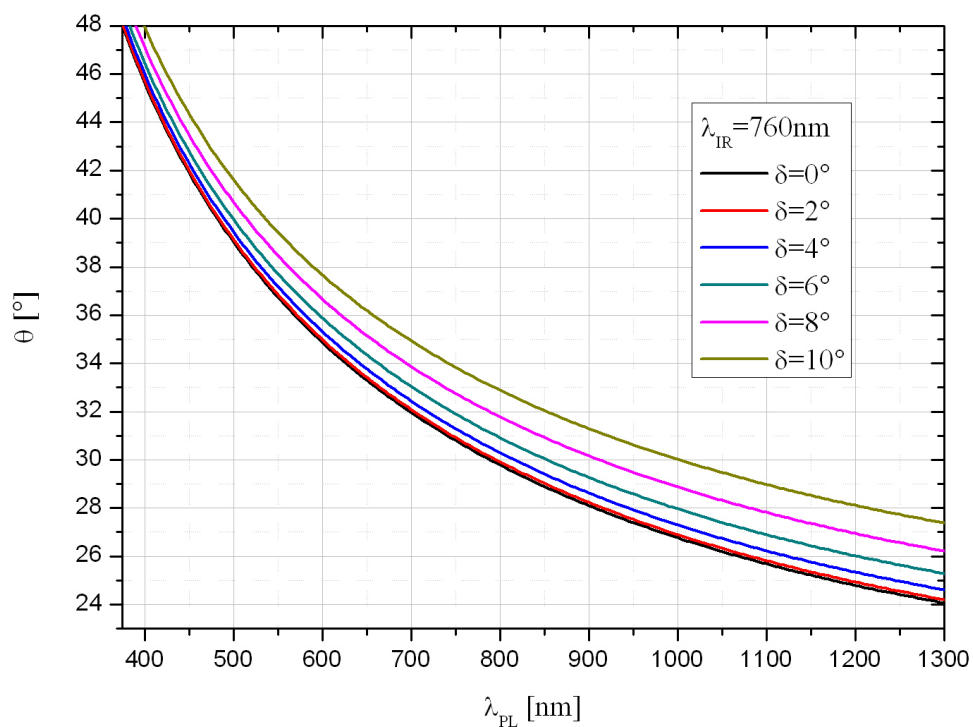
Z trojúhelníku znázorněného na Obrázku 4.3 je patrné, že pro úhel γ platí:

$$\cos(\gamma) = \frac{\left(\frac{n_{oIR}}{\lambda_{IR}}\right)^2 + \left(\frac{n_{eUP}(\theta)}{\lambda_{UP}}\right)^2 - \left(\frac{n_{oPL}}{\lambda_{PL}}\right)^2}{2 \frac{n_{oIR}}{\lambda_{IR}} \frac{n_{eUP}(\theta)}{\lambda_{UP}}} \quad (4.12)$$

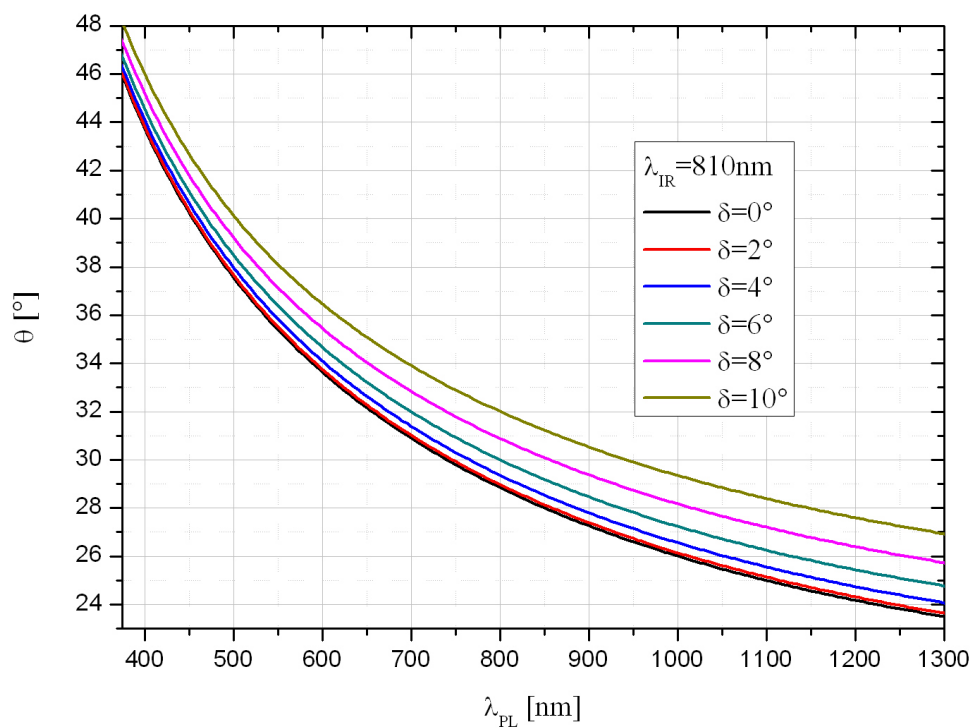


Obrázek 4.3 - Úhel gama.

Grafy 3 a 4 znázorňují spektrální závislost úhlu θ pro stejné rozmezí hodnot λ_{PL} , jaké jsme použili v Grafech 1 a 2.

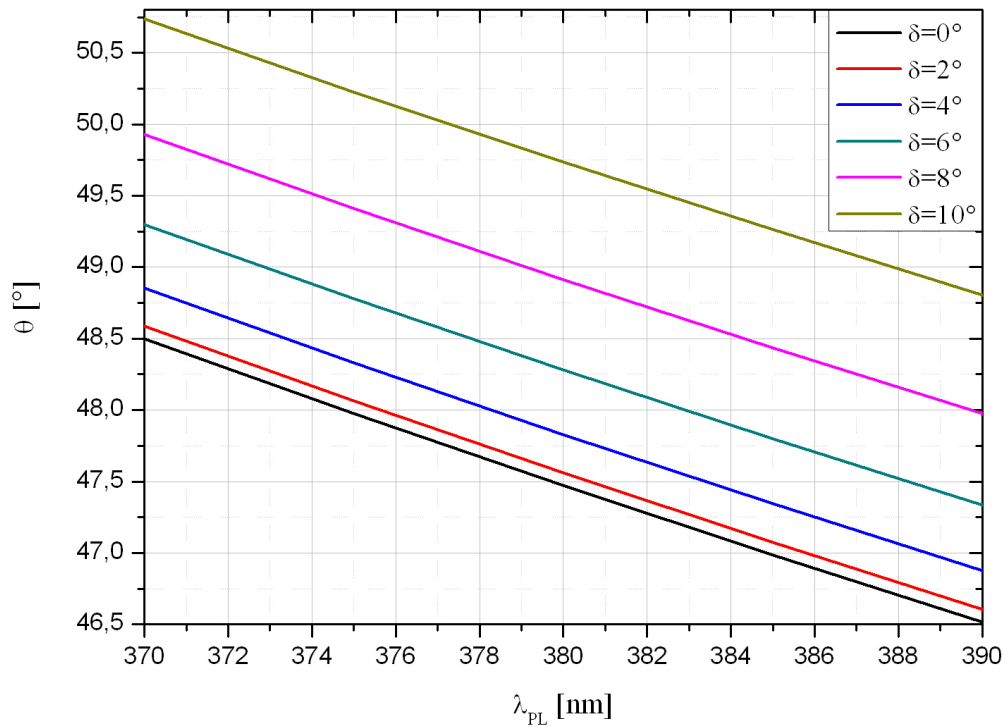


Graf 3 - Závislost úhlu θ na vlnové délce λ_{PL} pro vybrané hodnoty úhlu δ ; $\lambda_{IR} = 760 \text{ nm}$ ($\delta = 0^\circ$, $\delta = 2^\circ$, $\delta = 4^\circ$, $\delta = 6^\circ$, $\delta = 8^\circ$ a $\delta = 10^\circ$).

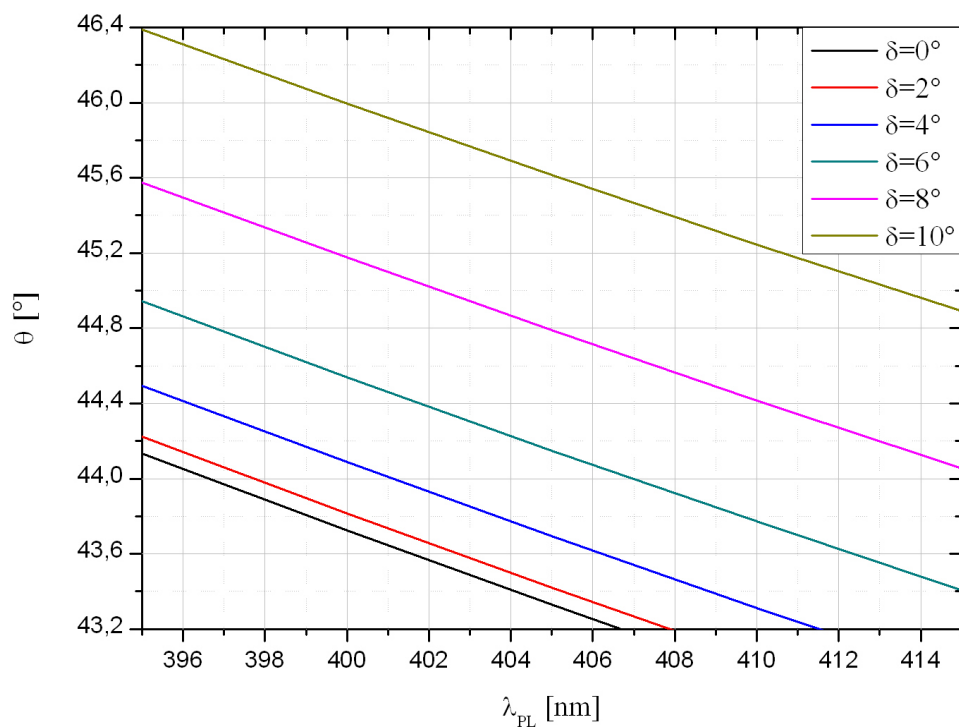


Graf 4 - Závislost úhlu θ na vlnové délce λ_{PL} pro vybrané hodnoty úhlu δ ; $\lambda_{IR} = 810 \text{ nm}$ ($\delta = 0^\circ$, $\delta = 2^\circ$, $\delta = 4^\circ$, $\delta = 6^\circ$, $\delta = 8^\circ$ a $\delta = 10^\circ$).

Z Grafů 3 - 4 vidíme, že některé hodnoty úhlu δ navzájem splývají. Pro přehlednost znázorníme uvedené závislosti pro hodnoty vlnové délky luminiscenčního záření, které leží v okolí $\lambda_{PL} = \lambda_{IR}/2$ (pro laserový pulz $\lambda_{IR} = 810\text{nm}$ se omezíme na interval $\lambda_{PL} \in \langle 395\text{ nm}; 415\text{ nm} \rangle$; a pro $\lambda_{IR} = 760\text{nm}$ pak na hodnoty $\lambda_{PL} \in \langle 370\text{ nm}; 390\text{ nm} \rangle$).

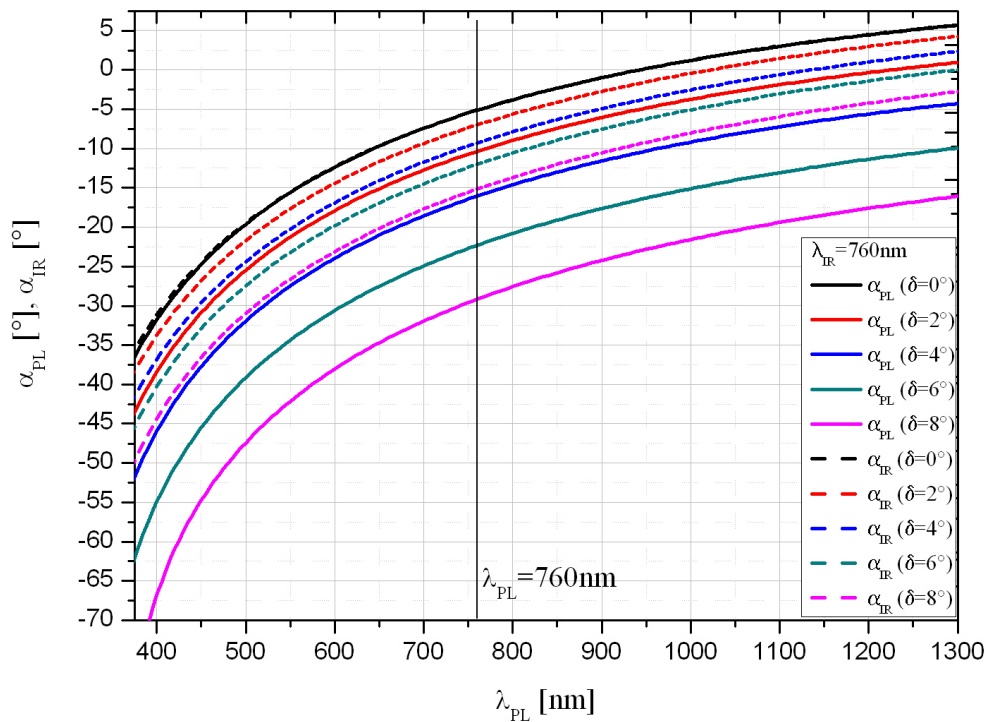


Graf 5 - Závislost úhlu θ na vlnové délce $\lambda_{PL} \in \langle 370\text{ nm}; 390\text{ nm} \rangle$ pro vybrané hodnoty úhlu δ ($\delta = 0^\circ$, $\delta = 2^\circ$, $\delta = 4^\circ$, $\delta = 6^\circ$, $\delta = 8^\circ$ a $\delta = 10^\circ$); $\lambda_{IR} = 760\text{nm}$.

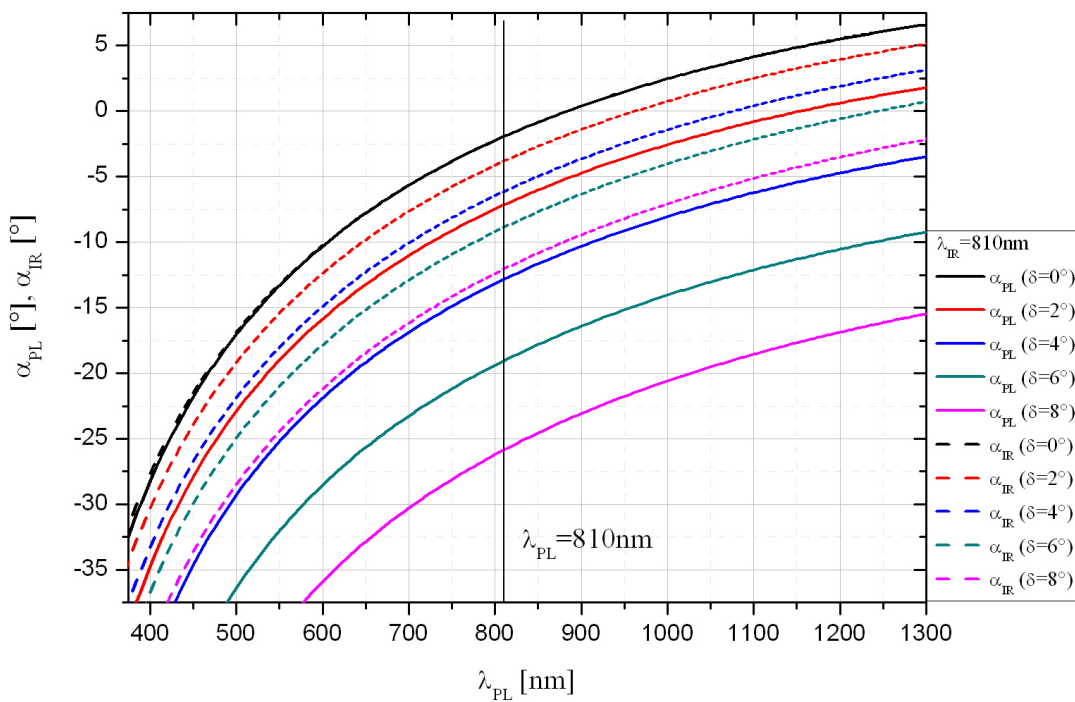


Graf 6 - Závislost úhlu θ na vlnové délce $\lambda_{PL} \in \langle 395 \text{ nm}; 415 \text{ nm} \rangle$ pro vybrané hodnoty úhlu δ ($\delta=0^\circ$, $\delta=2^\circ$, $\delta=4^\circ$, $\delta=6^\circ$, $\delta=8^\circ$ a $\delta=10^\circ$); $\lambda_{IR} = 810 \text{ nm}$.

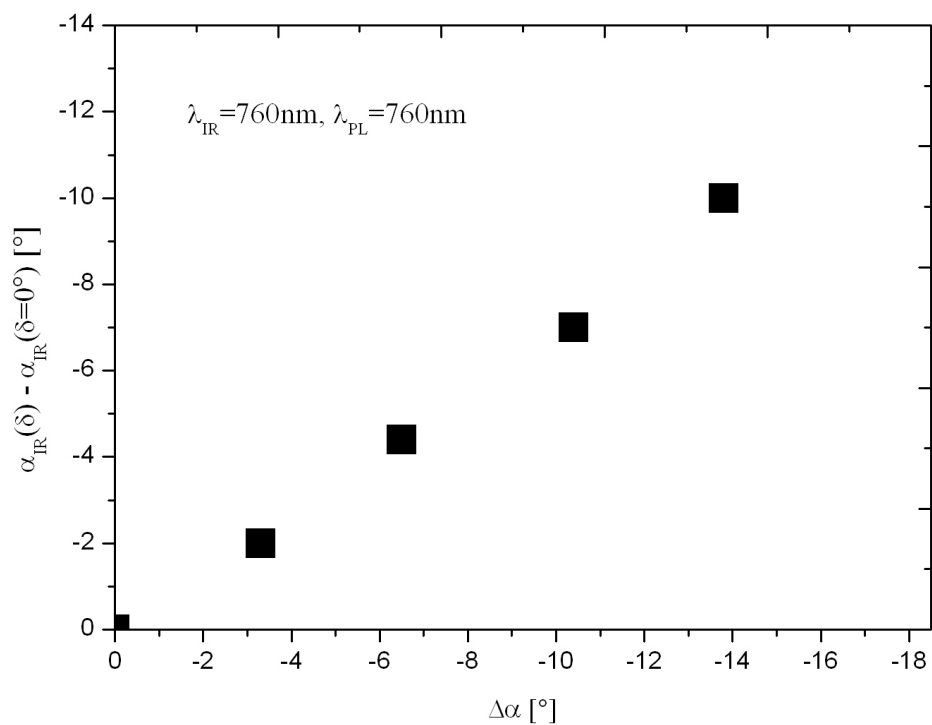
Závislost úhlů dopadu α_{PL} a α_{IR} na vlnové délce jsme zakreslili pro vlnovou délku $\lambda_{IR}=760 \text{ nm}$ resp. $\lambda_{IR}=810 \text{ nm}$ do Grafu 7 resp. Grafu 8. Z grafů jsme pro hodnoty $\lambda_{PL} = \lambda_{IR}$ odečetly hodnoty úhlu $\Delta\alpha$, který svírají dopadající paprsky. Závislost úhlu $\Delta\alpha$ na rozdílu $\alpha_{IR}(\delta) - \alpha_{IR}(\delta = 0^\circ)$ (tj. na odchylce hodnoty úhlu α_{IR} pro obecné nekolineární sfázování od hodnoty úhlu α_{IR} při kolineárním sfázování) jsme pak vynesli do Grafů 9 a 10.



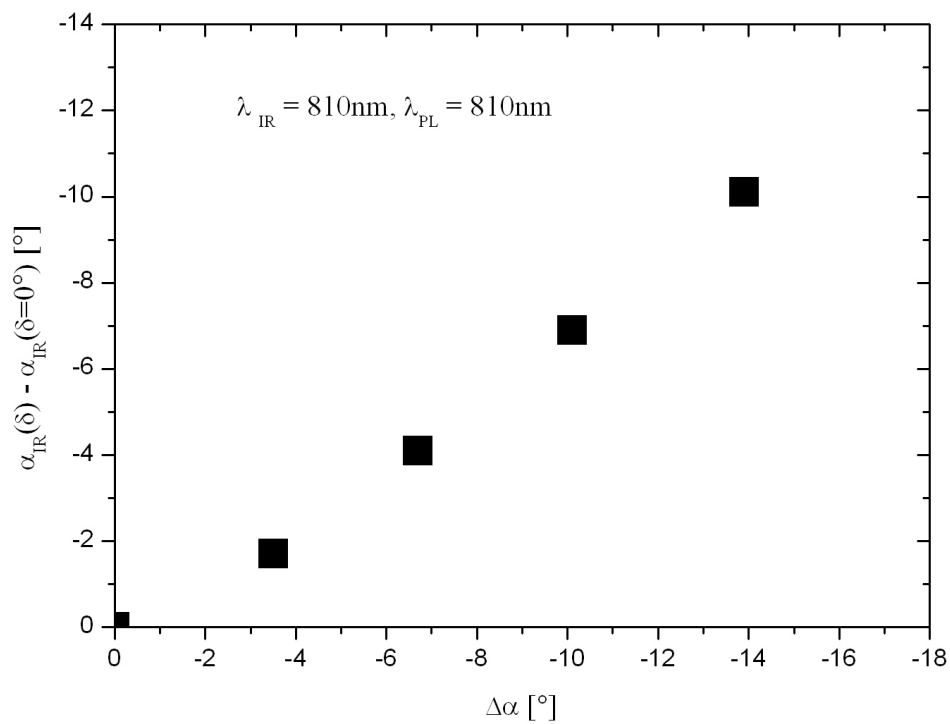
Graf 7 - Závislost úhlů dopadu α_{PL} a α_{IR} na vlnové délce λ_{PL} pro vybrané hodnoty úhlu δ ($\delta=0^\circ$, $\delta=2^\circ$, $\delta=4^\circ$, $\delta=6^\circ$ a $\delta=8^\circ$); $\lambda_{IR}=760 \text{ nm}$.



Graf 8 - Závislost úhlů dopadu α_{PL} a α_{IR} na vlnové délce λ_{PL} pro vybrané hodnoty úhlu δ ($\delta=0^\circ$, $\delta=2^\circ$, $\delta=4^\circ$, $\delta=6^\circ$ a $\delta=8^\circ$); $\lambda_{IR}=810 \text{ nm}$.



Graf 9 - Závislost úhlu $\Delta\alpha$, který svírají úhly dopadu, na rozdílu hodnot $\alpha_{IR}(\delta) - \alpha_{IR}(\delta = 0^\circ)$; $\lambda_{PL} = \lambda_{IR} = 760\text{nm}$.



Graf 10 - Závislost úhlu $\Delta\alpha$, který svírají úhly dopadu, na rozdílu hodnot $\alpha_{IR}(\delta) - \alpha_{IR}(\delta = 0^\circ)$; $\lambda_{PL} = \lambda_{IR} = 810\text{nm}$.

5 Diskuse

Při vyhodnocování správnosti námi stanovené ladicí křivky pro případ kolineárního sfázování (viz *Graf 1* a *Graf 2*) máme tu výhodu, že výpočtem stanovené hodnoty můžeme porovnat s výsledky uvedenými v [1].

Ve výpočtech provedených při řešení problému nekolineárního sfázování nám vystupovala hodnota úhlu δ jako parametr, jehož hodnoty jsme postupně měnili. Tyto výsledky jsou tedy v porovnání s předchozí úlohou obecnější a zahrnují i případ kolineárního sfázování (tj. případ, kdy $\delta = 0^\circ$). Jsou-li námi stanovené výsledky správné, pak musíme pro $\delta = 0^\circ$ dostat stejné výsledky, jaké jsme dostali v předchozím případě. Nahlédnutím do vypočtených hodnot, které nalezneme na přiloženém CD, zjistíme, že tomu tak skutečně je.

Z *Grafů 3 - 8* je patrné, že ladicí křivka pro $\delta = 0^\circ$ je v relativně těsné blízkosti křivky pro $\delta = 2^\circ$. Přesuneme-li se o jednu křivku dále, tak vidíme, že druhá dvojice křivek (tj. křivky odpovídající hodnotám $\delta = 2^\circ$ a $\delta = 4^\circ$) se vyznačuje větší vzájemnou vzdáleností a tato tendence dále pokračuje. Budeme-li tedy porovnávat vzdálenost sousedních křivek, tak nejvíce vzdáleny jsou křivky s hodnotou $\delta = 8^\circ$ a $\delta = 10^\circ$. Tento výsledek se jeví jako rozumný a určitě není v rozporu s tím, co by se dalo očekávat. Při malých odchylkách od 0° lze tedy s poměrně malou chybou považovat oba vstupující svazky za kolineární.

Jednotlivé ladicí křivky znázorněné v *Grafech 5 - 6* vypadají téměř rovnoběžně, což je způsobeno tím, že jsme se zde omezili na vlnové délky z intervalu $\lambda_{PL} \in \langle 395 \text{ nm}; 415 \text{ nm} \rangle$ resp. $\lambda_{PL} \in \langle 370 \text{ nm}; 390 \text{ nm} \rangle$. *Graf 5* resp. *Graf 6* znázorňuje pouze detail průběhu, který je vynesena v *Grafu 3* resp. *Grafu 4*.

6 Závěr

- V teoretické části jsme zavedli stěžejní pojmy a odvodili důležité vztahy vztahující se k problematice *podmínky sfázování* a *optické upkonverze*.

- Stanovili jsme *ladicí křivku* (závislost optimální orientace krystalu na vlnové délce luminiscenčního záření) pro nelineární *krystal BBO* při sfázování typu $o-o \rightarrow e$, kdy na krystal dopadá zároveň záření vzniklé luminiscencí a nasměrovaný laserový svazek a obě tyto vlny se krystalem šíří jako řádné paprsky, kdežto vzniklé záření součtové frekvence se jím šíří jako paprsek mimořádný.

Ladicí křivka pro případ kolineárního sfázování je znázorněna v *Grafech 1 a 2*. Výpočty jsme provedli pro vlnové délky dopadajícího laserového svazku 810nm a 760nm. Obě tyto hodnoty se při experimentech - speciálně pak v laboratořích KCHFO - hojně používají.

Ladicí křivka pro obecnější nekolineární sfázování je znázorněna v *Grafech 3 - 8*. Křivky jsme znázornili pro pět vybraných a v praxi reálných hodnot úhlu δ .

- Odchylku od kolineární aproximace jsme vynesli v *Grafech 9 a 10*.

- Provedli jsme diskusi dosažených výsledků (viz část *Diskuse*).

- Veškeré výpočty a grafy jsme vypálili na CD, které přikládáme k této práci. (Kompaktní disk obsahuje konkrétně soubor typu PDF s celou touto prací, dokument aplikace Microsoft Excel s podrobnými výpočty a dokumenty programu Origin, ve kterém jsme sestrojili veškeré grafy.)

- Námi dosažených výsledků bude použito při měření časově rozlišené luminiscence v laboratořích KCHFO. Zpřesnění ladicí křivky uvážením obecnějšího nekolineárního sfázování umožní přesnější měření a automatizaci experimentu.

Literatura

- [1] M. Ondráček. *Upkonverze luminiscence – studentský projekt*. MFF UK, 2000.
- [2] B. E. A. Saleh, M. C. Teich. *Základy fotoniky 4*. MatFyzPress, Praha, 1996.
- [3] J. Shah. *IEEE Journal of Quantum Electronics – Ultrafast Luminiscence Spektroskopy*. vol. 24, No. 2, 1988.
- [4] E. Mechlová, K. Košťál a kol. *Výkladový slovník fyziky*. Prometheus, Praha, 2001.
- [5] B. E. A. Saleh, M. C. Teich. *Základy fotoniky 2*. MatFyzPress, Praha, 1994.
- [6] <http://edoc.hu-berlin.de/dissertationen/schanz-hans-roland-2002-05-28/PDF/Schanz.pdf>.