

Posudek na diplomovou práci

Lukáš Malý: Interpolation of operators on function spaces

Klasická Calderónova věta tvrdí, že kvazilineární operátor, který je slabých typů (p_1, q_1) a (p_2, q_2) , $1 \leq p_1 < p_2 < \infty$, $1 < q_1, q_2 \leq \infty$, $q_1 \neq q_2$, tj. který splňuje

$$T : L^{p_1,1} \mapsto L^{q_1,\infty} \quad \text{a} \quad T : L^{p_2,1} \mapsto L^{q_2,\infty},$$

je omezený mezi dvěma Banachovými prostory funkcí invariantními vůči nerostoucímu přerovnání právě tehdy, když jistý jednodimenzionální operátor (tzv. Calderónův operátor) je omezený mezi odpovídajícími reprezentativními prostory. V práci [1] tento výsledek byl zobecněn na kvazilineární operátory, pro které platí

$$T : L^{p_1,1} \mapsto L^{q_1,\infty} \quad \text{a} \quad T : L^{p_2,\infty} \mapsto L^{q_2,\infty},$$

nebo

$$T : L^{p_1,1} \mapsto L^{q_1,1} \quad \text{a} \quad T : L^{p_2,1} \mapsto L^{q_2,\infty}.$$

Cílem diplomové práce bylo zobecnit tyto výsledky na případ, kdy prostory $L^{p_i,1}$, $L^{q_i,1}$, $i = 1, 2$, jsou nahrazeny obecnými Lorentzovými prostory Λ_{X_i} , Λ_{Y_i} , a prostory $L^{p_i,\infty}$, $L^{q_i,\infty}$ obecnými Marcinkiewiczovými prostory M_{X_i} , M_{Y_i} , kde X_i a Y_i jsou Banachovy prostory funkcí invariantní vůči nerostoucímu přerovnání. Tohoto cíle se autorovi podařilo dosáhnout. Vyšel přitom ze zmíněné práce [1] a z článku [2], kde jsou vypočteny K-funkcionály pro dvojice prostorů (M_X^*, Y) a (Λ_X^*, Y) (zde X a Y jsou opět Banachovy prostory funkcí invariantní vůči nerostoucímu přerovnání).

Autor diplomové práce prokázal nejen schopnost samostatně se orientovat v matematické literatuře, ale také ukázal, že je schopen samostatně vědecky pracovat a odvodit nové, netriviální výsledky. V práci jsem našel pouze jeden podstatnější nedostatek: chybí definice operátorů typu $(\Lambda_{X_1}, M_{Y_1}; M_{X_2}, M_{Y_2})$ a typu $(\Lambda_{X_1}, \Lambda_{Y_1}; \Lambda_{X_2}, M_{Y_2})$. Seznam drobných nedostatků byl předán přímo autorovi. Navrhuji ohodnotit diplomovou práci známkou výborně.

REFERENCE

- [1] A. Gogatishvili and L. Pick, *Calderón-type theorems for operators of non-standard endpoint behavior*, KMA Preprint Series **MATH-KMA-2007/251**.
<http://www.karlin.mff.cuni.cz/kma-preprints/>
- [2] M. Milman, *Interpolation of operators of mixed weak-strong type between rearrangement invariant spaces*, Indiana University Math. J. **28** (1979), 985–992.

V Praze 28.5. 2008



RNDr. Bohumír Opic, DrSc.