

Metrické prostory hölderovských funkcí

Posudek bakalářské práce

Práce studuje základní vlastnosti prostorů α -hölderovských funkcí a zobrazení. Jedná se zejména o úplnost, separabilitu a vzájemný vztah těchto prostorů pro různé hodnoty parametru α . Práce je napsána velmi rozumně a zcela jistě dostačuje k tomu, aby byla uznána jako práce bakalářská. Protože se však autor nevyvaroval některých věcných a stylistických chyb, přiklonil bych se spíše k hodnocení velmi dobře.

Seznam konkrétních připomínek:

(1) Věcné chyby:

- (a) Definice 2.8. Co se myslí $|r|$ pro prvek r tělesa T ?
- (b) Důkaz Věty 3.1 by měl být zpracován důkladněji. Není dobře definován pojem komponenty metrické souvislosti a vysvětlena její existence. Navíc podstatná nerovnost $\rho(K_x, X \setminus K_x) > 0$ neplatí. (Stačí vzít konvergentní posloupnost se svým limitním bodem $\{x\}$, pak $\{x\}$ je komponenta metrické souvislosti a nemá kladnou vzdálenost od doplňku.)
- (c) Nepředpokládáme-li nějaký vztah mezi metrikou a vektorovými operacemi, Věta 3.9 obecně neplatí. (Vezměme $X = Y = \mathbb{R}^2$, kde ρ je eukleidovská metrika na X a $\sigma(x, y) = \rho(x, y) + |p(x) - p(y)|$, $x, y \in Y$, kde $p : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ je definována jako $p(x) = |x_1|$ na diagonále a 0 jinde. Pak zobrazení $f, g : X \rightarrow Y$ definována jako $f(x_1, x_2) = (x_1, 0)$ a $g(x_1, x_2) = (0, x_2)$ jsou 1-lipschitzovská. Vezmeme-li body $x_n = (n, n)$, pak

$$\sigma(f(x_n) + g(x_n), 0) = \rho(x_n, 0) + |n| = \sqrt{n} + n.$$

Zřejmě neexistuje $k > 0$ splňující $\sqrt{n} + n \leq k\rho(x_n, 0) = k\sqrt{n}$.)

- (d) Věta 3.18 neladí s Definicí 3.8, protože v 3.8 se vyžaduje, aby Y byl vektorový prostor. Bereme-li $\mathcal{H}_\alpha^{X(a), Y}$ jako metrický prostor, lze důkaz napsat mnohem přehledněji pomocí izometrických identifikací.

(2) Věcné nepřesnosti a překlepy:

- (a) Poznámka 2.4. Vysvětlení fixace hölderovských funkcí v 0 hodnotou 0 bych si představoval jinak. Totiž vysvětlením, proč je vůbec třeba tento proces provádět.
- (b) Strana 9, řádek 9. Má být "vektorový".
- (c) Důkaz Věty 2.7. Bylo by dobré zmínit případ $\|f\|_\alpha = \infty$.
- (d) Strana 12, řádek 5 zdola. Má být "hodnotu rovnou nule".

- (e) Strana 13, řádek 5. Má být "intervalu".
- (f) Konec důkazu Věty 2.13. Poslední čtyři řádky by měly být zformulovány přesněji.
- (g) Strana 14, řádek 10. Má být "zjistíme".
- (h) Strana 14, řádek 12. Spor nikam nejde.
- (i) Strana 15, řádek 5 zdola. Funkce f ještě není definována.
- (j) Strana 19, řádek 9. Má být "lipschitzovské".
- (k) Strana 19, řádek 3 zdola. Proč je F dobře definováno?
- (l) Strana 21, řádek 8 zdola. Má být " $\alpha \in [0, 1]$ ".
- (m) Strana 23, řádek 5 zdola. Pojem retraktu by asi měl být vysvětlen.
- (n) Strana 23, řádek 2 zdola. Uvození věty slovem "Takovou" není dobře.
- (o) Poznámka 3.3. Proč je slabě 2-hyperkonvexní prostor metricky souvislý?
- (p) Důkazy Vět 3.5 a 3.6. Induktivní konstrukce by měla být uvedena korektně, obrat "opakujme stále dokola" považují za hodně nevydařený.
- (q) Strana 29, řádka 18. Poslední rovnost by asi měla být vysvětlena.
- (r) Strana 31, řádek 1 zdola. V oddílu 2.4 jsem nenašel žádný slib.
- (s) Strana 32, řádek 6 zdola. Lepší by bylo přidat "a tedy f je dobře definováno".
- (t) Strana 35, řádek 8 zdola. Jak vyjde poslední nerovnost krátkou úpravou z předcházející řádky?

(3) Stylistické chyby:

- (a) Důkaz Věty 1.6 bych přeformuloval tak, aby vynikla zřejmost obou implikací. Závěrečná věta důkazu tento záměr spíš nesplňuje než splňuje.
- (b) Strana 8, řádek 12-13. A co když derivace neexistuje?
- (c) Strana 8, řádek 2 zdola. Nelíbí se mi použití uvozovek na tomto a řadě jiných míst. Jsem přesvědčen, že jejich použití není ospravedlněno ani z věcného, ani ze stylistického úhlu pohledu.
- (d) Poznámka 2.4. V poslední větě došlo k vyšití z větné vazby.
- (e) Strana 10, řádek 7-8. Následující definice odpověď nedává.
- (f) Strana 12, řádek 2 zdola. Slovo "vždyť" je použito nevhodně.
- (g) Strana 16, řádek 12. Měl by být vysvětlen pojem "prostor druhé kategorie".
- (h) Strana 16, řádek 1 zdola. Použití dvojtečky není správné.
- (i) Strana 17, řádek 4 zdola. Místo "Stejným argumentem" bych použil třeba "Ze stejného důvodu".
- (j) Strana 19, řádek 1 zdola. Má být "vyplyvá jako dříve z lipschitzovskosti f ".
- (k) Strana 30, řádek 10. Obrat "Ze stejného postupu zkonstruujeme..." je hodně nevydařený.

(4) Stylistické nepřesnosti:

- (a) Strana 7, řádka 11 zdola. Domnívám se, že obrat "Zajímavou partii mohou hrát vztahy mezi..." není zcela šťastný. Pokud vztahy vůbec mohou hrát zajímavé partie, pak obsah následující věty mezi ně spíše nepatří.
- (b) Strana 8, řádek 12. Raději provádím přechod v nerovnosti.

- (c) Strana 9, řádek 2 zdola. Myslím si, že je dobře použít buď "součet dvou spojitých funkcí je funkce spojitá" nebo "součet zachovává spojitost", ne však kombinaci obou obrátů.
- (d) Strana 13, řádek 8. Výraz "stanovíme" je podivný.
- (e) Strana 25, řádek 8. Poslední větu bych uvedl slovem "Tedy".
- (f) Strana 28, řádek 8 zdola. Obrat "pro každé $n \in \mathbb{N}$ splňuje" se mi zda lepší.
- (g) Strana 29, závěr důkazu. Uvítal bych přesnější definici Y a izometrického zobrazení.
- (h) Strana 30, řádek 7. Má být "jme zavedli metriku".
- (i) Strana 34, řádek 3. Obrat "nepřekračujících jedničku" není šťastný.
- (j) Strana 34, řádek 5 zdola. Věta "Vzdálenost jejích bodů náhodně rovná jedné" není vhodná.
- (k) Strana 35, řádek 10. Obrat "nám platí" není vhodný.
- (5) Další komentáře:
- (a) Strana 10, řádek 5-7. Zde a na dalších místech by formule asi mohla být obrátější ("Z definice plyne" nebo "Podle definice existuje", ve vedlejší větě by mohlo být sloveso...)
- (b) Strana 12, řádek 6-8. Zdá se mi, že toto vysvětlení je nadbytečné.
- (c) Strana 19, řádek 12. Obrat "Toužíme" je možná příliš silný.

2.6.2008

