

Univerzita Karlova v Praze
Fakulta humanitních studií

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Matematické modelování z pohledu filozofie

(Rozbor možnosti modelování lidských interakcí z pohledu teorie her a
Martina Heideggera na příkladu věžňova dilematu)

Vedoucí práce: Mgr. Tomáš Holeček, Ph.D.

Vypracovala: Petra Mašková

Praha 2008

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce panu Mgr. Tomáši Holečkovi Ph.D. za cenné připomínky, podporu, důvěru a především trpělivost.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem práci vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a souhlasím s jejím eventuálním zveřejněním v tištěné nebo elektronické podobě.

V Praze dne 16.5.2008

.....

Petra Mašková

OBSAH

Úvod.....	4
1. Modely.....	5
2. Teorie her	
2. 1. Co je teorie her.....	7
2. 2. Historie teorie her.....	10
2. 3. Teorie racionální volby.....	13
2. 4. Strategické hry.....	17
3. Vězňovo dilema	
3. 1. Co je Vězňovo dilema.....	19
3. 2. Příklady Vězňova dilematu.....	21
3. 3. Nashovo ekvilibrium.....	24
3. 4. Využití Nashova ekvilibria při Vězňovu dilematu.....	28
4. Princip modelování teorie her.....	29
5. Teorie grafů.....	33
6. Heideggerova Věda a technika.....	38
6. 1. Heidegger a modely.....	50
6. 2. Heidegger a příklady vězňova dilematu.....	53
Závěr.....	54
Seznam literatury.....	55

ÚVOD

Ve světě, který nás obklopuje a kterého jsme i my nedílnou součástí, všechny jevy souvisí mezi sebou a z tohoto důvodu není celkový a přesný popis celého reálného světa možný. Pro výklad a pochopení elementárního obrazu světa, který nám poskytují smysly, si tedy vytváříme modely skutečností a jevů. O modelech se pak domníváme, že nám dovolí proniknout za omezení daná smysly. Každý model je zjednodušeným odrazem skutečnosti a zachycuje pouze některé stránky daného jevu. Na modelech se také snažíme ověřovat a zkoumat ty stavy a děje, které nemůžeme vyvolat ve skutečném světě.

Při zmínce o modelech nás nejspíše napadne modelování světa v oblasti exaktních věd, kde je k modelování využíváno mnoha prostředků: matematika, geometrie, fyzikální modely, počítače, programovací jazyky, chemické vzorce a rovnice...

Pokud bychom však uvažovali modely zcela obecně, vyskytují se i v mnoha jiných oblastech života – v běžném jazyce je základním prvkem zástupného systému slovo, ze kterého pak budujeme konstrukce, které zastupují skutečnosti vnějšího světa a na kterých lze vlastnosti a chování světa napodobit a zkoumat; i jednotlivá díla výtvarného umění a hudby jsou jakýmsi zobrazením skutečnosti a v abstraktní rovině slouží k rozboru či zamyšlení se nad jevy světa.

Zatímco na první pohled je typů modelů mnoho, při jejich zkoumání vyvstávají obdobné otázky: Například z pohledu sémantiky (Jaká je reprezentační funkce, kterou modely vykonávají?), ontologie (Jakým druh věcí jsou modely?), teorie poznání (Jak se učíme pomocí modelů?) a samozřejmě ve filozofii vědy (Jak se vážou modely k teorii?; Jaké jsou důsledky modelově založeného přístupu k vědě

pro diskusi o vědeckém realismu, redukcionismu, vysvětlení a přírodních zákonech?
) . A hlavně – jakým způsobem modely přispívají našemu porozumění skutečnosti?
(Frigg, Hartmann 2007)

Cílem této práce je zamyslet se nad možnostmi zobrazování a předpovídání průběhu interakcí na základě tvorby a aplikace modelu. Nejprve zhruba načrtneme, co rozumíme modelem. Blíže si pak představíme teorii her jako jednu z vědních disciplín zabývající se tvorbou modelů. Zaměříme se na rozbor jednoho z hlavních modelů používaných v teorii her – věžňova dilematu. Podrobně vysvětlíme tento model a uvedeme konkrétní příklady jeho aplikace v nejrůznějších oblastech. Rozbor využití věžňova dilematu nám bude sloužit jako prostředek k bližšímu náhledu na to, co je modelování. Jako další ukázkou přístupu ke tvorbě modelů jsme zvolili teorii grafů, která zde bude také stručně představena. S pomocí těchto oborů se pokusíme načrtnout, co je podstatou modelování. Tuto představu systému tvorby a aplikace modelů budeme následně konfrontovat s Heideggerovým pojetím techniky a vědy a pokusíme se v tomto kontextu postihnout vztah mezi modely teorie her a skutečností.

1. MODELÝ

Chápání pojmu model v nejběžnějším slova smyslu stručně shrnuje I.M. Havel: „Běžně se jím míní věrný model - fyzický nebo teoretický (zpravidla matematický) konstrukt, jímž se snažíme co nejlépe reprezentovat či napodobit vybrané vlastnosti modelovaného objektu. Pro čím více vlastností se to podaří (a jde-li o vlastnosti měřitelné, pak s čím větší přesností), tím je model pokládán za lepší, a skutečnost, že (mnohé) další vlastnosti modelovat nelze, je považována za nedostatek či nedokonalost modelu.“ (Havel, 1999)

Ve všech (nejen) exaktních oborech se uplatňuje společný postup zobrazování – vytváří se metasvět jako prostředí, v němž pozorujeme chování světa, který zobrazuje.

Předpokladem využitelnosti modelování k porozumění světa je, že zástupná skutečnost – model – se z hlediska jevů, které sledujeme, a podmínek, za nichž je sledujeme, chová stejně jako zobrazovaný „originál“.

„Každý model je platný jen pro určitý účel a při splnění určitých okolností. S postupujícím poznáním je model zjemňován tak, aby vyhovoval popisu dalších detailů „originálu“ a aby byl platný v širším pásmu podmínek. Tento postup, doveden do důsledku, nás přivádí k závěru, že pouze originální objekt je sám sobě dokonalým modelem.“ (Záworka, 1994). Mohlo by se tedy zdát, že účelnější by bylo sledovat vlastnosti a chování „originálu“ a nevytvářet model. Jenže již záznam smyslů je v jistém slova smyslu modelem. Modely, jimiž poznáváme, se tedy popisované skutečnosti mohou pouze blížit, nikdy ji však v úplnosti nepopíší.

Jak Záworka dále shrnuje ve svém článku, součásti světa a děje v něm jsou ve vztahu vzájemných interakcí, které působí v mnoha dimenzích. Vytváření modelů světa naráží na obtížnost implicitního popisu těchto struktur. Modely jsou formalizovány jako zřetězení vzájemně navazujících předpokladů a závěrů, příčin a následků. Postihnout mnoharozměrovou strukturu skutečnosti se pro velkou spletnost nedaří. Při dodržení pravidel závazných při vědeckém modelování světa nezbyvá než postupovat v určitých „řezech“ (Záworka, 1994).

Jedním z oborů zabývajících se tvorbou modelů a to konkrétně modelů interakcí je teorie her.

2. TEORIE HER

2.1. Co je teorie her

Existuje mnoho definic hry: „Hra“ je svobodné jednání v rámci určitého jasně vymezeného času a prostoru, které se koná podle svobodně přijatých, ale přitom bezpodmínečně závazných pravidel, má svůj cíl samo v sobě a nese sebou pocit napětí a radosti a zároveň vědomí odlišnosti od všedního života. (Huizinga, 1971, str.37), Podle slovníkového vyjádření je pak hra „soutěžní jednání... při kterém mezi sebou soupeří hráči podle dané sady pravidel“. Pole působnosti teorie her je však mnohem širší.

„Teorie her se zabývá rozhodováním racionálních jedinců, kteří jsou v nějakém vzájemném vztahu.“ (Romp, 1997, str. 1). Teorie her je matematická teorie, která se využívá k objasnění ekonomických, politických a biologických jevů. Napomáhá porozumění v podstatě všem situacím, ve kterých interagují ti, kteří se rozhodují. Teorie her může být využita pro nejrůznější typy situací: konkurující si firmy, političtí kandidáti soupeřící o hlasy voličů, zvířata bojující o kořist, makléři obchodující na burze, role hrozeb a trestů v dlouhodobých vztazích...

Teorie her tedy vytváří a analyzuje modely situací, kde dochází k rozhodování inteligentních tvorů (hráčů) v různých situacích (hrách), kde lze vystopovat tyto prvky:

- strategie (tah) - výběr konkrétního tahu při rozhodování (předpokládáme konečnou množinu všech možných tahů, která modeluje všechny možnosti hráčova tahu), který je založen na racionalitě.
- zisk (výplata ve hře) – hra se hraje pro dosažení zisku. Zisk může nabývat různých forem - ve všech případech však dva různé zisky musí být poměřitelné. Racionální hráč se vždy snaží maximalizovat svůj zisk.

(Hrubý, Bednář, 2008)

Ačkoliv je terminologie teorie her většinou převzatá z běžné mluvy a zní srozumitelně, je třeba brát jednotlivé pojmy exaktně. Dříve než přejdeme k podrobnějšímu rozboru teorie her, je tedy třeba si ujasnit základní terminologii, kterou budeme v práci používat (v jednotlivých definicích vycházíme z Dictionary of Game Theory Terms):

Hra

Hra je interakce mezi racionálními a vzájemně o sobě si vědomými hráči, kde rozhodnutí jakéhokoli jednoho hráče ovlivňuje přínosy (zisky) ostatních hráčů. Hra je definována hráči, strategiemi jednotlivých hráčů a výslednými přínosy (zisky) z jednotlivých výsledků. Navíc v opakovaných hrách hra zahrnuje čas (nebo pořadí) kroků.

Hráč

Jakýkoli účastník hry, který (i) má k dispozici sadu strategií (více než 1) a (ii) vybírá si mezi strategiemi na základě přínosů (zisků). Pokud hráč volí mezi strategiemi náhodně, pak se nazývá přirozeným hráčem.

Strategie

Strategie definuje sadu pohybů nebo akcí, které hráč bude následovat v dané hře. Strategie musí být kompletní, definující akci v každé možnosti, včetně těch, které nemusí být dosažitelné v rovnováze. Například, strategie pro hru dáma by

definovala hráčův pohyb v každé možné pozici dosažitelné během hry. Takové pohyby mohou být náhodné, a to v případě smíšených strategií.

Ekvilibrium

Nashovo ekvilibrium, pojmenované po Johnu Nashovi, je sada strategií a to taková, že žádný hráč nemá podnět jednostranně měnit svou akci. Hráči jsou v ekvilibriu, jestliže změna ve strategiích každým jedním z nich by vedla k tomu, že by každý hráč získal méně než pokud by dodržoval svou aktuální strategii. Pro hry, ve kterých hráči volí strategie náhodně (smíšené strategie), očekávaný nebo průměrný výnos musí být přinejmenším tak velký jako ten dosažitelný jakoukoli další strategií.

Přínos (zisk)

V jakékoli hře jsou přínosy čísla, která reprezentují motivaci hráčů. Přínos může reprezentovat zisk, množství, "užitečnost", nebo jiné souvislé míry (kardinální přínosy), nebo prostě řadí žádoucnost výsledků (ordinální přínosy). Ve všech případech musí přínosy reflektovat motivace každého hráče.

Výsledek

Závěr, který získáme ze specifické kombinace strategií hráčů. Každá kombinace strategií (jedna pro každého hráče) je výsledkem hry. Primárním účelem teorie her je určit, které výsledky jsou stabilní ve smyslu Nashova ekvilibria.

(Shor, 2006)

Stručně si tedy shrneme důležité informace potřebné při zkoumání her: Hry se dělí na kooperativní a nekooperativní. V kooperativních hrách jsou povolené

dohody mezi hráči a tito se tedy mohou domlouvat na společné strategii. V nekooperativních hrách spolu hráči nespolupracují. Je také potřeba rozlišovat zda hráči znají všechny provedené tahy spoluhráčů (například šachy) či zda mají informace o všech věcech, které jsou pro hru podstatné (například zda znají možné strategie soupeřů a jejich zisk při různých výsledcích hry). V obecných případech se uvažuje abstraktní užitková funkce, která každému možnému výsledku hry přiřadí hodnotu reálných čísel vyjadřující užitek pro jednotlivé hráče. Tradičně se kladným číslem vyjadřuje zisk, záporným pak ztráta. Dalším podstatným údajem o hře je to, zda jde o hru s nulovým součtem či nikoliv. Hrou s nulovým součtem je taková hra, při které je součet užiteků všech hráčů nulový pro každý možný výsledek hry. To znamená, že co jeden hráč získá, druhýtratí.

Ještě než přistoupíme k bližšímu náhledu na jednotlivé modely teorie her, stručně si shrneme, z čeho teorie her vzešla.

2.2. Historie teorie her

Jako každý vědní obor, musela i teorie her vycházet z myšlenek svých předchůdců. Za ty by se dali považovat již Nicholas Bernoulli a Pierre Rémond de Montmort, kteří ve své korespondenci řeší možnost najít univerzální princip, jak postupovat v konkrétní karetní hře. Ve stejné době James Waldegrave hledá pro strategii, která maximalizuje pravděpodobnost hráčova vítězství bez ohledu na to, jakou strategii zvolí oponent. Další přínosnou myšlenkou na tomto poli byl výklad nové teorie ohodnocení risku Daniela Bernoulliho - risk by neměl být hodnocen podle střední hodnoty finančního zisku, ale spíše podle střední hodnoty užitku, který tento zisk přinese – tuto myšlenku bychom mohli považovat za počátek teorie užitku, jež se stala dalším tématem řešeným předchůdci teorie her na příkladu

Petrohradského paradoxu (situace, kde je třeba rozhodnout, za kolik se vyplatí prodat možnost zúčastnit se hry s možností výhry; paradox zde spočívá v tom, že možnost výhry je nekonečná a člověk dá přednost relativně velmi malé částce). Další, kdo se zabýval možností modelování chování, byl Antoine Augustin Cournot - v *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* se mu podařilo navrhnout teorie, které předběhly dobu - například jeho rovnovážný model duopolu odpovídal se stoletým předstihem pozdějšímu modelu Nashova ekvilibria.

První myšlenky již úzce související s moderní teorií her se datují do dvacátých let dvacátého století do prací matematiků Emila Borela (1871-1956), který se jako první pokusil o matematizaci pojmu strategická hra a výpočtu pravděpodobnosti výhry, a Johna von Neumanna (1903-1957), který kromě matematizace strategické hry formuloval i důkaz věty o minimaxu. Zásadní událostí ve vývoji teorie byla v roce 1944 publikace knihy *Teorie her a ekonomického chování* autorů von Neumanna a Oskara Morgensterna, kteří tímto dílem položili základy celého oboru. Zabývali se zde konečnými antagonistickými hrami dvou hráčů, kooperativními hrami n hráčů, aplikačními možnostmi teorie her, axiomatickou teorií užitku a mnoha dalšími tématy, která podnítila zájem mnoha dalších vědců o tuto oblast. (Waulker, 2005)

John F. Nash rozvinul v raných padesátých letech základní koncept teorie - Nashovo ekvilibrium - toto ekvilibrium je definováno jako takový soubor strategií jednotlivých hráčů, že žádný hráč nemůže získat změnou své strategie, pokud ji změní jen on sám. Nash ve své disertační práci „Non-cooperative games“ dokázal existenci tohoto ekvilibria pro velice širokou třídu her, popsal jeho základní vlastnosti a uvedl mnoho příkladů jeho využití. Také ukázal, že dříve známé nevýhodnější strategie některých her jsou jen speciálním případem tohoto ekvilibria.

Strategie v Nashově ekvilibriu jsou v jistém smyslu optimální, nemusí však vést k efektivnímu výsledku (viz věžňovo dilema). Dalším Nashovým úspěchem bylo, že zahrnul kooperativní hry do her nekooperativních jakožto jejich speciální případ. Podařilo se mu totiž popsat způsob, jak na veškerá vyjednávání o dohodách mezi hráči pohlížet jako na další možné tahy hry. Umožnil tak jednotným způsobem analyzovat v podstatě všechny hry. (Beneš, 2006)

Brzy po publikaci Nashovy práce se začaly modely teorie her využívat v ekonomické teorii a politických vědách a psychologové začali ověřovat, jak se lidé chovají v experimentálně navozených hrách. V sedmdesátých letech byla teorie her poprvé využita jako nástroj evoluční biologie. Postupně začaly metody z teorie her převládat v mikroekonomické teorii. Dnes jsou používány také v mnoha dalších oblastech ekonomie, v široké oblasti sociálních věd a věd o chování. Důležitost role teorie her ve vědě, především ekonomické, naznačuje také to, že za práci v tomto oboru bylo uděleno několik cen Švédské národní banky za rozvoj ekonomické vědy na památku Alfreda Nobela (obecně známá jako Nobelova cena za ekonomii). V roce 1994 ji získali teoretici her John C. Harsanyi (1920 - 2000), John F. Nash (1928-) a Reinhard Selten (1930-) „za průkopnické analýzy ekvilibríu v teorii nekooperativních her“ – konkrétněji za zavedení rozlišování mezi kooperativními hrami, ve kterých lze dosáhnout závazných dohod, a nekooperativními hrami, kde není dosažení závazných dohod možné, a rovněž za vyvinutí rovnováhy nekooperativních her. Dalšími laureáty Nobelovy ceny za ekonomii z tohoto oboru byli v roce 2005 Robert J. Aumann a Thomas C. Schelling „za prohloubení porozumění konfliktu a spolupráce pomocí analýz teorie her“. Hlavní přínos jejich práce tkví ve vysvětlení problematiky obchodních a cenových válek a v poznání příčin, proč jsou některé skupiny úspěšnější při správě svých zdrojů než skupiny

jiné. Nobelovu cenu za ekonomii v roce 2007 pak získali Leonid Hurwicz, Eric S. Maskin a Roger B. Myerson. Práce všech tří oceněných jsou aplikací teorie her na situace, kdy neexistuje dokonalý trh. "Teorie návrhů mechanismů" (mechanism design theory) umožňuje mimo jiné odlišit dobře a špatně fungující trhy.

2.3. Teorie racionální volby

V dalším textu budeme při předvedení základních mechanismů teorie her vycházet především z Osbornovy knihy Introduction to Game Theory. Jedním ze základních konstruktů teorie her je teorie racionální volby, která je součástí mnoha modelů teorie her. Teorii racionální volby bychom jednoduše mohli definovat takto: „Rozhodující se si mezi všemi pro něj možnými akcemi vybírá podle svých preferencí tu nejlepší. Na preference rozhodujícího se není použito žádné kvalitativní omezení. Racionalitu rozhodnutí tedy nehodnotíme z hlediska obsahu rozhodnutí – nezáleží, jaká je povaha toho, co jedinec preferuje. „Racionalita“ spočívá v konzistentnosti rozhodnutí jedince v různých situacích – v situacích, kdy má k dispozici rozdílné množiny možných akcí“. (Osborne, 2002, str.4)

Teorie racionální volby je založena na modelu se dvěma komponentami: množina A sestává ze všech akcí (jednání), které jsou za určitých podmínek pro rozhodujícího se možné a z výčtu preferencí rozhodujícího se. V jakékoli dané situaci čelí rozhodující se podmnožině z A, ze které si musí vybrat jediný prvek. Tuto podmnožinu dostupných možností rozhodující se zná a bere ji jako danou, tato podmnožina tedy není ovlivněna preferencemi rozhodujícího se. Množinou A může být například zboží, které by mohl rozhodující se spotřebovat. Tím, že má k dispozici pevně daný příjem, může si vybrat z podmnožiny A jen to zboží, které si může dovolit.

Co se týče preferencí, předpokládáme, že když je rozhodujícímu se předveden pár akcí, ví, kterou akci z tohoto páru upřednostňuje, nebo ví, že jsou pro něj obě akce stejně žádoucí (v tomto případě je nestranný, co se obou akcí týče). Dále předpokládáme, že pro tyto preference platí, že pokud rozhodující se upřednostňuje akci a před akcí b , a akci b před akcí c , potom dává přednost akci a před akcí c . Preference mohou být altruistické v tom smyslu, že to, nakolik je osoba spokojená s výsledkem, záleží na prospěchu jiné osoby.

Jak můžeme popsat preference rozhodujícího se? Jedním ze způsobů je pro každý možný pár akcí specifikovat tu akci, kterou rozhodující se upřednostňuje, nebo zaznamenat, že rozhodující se je mezi těmito akcemi indiferentní. Toto lze znázornit také pomocí *výnosové funkce*, která každé akci přiřadí číslo, a to tak, že akce, které mají vyšší číslo jsou upřednostňovány. Přesněji: „výnosová funkce u znázorňuje preference rozhodujícího se v případě, že pro jakoukoli akci a z A a b z A platí, že $u(a) > u(b)$, tehdy a pouze tehdy rozhodující se preferuje a před b .“ (Osborne 2002, str.5) Lepším názvem než výnosová funkce by tedy podle toho, co znázorňuje, mohlo být „funkce ukazující preference“. V ekonomické teorii je výnosová funkce, která znázorňuje preference spotřebitele, nazývána „funkcí užitku“.

Osborne uvádí jako příklad výnosové funkce reprezentující preference situaci, kdy osoba A stojí před volbou mezi třemi návrhy dovolené – do Havany, Paříže a Benátek. Osoba upřednostňuje zájezd do Havany před dvěma ostatními možnostmi, které považuje za rovnocenné. Její preference mezi třemi zájezdy jsou znázorněny výnosovou funkcí, která přiřazuje stejné číslo Paříži a Benátkám a vyšší číslo Havaně. Můžeme například sestavit $u(\text{Havana}) = 1$ a $u(\text{Paříž}) = u(\text{Benátky}) = 0$,

nebo $u(\text{Havana}) = 10$ a $u(\text{Paříž}) = u(\text{Benátky}) = 1$, nebo $u(\text{Havana}) = 0$ a $u(\text{Paříž}) = u(\text{Benátky}) = -2$.

Preference rozhodujícího se, ve smyslu užitém zde, zprostředkovávají pouze informaci o preferenci pořadí. Mohou nám například říci, že rozhodující se preferuje akci a před akcí b a před akcí c , ale neřeknou nám, jak moc preferuje a před b , nebo zda preferuje a před b víc než preferuje b před c . Tudiž i výnosová funkce, která reprezentuje preference rozhodujícího se, zprostředkovává pouze informaci o preferenci pořadí. Mohli bychom mít tendenci myslet si, že výnosové hodnoty přidělované akcím pomocí výnosové funkce zprostředkovávají informaci o intenzitě preference, což by znamenalo, že když jsou například preference rozhodujícího se reprezentovány pomocí výnosové funkce u , pro kterou $u(a) = 0$, $u(b) = 1$, a $u(c) = 100$, potom rozhodující se preferuje c mnohem víc než b a rozdíl mezi a a b je pro ni téměř nepatrný. Je důležité si uvědomit, že výnosová funkce neobsahuje takovou informaci. Jediný závěr, který můžeme vyvozovat z faktu $u(a) = 0$, $u(b) = 1$ a $u(c) = 100$, je, že rozhodující se upřednostňuje c před b a před a ; preference rozhodujícího se jsou reprezentovány stejně dobře výnosovou funkcí v , pro kterou platí například $v(a) = 0$, $v(b) = 100$ a $v(c) = 101$, nebo jakoukoli jinou funkcí w , pro kterou platí $w(a) < w(b) < w(c)$.

Je patrné, že preference rozhodujícího se mohou být reprezentovány mnoha rozdílnými výnosovými funkcemi: „pokud u reprezentuje preference rozhodujícího se a výnosová funkce v přiřazuje vyšší hodnotu akci a před akcí b tehdy a právě tehdy, když tak činí výnosová funkce u , potom v také reprezentuje tyto preference. Zkrátka řečeno, pokud u představuje preference rozhodujícího se a v je další výnosová funkce, pro kterou platí $v(a) > v(b)$ tehdy a právě tehdy, když $u(a) > u(b)$, potom v také představuje preference rozhodujícího se. Nebo, stručněji, pokud u

reprezentuje preference rozhodující se, potom jakákoli rostoucí funkce u reprezentuje také tyto preference.“ (Osborne 2002, str. 6)

Teorie racionální volby se dá na základě předchozího výkladu vyjádřit jednoduše: „v jakékoli situaci si rozhodující se vybírá člena z dostupné podmnožiny z A , který je nejlepší z hlediska jeho preferencí. Pokud existuje několik stejně atraktivních „nejlepších“ akcí, pak teorie racionální volby předpokládá, že akce vybraná rozhodujícím se, je z hlediska jeho preferencí přinejmenším tak dobrá, jako jakákoli jiná dostupná akce.“ (Osborne 2002, str. 6)

S teorií racionální volby je konzistentní jakákoli situace, kdy je jedna akce preferována a byla by tedy vybrána jako nejžádoucnější i pokud by situace nastala opakovaně. Avšak pokud předpokládáme, že rozhodující se, který je indiferentní mezi dvěma akcemi, si někdy zvolí jednu akci a jindy druhou, pak toto jednání není s teorií konzistentní. Osborne uvádí příklad (Osborne 2002, str. 7), kdy si rozhodující se vybere a , kdykoli se setká s množinou $\{a, b\}$, ale někdy si vybere b , pokud se setká s množinou $\{a, b, c\}$. Fakt, že si vždy vybere a , když se potká s $\{a, b\}$, znamená, že dává přednost a před b (pokud je indiferentní může si občas zvolit b). Ale potom, pokud se setká se sadou $\{a, b, c\}$, musí si vybrat a nebo c , nikdy však b . Volby rozhodujícího se jsou tedy v tomto případě s teorií nekonzistentní. Toto jednání si můžeme předvést i na konkrétní situaci – předpokládejme, že kdykoli nejsou nabízeny žádné speciality, vyberete si z menu vaší oblíbené restaurace vždy stejné jídlo. Vyberete-li si však jinou položku z menu ve dni, kdy nabízejí i specialitu mimo menu, potom je pro vás toto chování nekonzistentní.

Teorie racionální volby je základem velkého množství modelů, které rozšiřují naše porozumění sociálním fenoménům. Využívá se hlavně ve standardních ekonomických teoriích zabývajících se chováním spotřebitele. V tomto prostředí je

množina možných akcí množinou spotřebitelského koše daného spotřebitele. Ekonomické teorie prostupuje tato teorie do té míry, že argumenty jsou klasifikovány jako „ekonomické“ spíše proto, že zahrnují racionální volbu, než proto, že by obsahovaly především „ekonomické“ proměnné.

Avšak za určitých podmínek jsou závěry teorie racionální volby v rozporu s pozorováním rozhodujících se lidí. Například pokud se do množiny akcí přidá pro rozhodujícího se zásadně nežádoucí akce, může to někdy významně změnit akci, která je vybrána. Význam takového nesouladu s teorií záleží na fenoménu, který je studován. Pokud například uvažujeme nad tím, jakým způsobem závisí zdražení na počtu firem, může být tato slabina teorie nedůležitá. Ale pokud zkoumáme, jak reklama, vytvořená výslovně k tomu, aby ovlivňovala lidské preference, působí na spotřebitelovu volbu, potom mohou být nedostatky modelu racionální volby zásadní. Žádná obecná teorie však v současné době neohrožuje převahu teorie racionální volby. (Husman, 2008)

2.4. Strategické hry

Strategická hra je stejně jako ostatní hry modelem interakce rozhodujících se. Při modelování těchto her mluvíme o rozhodujících se jako o hráčích. Každý hráč má k dispozici množinu možných akcí. Každý hráč je ovlivněn nejen svou vlastní akcí, ale i akcemi všech ostatních hráčů. Hráčovy preference se tedy týkají profilu akcí – seznamu akcí všech hráčů. Strategická hra tedy sestává z:

- množiny hráčů
- množiny akcí pro každého hráče
- preferencí mezi množinou profilů akcí pro každého hráče

(Osborne 2002, str. 11)

Jako strategická hra může být modelována velmi rozsáhlá řada situací. Hráči mohou být například firmy, akcemi ceny a preferencemi zisk firem. Nebo hráči mohou být kandidáti do politického úřadu, akcemi výdaje za kampaň a preferencemi šance na vítězství kandidátů. Předvedeme zde některé jednoduché hry vytvořené pro zachycení základních konfliktů přítomných v nejrůznějších situacích.

Často je vhodné specifikovat preference hráčů jako tomu bylo v modelu preferencí u racionální volby jediným rozhodujícím se. Preference znázorníme tím způsobem, že udáme *výnosovou funkci*, která tyto preference reprezentuje. Mějme na paměti, že tyto výnosové funkce mají pouze pořadovou významnost. Pokud výnosy profilu akcí a, b a c jsou například 1, 2 a 10, jediný závěr, který z toho můžeme vyvodit, je, že hráč upřednostňuje c před b a b před a ; čísla neznamenaají, že preference hráčky mezi c a b je silnější než preference mezi a a b .

V modelu není zahrnut čas. Jak uvádí Osborne, předpokládáme, že si každý hráč vybírá svou akci jednou pro vždy a zároveň tak, že žádný hráč není při výběru akce informován o akci vybrané jiným hráčem (V takovém případě se někdy ke strategické hře odkazuje jako ke „hře souběžných tahů“). Jednání ale může zahrnovat činnosti, které trvají v čase a mohou zahrnovat neomezené množství nepředvídaných skutečností. Akce může například znamenat - „když akcie společnosti X klesnou pod 10 dolarů, měli byste koupit 100 akcií, pokud neklesnou pod 10 dolarů, nekupujte žádné“. Z důvodu této komplexnosti se akce někdy nazývá „strategií“. Nicméně to, že v modelu není zahrnut čas, znamená, že když analyzujeme situaci jako strategickou hru, nepočítáme s komplikacemi, které mohou nastat, pokud hráč smí na základě vývoje událostí měnit své plány: předpokládáme tedy, že akce jsou vybrány jednou pro vždy. (Osborne, 2002).

3. VĚŽŇOVO DILEMA

3.1. Co je Vězňovo dilema

Jednou z nejznámějších strategických her je *Vězňovo dilema*. Tato hra je zásadní v tom, že rozhodující se v ohromné šíři situací čelí volbám podobným těm, kterým čelí účastníci vězňova dilematu. Základy této hry položili matematici Melvin Drescher a Merrill Flood v 50. letech 20.století. Název hře dal později matematik A. W. Tucker, když se pokoušel matematický model přiblížit publiku bez odborného matematického vzdělání. Název tedy vychází z Tuckerova krátkého příběhu, který použil k ilustraci modelu (Kuhn, 2003):

Dva podezřelí ze závažného trestného činu jsou drženi v oddělených celách. Je k dispozici dostatek důkazů k tomu, aby byli usvědčeni z drobného přestupku, ale je nedostatek důkazů pro to, aby mohli být usvědčeni ze závažného zločinu, aniž by jeden z nich udal toho druhého. Pokud budou oba mlčet, každý bude usvědčen z drobného přestupku a stráví ve vězení jeden rok. Pokud pouze jeden udá toho druhého, bude osvobozen a využit jako svědek proti druhému podezřelému, jež ve vězení stráví čtyři roky. Pokud se udají navzájem, stráví ve vězení oba tři roky. (Osborne, 2002, str.12):

Pro lepší pochopení si rozebereme blíže jednotlivé aspekty hry a následně ji znázorníme pomocí tabulky:

Hráči Dva podezřelí

Akce Množina akcí každého hráče je {Mlčení, Udávání}

Preference První podezřelý řadí akce od té pro něj nejlepší po tu nejhorší takto:

(Udávání, Mlčení) (udá a druhý podezřelý přitom mlčí, takže první je osvobozen), (Mlčení, Mlčení) (trest pro něj bude jeden rok vězení), (Udávání, Udávání) (trest bude tři roky ve vězení), (Mlčení, Udávání), (trest bude čtyři roky ve vězení). Pořadí preferovaných akcí druhým podezřelým je (Mlčení, Udávání), (Mlčení, Mlčení), (Udávání, Udávání), (Udávání, Mlčení).

Celou hru můžeme znázornit v tabulce. Nejprve vybereme výnosovou funkci, která reprezentuje pořadí preferencí podezřelého. Pro podezřelého 1 potřebujeme funkci u_1 pro kterou u_1 (Udávání, Mlčení) $>$ u_1 (Mlčení, Mlčení) $>$ u_1 (Udávání, Udávání) $>$ u_1 (Mlčení, Udávání). Můžeme si tedy udat, že u_1 (Udávání, Mlčení) = 3, u_1 (Mlčení, Mlčení) = 2, u_1 (Udávání, Udávání) = 1, u_1 (Mlčení, Udávání) = 0. Pro podezřelého 2 můžeme podobně vybrat funkci u_2 (Mlčení, Mlčení) = 2, u_2 (Udávání, Udávání) = 1 a u_2 (Udávání, Mlčení) = 0.

Hra v této formě je ilustrována ve schématu 1. V tomto schématu odpovídají řádky dvěma možným akcím hráče 1, sloupce odpovídají dvěma možným akcím hráče 2 a čísla v každém rámečku jsou výnosy hráčů z uvedeného profilu akcí (první číslo v každém rámečku vždy odpovídá výnosům hráče 1).

		Podezřelý 2	
		Mlčení	Udávání
Podezřelý 1	Mlčení	2,2	0,3
	Udávání	3,0	1,1

Schéma 1 Vězňovo dilema.

(Zdroj: Osborne, 2002)

Vězňovo dilema modeluje situaci, ve které jsou největší zisky za spolupráci (každý hráč preferuje, když oba hráči vyberou Mlčení, než aby oba vybrali Udávání), ale každý hráč má snahu parazitovat (vybrat Udávání), ať už ostatní hráči udělají cokoli. Obecně *Vězňovo dilema* modeluje situaci, která nastává, kdykoli má každý ze dvou hráčů na výběr mezi dvěma akcemi, řekněme C (odpovídající Mlčení) a D (odpovídající Udávání) a kde hráč 1 preferuje (D,C) před (C,C) před (D,D) před (C,D) a zároveň hráč 2 preferuje (C,D) před (C,C) před (D,D) před (D,C).

3.2. Příklady Vězňova dilematu

Model vězňova dilematu je v teorii her zásadní, protože i mnoho dalších situací má podobnou strukturu. Můžeme si uvést několik konkrétních příkladů z Osbornovy práce (Osborne, 2002):

Práce na společném projektu

Pracujete s přítelem na společném projektu. Každý z vás může buď pracovat tvrdě, nebo se práci vyhýbat. Pokud váš kamarád pracuje tvrdě a vy preferujete vyhýbání se práci (výsledky projektu by mohly být lepší, pokud byste pracoval více, ale nárůst hodnoty projektu vám nestojí za úsilí navíc). Preferujete výnos, který získáte, když oba pracujete tvrdě před výnosem, kdy oba odbýváte práci (v tomto případě nebude dosaženo ničeho) a nejhorší výsledek pro vás je, že vy pracujete tvrdě a váš kamarád ne (nesnášíte, když vás někdo využívá). Pokud má váš kamarád stejné preference, potom hra, která modeluje situaci, jíž čelíte, je dána ve Schématu 2. Toto schéma se od *Vězňova dilematu* odlišuje jenom v názvu akcí:

	Pracovat tvrdě	Vyhýbat se práci
Pracovat tvrdě	2,2	0,3
Vyhýbat se práci	3,0	1,1

Schéma 2 Práce na společném projektu.

(Zdroj: Osborne, 2002)

Duopoly

V jednoduchém modelu duopolů vyrábějí dvě společnosti stejné zboží, za které každá ze společností účtuje buď nízkou cenu, nebo cenu vysokou. Každá ze společností chce dosáhnout nejvyšší možný zisk. Pokud obě společnosti zvolí vysokou cenu, potom každá vydělá 1000 dolarů. Pokud si jedna společnost zvolí vysokou cenu a druhá nízkou, potom společnost, která zvolila vysokou cenu, nezíská žádné zákazníky a bude ve ztrátě 200 dolarů, zatímco společnost, která zvolila nízkou cenu, vydělá 1200 dolarů (její zisk na jednom produktu je malý, ale objem prodeje je velký). Pokud obě společnosti zvolí nízkou cenu, potom každá dosáhne zisku 600 dolarů. Každá společnost se zajímá jenom o vlastní zisk, takže můžeme reprezentovat její preference pomocí zisku, který obdrží, tím získáme hru ve schématu 3.

	Vysoká cena	Nízká cena
Vysoká cena	1000,1000	-200,1200
Nízká cena	1200, -200	600,600

Schéma 3 Jednoduchý model stanovení ceny u duopolů.

(Zdroj: Osborne, 2002)

Stále záleží pouze na preferencích hráčů, ne na jednotlivých výnosových funkcích, které používáme k jejich reprezentaci. Vidíme, že se tato hra, shodně jako ta předchozí, od Vězňova dilematu odlišuje pouze v názvech akcí. Akce *Vysoká cena* hraje roli jako *Mlčení* ve *Vězňově dilematu* a akce *Nízká cena* hraje roli *Udávání*; Společnost 1 upřednostňuje (*Nízká, Vysoká*) před (*Vysoká, Vysoká*) před (*Nízká, Nízká*) před (*Vysoká, Nízká*) a společnost 2 upřednostňuje (*Vysoká, Nízká*) před (*Vysoká, Vysoká*) před (*Nízká, Nízká*) před (*Nízká, Vysoká*).

Je třeba zdůraznit, že v tomto modelu je navíc začleněna abstrakce platná pro obě společnosti, která může ovlivnit situaci – a sice, že každá společnost má na výběr pouze mezi dvěma cenami – pokud společnosti mohou volit mezi mnoha cenami, potom se struktura interakce může změnit.

Závody ve zbrojení

Za určitých předpokladů o preferencích zemí může být závod ve zbrojení modelován také jako *Vězňovo dilema*. Předpokládejme, že každá země může postavit arzenál nukleárních bomb, nebo se může zdržet zbrojení. Předpokládejme také, že závěr preferovaný každou zemí je ten, že sama má bomby zatímco druhá země bomby nemá, druhý nejlepší závěr je, že žádná ze zemí nemá bomby a nejhorší závěr je, že jenom druhá země má bomby. V tomto případě je situace modelována *Vězňovým dilematem*, ve kterém akce *Nestavět bomby* odpovídá *Mlčení* ve Schématu 1 a akce *Stavět bomby* odpovídá *Udávání*.

Ale opět nemusí být splněny všechny předpoklady k tomu, aby se tato situace dala modelovat jako *Vězňovo dilema* - země mohou například preferovat nestavění

bomb, když jiné země bomby nestaví (stavění bomb může být velmi finančně nákladné), v tomto případě je tato situace modelována jinou hrou.

Společné vlastnictví

Dva farmáři se rozhodují, kolik mohou dovolit svým ovčím spásat na obecním majetku. Každý farmář preferuje, když jeho ovce spásá hodně, než aby spásala málo, nehledě na akci druhého farmáře, ale zároveň farmář preferuje, když ovce obou farmářů spásají málo, než aby spásaly hodně (v tomto případě by byl společný majetek zničen a nebylo by možné jeho další budoucí využití). Za těchto předpokladů je hra *Vězňovým dilematem*.

3.3. Nashovo ekvilibrium

Jaké akce zvolí hráči ve strategické hře? Každý se snaží získat pro sebe ten největší možný zisk. Velikost tohoto zisku ale závisí na celkovém výsledku hry, na profilu výsledných akcí, tedy i na tom, jakou akci zvolí protihráč. Co je výslednou nejlepší akcí pro daného hráče, můžeme říci pouze v souvislosti s akcí druhého hráče. Při výběru akce tedy musí hráč uvažovat, kterou akci si vybere druhý hráč. To znamená, že si musí nějakým způsobem utvořit názor o možných akcích druhého hráče.

Na jakém základě může být takovýto názor vytvořen? Základním předpokladem je, že názor každého hráče je odvozen z jeho minulé zkušenosti s hraním her a že tato zkušenost je dostatečně bohatá, aby hráč mohl vědět, jak se bude jeho oponent chovat. Vycházíme tedy z toho, že každý hráč má zkušenost s hraním hry. Pro naše účely však v případech, které jsou zmíněny v této práci pracujeme se základními modely, kde předpokládáme, že hráč vidí každou

jednotlivou hru izolovaně - nenaučí se znát chování specifického protivníka a následně neupravuje své jednání ke konkrétnímu protivníkovi, se kterým se střetává, ani neočekává, že jeho aktuální akce ovlivní budoucí chování dalších hráčů.

Představme si tuto situaci tak, že pro každého hráče ve hře existuje populace rozhodujících se, kteří se mohou stát protihráči. V každé partii hry jsou hráči vybráni náhodně, každý z jedné populace. Takže každý hráč, který je ve hře opakovaně, je vystaven pokaždé jinému protivníkovi. Jeho zkušenost pak utváří názor o akcích „typického“ oponenta, ne o akcích jakékoli specifické skupiny oponentů.

Osborne uvádí jako příklad interakce mezi nakupujícími a prodávajícími (Osborne, 2002). Nakupující a prodávající se střetávají opakovaně, ale pro první přiblížený nástin situace a její vymezení lze mnoho párování modelovat jako náhodné – kupující v mnoha případech obchoduje s daným prodávajícím pouze jednou, nebo s ním obchoduje opakovaně, ale anonymně (například pokud je prodejcem velký obchod).

Pokud to shrneme, tak Nashovo ekvilibrium vychází z toho, že každý hráč volí svou akci vzhledem k modelu racionální volby, na základě kterého si vytváří názor o akcích dalších hráčů, a přitom mínění každého hráče o akcích jiných hráčů je správné. Tyto dvě části řešení jsou zakotveny v následující definici:

Nashovo ekvilibrium je profil akcí a^* s tou vlastností, že žádný hráč i by nemohl udělat lépe, pokud by si zvolil jinou akci než a^*_i ; když je dáno, že každý jiný hráč j trvá na a^*_j .

(Osborne, 2002, str.20)

Pokud se pokusíme tuto definici přiblížit: V idealizované situaci, při které jsou hráči v kterékoli fázi hry náhodně vybráni, odpovídá *Nashovo ekvilibrium*

rovnovážnému stavu. Pokud je profil akcí stejný jako Nashovo ekvilibrium a^* , potom žádný hráč nemá důvod volit jakoukoli odlišnou akci od možnosti a^* - neexistuje žádný tlak na to, aby byl profil akcí měněn. Jinak řečeno Nashovo ekvilibrium ztělesňuje stabilní „sociální normu“: žádný jednotlivec si nepřeje se od ní odchýlit, pokud se jí drží i všichni ostatní. Druhá výše zmíněná složka teorie Nashova ekvilibria – že vzájemné názory hráčů o jednání ostatních jsou správné – naznačuje, že názory dvou hráčů o třetím hráči jsou stejné.

Situace, na které bychom dále rádi aplikovali teorii Nashova ekvilibria, neodpovídají úplně přesně výše popsanému idealizovanému nastavení. V některých případech například hráči nemají mnoho zkušeností s hrou, v jiných případech nevidí každou z partií hry izolovaně. Na druhou stranu například nezkušení hráči mohou být schopni odvozovat závěry o pravděpodobném jednání svých oponentů ze své předchozí zkušenosti v jiných situacích, nebo z jiných zdrojů.

S pomocí zavedení další symboliky můžeme uvést definici Nashova ekvilibria přesně (Osborne, 2002, str. 21):

Nechť a je profil akcí, při kterém akce každého hráče i je a_i . Nechť a'_i je jakákoli akce hráče i (je jedno zda shodná nebo odlišná s a_i). Potom (a'_i, a_{-i}) označuje profil akcí, ve kterém každý hráč j kromě i volí své jednání a_j jako určené pomocí a , zatímco hráč i volí a'_i (dolní index $-i$ zastupuje „kromě i “). To znamená (a'_i, a_{-i}) je profil akcí, ve kterém se všichni ostatní hráči než i drží a , zatímco i se odchyluje k a'_i (Pokud $a'_i = a_i$ pak samozřejmě $(a'_i, a_{-i}) = (a_i, a_{-i}) = a$.) Pokud jsou například tři hráči, pak (a'_2, a_{-2}) je profil akcí, ve kterém hráči 1 a 3 trvají na a (hráč 1 volí a_1 , hráč 3 volí a_3) a hráč 2 se odchyluje k a'_2 .

S využitím této symboliky můžeme přeformulovat podmínku pro to, aby profil akcí a^* byl Nashovým ekvilibriem: žádný hráč i nemá jednání a_i pro které preferuje

(a_i, a^*_{-i}) před a^* . Stejně tak pro každého hráče i a každé jednání a_i hráče i , profil akcí a^* je pro hráče i přinejmenším tak dobrý jako profil akcí (a_i, a^*_{-i}) .

Definice: *Nashovo ekvilibrium strategické hry s ordinálními preferencemi*

Profil akcí a^* ve strategické hře s ordinálními preferencemi je *Nashovým ekvilibriem* pro každého hráče i a každou akci a_i hráče i , a^* je přinejmenším tak dobré vzhledem k preferencím hráče i jako profil akcí (a_i, a^*_{-i}) , při kterém hráč i volí a_i zatímco každý jiný hráč j volí a^*_j . Ekvivalentně, pro každého hráče i , $u_i(a^*) \geq u_i(a_i, a^*_{-i})$ pro každé jednání a_i hráče i , kde u_i je výnosovou funkcí, která reprezentuje preference hráče i .

Z této definice nevyplývá, že strategická hra má nutně Nashovo ekvilibrium, ani že má nejvíce jedno ekvilibrium. Příklady dále ukazují, že některé hry mají jediné Nashovo ekvilibrium, některé nemají žádné Nashovo ekvilibrium a další mají mnoho Nashových ekvilibrií.

3.4. Využití Nashova ekvilibria při Vězňovu dilematu

Při bližším pohledu na čtyři možné páry akcí ve *Vězňově dilematu* (znázorněném ve Schématu 1) zjistíme, že $(Udávání, Udávání)$ je jediným Nashovým ekvilibriem.

	Mlčení	Udávání
Mlčení	2,2	0,3
Udávání	3,0	1,1

Schéma 1 Vězňovo dilema

(Zdroj: Osborne, 2002)

Pojďme se podívat na jednotlivé páry akcí ve vězňově dilematu: Pár akcí (*Udávání, Udávání*) je Nashovým ekvilibriem, protože jestliže hráč 2 volí *Udávání*, je na tom hráč 1 lépe v případě, pokud dá přednost volbě *Udávání* před volbou *Mlčení* (podíváme-li se na pravý sloupec tabulky, vidíme, že *Udávání* vynáší hráči 1 výnos 1, zatímco *Mlčení* mu přináší výnos 0) a jestliže hráč 1 volí *Udávání*, pak je na tom hráč 2 lépe, pokud zvolí *Udávání*, než když zvolí *Mlčení* (podíváme-li se na spodní řádek tabulky, vidíme, že *Udávání* vynáší hráči 2 výnos 1, zatímco *Mlčení* mu vynáší výnos 0). Žádný jiný profil akcí není Nashovým ekvilibriem:

- (*Mlčení, Mlčení*) nevyhovuje, protože pokud hráč 2 volí *Mlčení*, pak výnos hráče 2 za *Udávání* překračuje jeho výnos za *Mlčení* (viz. první číslo z dvojice v levém sloupci tabulky a navíc, když hráč 1 volí *Mlčení*, výnos hráče 2 za *Udávání* překročí jeho výnos za *Mlčení*, takže hráč 2, se chce stejně jako hráč 1 odchýlit. Nicméně k tomu, abychom ukázali, že pár akcí není Nashovým ekvilibriem, vůbec není třeba studovat rozhodnutí druhého hráče - k tomu, abychom dokázali, že pár akcí není Nashovým ekvilibriem, stačí, že se chce odchýlit jeden hráč.
- (*Udávání, Mlčení*) nevyhovuje, protože pokud hráč 1 volí *Udávání*, pak výnos druhého hráče za *Udávání* převyší jeho výnos za *Mlčení* (viz. druhé číslo z dvojice v levém sloupci tabulky).
- (*Mlčení, Udávání*) nevyhovuje, protože když hráč 2 zvolí *Udávání*, výnos prvního hráče za *Udávání* převyší jeho výnos za *Mlčení* (viz. první číslo z dvojice v pravém sloupci tabulky).

Z rozboru tedy vyplývá, že si v jediném Nashově ekvilibriu *Vězňova dilematu* oba hráči vyberou *Udávání*. Ve *Vězňovu dilematu* je tedy Nashovým ekvilibriem pro každého hráče *Udávání*, což je nejlepší akcí pro každého hráče, a to nejen v případě, kdy si druhý hráč zvolí *Udávání*, ale i pokud zvolí odlišnou akci *Mlčení*.

Pár jednání *Udávání*, *Udávání* je Nashovým ekvilibriem z toho důvodu, že věří-li hráč tomu, že si jeho oponent zvolí *Udávání*, pak je pro něj optimální zvolit si *Udávání*. Ovšem ve skutečnosti je pro hráče optimální zvolit *Udávání* bez ohledu na předpokládanou volbu oponenta.

V dalších situacích, které jsme si uvedli jako příklady situací, které mohou být modelovány jako *Vězňovo dilema*, jsou výsledky odpovídající Nashovu ekvilibriu následující: oba lidé se vyhýbají práci, když pracují na společném projektu; oba duopolisté účtují nízkou cenu; obě země vyrábějí bomby; oba farmáři dovolí ovčím spásat hodně.

Nashovo ekvilibrium ve strategické hře lze rozšířit tím, že připustíme možnost, že rozhodující se nemusí pokaždé zvolit stejnou akci, pokud je mezi akcemi indiferentní. Nashovo ekvilibrium se dá značně rozšířit také tím, že do modelu zahrneme časovou dimenzi. Další možností rozšíření je situace, kdy hráči neznají charakteristiky nebo předešlé akce ostatních hráčů.

Varianta Nashova ekvilibria ve strategické hře může být navíc použita pro modelování chování, které je výsledkem spíše evolučního tlaku než vědomé volby, dále ke studiu dlouhodobých vztahů, ve kterých opakovaně interaguje stejná skupina hráčů a také k porozumění výsledkům vyjednávání.

4. PRINCIP MODELOVÁNÍ TEORIE HER

Nyní jsme si na teorii her předvedli, jak mohou fungovat modely v rámci reprezentace reálných situací. Modelem byly myšleny abstrakce, které používáme k porozumění našemu pozorování a našim zkušenostem. Co toto „porozumění“ znamená, není zřejmé. Přinejmenším „porozumění“ znamená naše chápání vztahů mezi jednotlivými situacemi, izolování principů, které se dají aplikovat na řadu

problémů tak, že do našeho myšlení můžeme začlenit nové situace, se kterými jsme se setkali.

Není pravděpodobné, že by nám model pomohl porozumět jevu, pokud jsou jeho předpoklady v rozporu s našimi pozorováními. Zároveň model čerpá sílu ze své jednoduchosti: předpoklady, na kterých spočívá, by měly zachycovat podstatu situace a ne nedůležité detaily.

Každý model předpokládá určitou idealizaci konkrétního jevu a určitou abstrakci. Jinými slovy, úlohu musíme určitým způsobem zjednodušit a zobecnit. Ani idealizace a ani abstrakce však nesmí zajít příliš daleko od podstaty a obsahu úlohy. Jestliže se tak stane, model ztratí podstatné rysy modelované skutečnosti a výsledky použití modelu nebudou odpovídat realitě. Tím pro nás model ztratí smysl. Na druhou stranu, pokud se budeme snažit o to, aby model byl maximálně přesný, bude příliš složitý a modelování opět ztratí smysl, protože se daný model nebude dít řešit. Z těchto hledisek je umění modelovat a vytvářet modely vlastně uměním hledání kompromisů mezi jednoduchostí a přesností.

Modelování v teorii her začíná myšlenkou spojenou s nějakým aspektem interakce rozhodujících se. Tuto myšlenku přesně vyjadřujeme v modelu, když do něj začleňujeme vlastnosti situace, které považujeme za důležité. Snažíme si vložit do modelu dostatek aspektů, abychom získali netriviální vhled, ale zase ne příliš mnoho charakteristik situace, abychom nebyli zahlceni nedůležitostmi. Model má tedy za cíl odkrýt základní strukturu situace jako protiklad k popsání každého jejího detailu. Například model, sestávající z akcí a preferencí, na kterém jsme si předvedli teorii racionální volby, je šitý této teorii na míru a pokud chceme vyvinout jinou teorii, potřebujeme kromě akcí a preferencí přidat do modelu i další elementy. To však neplatí pro většinu modelů v teorii her: strategická interakce je dostatečně

komplexní, tzn. že i relativně jednoduchý model může připouštět více než jednu výslednou teorii.

Dalším krokem po utvoření modelu je analyzovat jej tak, abychom objevili jeho implikace. V tomto stadiu je nutné se pevně držet podstaty modelu - nesmíme do modelu zavádět úvahy, které do něj nepatří. Naše analýzy mohou naši myšlenku potvrdit, či vyvrátit, navíc ale můžeme zjistit, že důležitý element v modelu chybí, což naznačuje, že potřebujeme zkoumat naši myšlenku dál studiem odlišného modelu.

Implikace modelů tedy pomáhají určit, zda naše myšlenky dávají smysl, a tyto myšlenky nám mohou ve světle implikací modelů ukázat, jakým způsobem jsou předpoklady našich modelů neodpovídající. V každém případě může proces formulování a analyzování modelů zlepšit naše porozumění situaci, nad kterou uvažujeme.

Modely teorie her jsou matematickými modely. Využívání těchto druhů modelů umožnilo i využívání výpočetní techniky pro jejich řešení. Dá-li se jev popsat matematickými prostředky, pak vnitřní podobnost různých jevů se projeví v tom, že se dají popsat stejnými prostředky. Z tohoto hlediska má matematické modelování celou řadu výhod:

- *obecnost* - jedním matematickým modelem je možné popsat celou řadu jevů.
- *stručnost a přesnost* - v matematických modelech bývá implicitně obsaženo mnoho informací, které se z něj dají odvozovat matematickými prostředky. Toto odvození bývá přesnější než odvození slovní.
- *snadná ověřitelnost přijatých hypotéz* - podle povahy předpokládaných vztahů mezi veličinami je možné použít různých matematicky přesných metod.

Ještě jednou si společně s Berkou (Berka 1987) blíže shrňme postup při tvorbě matematického modelu:

1. Sestavení kvalitativního modelu.

V této části modelování musíme nejprve na objektu modelování vyčlenit systém - určit prvky systému, které nás budou především zajímat, dále určit cíl našeho výzkumu a popsat vztahy mezi jednotlivými prvky systému.

2. Sestavení matematického modelu.

Zde je nutné nejprve vybrat vhodné matematické prostředky pro popis prvků vybraného systému a vztahů mezi prvky. Určíme matematickou oblast, t.j. např. lineární algebru nebo diferenciální rovnice a následně provedeme přepis závislostí do zvoleného matematického prostředí modelu. Musíme také matematicky omezit možný rozsah změn parametrů modelu.

3. Výzkum chování modelu z hlediska možných změn parametrů.

Tato fáze je fází řešení matematického modelu. Především si všímáme vlivu malých změn na chování řešení modelu. Pokud malé změny parametrů vyvolávají neadekvátní změny řešení, je model nestabilní a proto i nepoužitelný.

4. Konfrontace výsledku výpočtu se skutečností.

Jestliže výsledky výpočtu neodpovídají praxi, je model nepoužitelný a je nutné se vrátit k fázi 2 nebo fázi 1 modelování a celý postup opakovat.

První a čtvrtá fáze modelování se neobejde bez účasti odborníka té které specializace, která odpovídá profesionální orientaci modelu. Druhá a třetí fáze naopak vyžadují dobrou znalost matematických metod. Z tohoto je vidět, že proces modelování má navíc silný interdisciplinární charakter.

Dalším krokem by měla být interpretace získaných výsledků - jejich správný výklad, vypracování doporučení a samotné uvedení výsledků do praxe. Z tohoto pohledu vidíme, že matematické metody jsou uplatňovány pouze v některých fázích procesu modelování a jistě jej nemohou nahradit celý. Nicméně jejich použití přináší celou řadu výhod, jak jsme již dříve zmínili: objektivnost, jednoduchost, obecnost, čistotu úsudku a možnost jednoduchého ověření všech předpokladů.

K tomu, abychom se ujistili, že se nám podařilo načrtnout skrze teorii her dostatečně podstatu matematického modelování a že se v uvedených případech nejedná pouze o specifickou charakteristiku modelů teorie her, předvedeme si ve stručnosti další obor, který se opírá o modelování skutečnosti, a to teorii grafů.

5. TEORIE GRAFŮ

Teorie grafů je matematický obor, který se zejména v posledním půlstoletí živě rozvíjí a je v matematicko – teoretické i aplikační oblasti velmi rozpracován. Teorie grafů je speciální částí kombinatorické analýzy a má mnoho styčných bodů s ostatními matematickými disciplínami a matematikou aplikovanou. Zabývá se studiem matematických útvarů nesoucích pojmenování *grafy*. V matematice i v běžném životě se pojmu graf používá ve dvojnásobném smyslu:

- 1) Graf jako způsob zobrazení například průběhu závislosti několika proměnných.
- 2) Graf jako matematický útvar, který je modelem reálného systému.

Pomocí grafových struktur je možné jednoduše formulovat mnoho úloh z praxe a zkušenosti ukazují, že teorie grafů je jednou z nejčastěji aplikovanou diskrétní matematickou disciplínou v praxi. Pro svou dobrou aplikovatelnost nalézají teorie grafů dobré uplatnění v řadě praktických oborů, kterým také vděčí, vedle základního výzkumu, za svůj rozvoj a oblibu.

Teorie grafů je aplikována téměř ve všech oborech techniky, ekonomiky a sociálních věd. Tato rozmanitost aplikací a rozsah použitelnosti teorie grafů je dán především tím, že je v řadě případů velice výhodné znázornit (popsat, modelovat) strukturu nejrůznějších systémů prostřednictvím grafů. Modely jsou velmi přehledné a dostupné širokému okruhu zájemců a současně tyto grafové struktury zůstávají exaktními matematickými objekty. Důležitá je také skutečnost, že základy teorie grafů lze zvládnout bez větších předběžných nároků na matematické znalosti a také to, že si teorie grafů ve své terminologii nevytvořila nové výrazy, ale používá slov z běžné slovní zásoby a z odborné terminologie v přeneseném významu (např. uzel, cesta, strom, tah, párování, souvislost, délka, kružnice, cyklus, orientace, stupeň...).

Pro porovnání se situacemi, kterými se zabývá teorie her stručně nastíníme základní problémy, které řešila teorie grafů:

Úloha o sedmi mostech města Královce

Městem Königsberg (česky Královec, dnešní Kaliningrad v Rusku) teče řeka Pregel. V této řece jsou dva ostrovy, které byly s pevninou a vzájemně propojeny sedmi mosty.

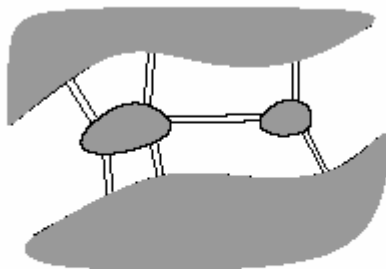


Schéma 7 mostů v Königsbergu

Úkolem je zjistit, zda je možné vyjít z jednoho místa, projít po každém mostě právě jednou a skončit procházku ve výchozím bodě.

Řešení: Úloha nemá řešení, protože graf, který vyjadřuje danou situaci nelze nakreslit jedním tahem.

Úloha jezdce

Může jezdec projít šachovnicí (o 64 polích) tak, aby každým polem prošel právě jednou a posledním tahem se vrátil na výchozí pole?

Řešení: Převédeme úlohu do řeči teorie grafů: Uvažujme graf, jehož uzly jsou jednotlivá pole na šachovnici. Dva uzly jsou pak spojeny hranou právě tehdy, když jezdec může skočit z jednoho pole na druhé. Naším úkolem je nyní v tomto grafu najít hamiltonovskou kružnici. Již dávno je známo, že taková kružnice existuje. Dodnes se ovšem neví, kolik hamiltonovských kružnic vlastně v tomto grafu existuje.

Problém čtyř barev

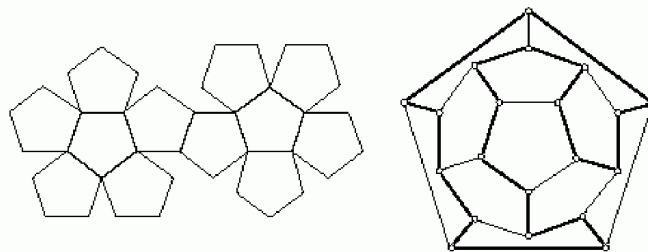
Geografické (politické) mapy se často kvůli přehlednosti vybarvovaly. Jaký je nejmenší počet barev, který vždycky stačí na obarvení mapy v rovině, resp. na kulové ploše? Jedná se o takové mapy, kde každý stát představuje souvislou oblast. Od barvení požadujeme, aby každé dva různé státy měly různou barvu, pokud mají společnou hranici na nějakém úseku nenulové délky. Pokud mají pouze konečný počet společných bodů, mohou mít tutéž barvu. Od počátku existence tohoto problému se matematici snažili dokázat, že 4 barvy vždy postačí.

Hamiltonova hra

Úkolem je „cestovat“ z vrcholu do vrcholu po hranách tohoto polyedru za předepsaných podmínek. Hamilton rozvinul povrch dvanáctistěnu do roviny a připojil ke každému z 20 vrcholů jméno jednoho světového velkoměsta. Nabídl jednomu

výrobci hraček výrobu hlavolamu, jehož řešením je cesta kolem světa po hranách daného dvanáctistěnu, během níž se vyjde z některého města a každým z dalších měst se projde právě jednou a nakonec se vrátí do výchozího města.

Řešení: grafová formulace hlavolamu: je dán graf o 20 uzlech (vrcholy dvanáctistěnu), hrany grafu odpovídají hranám dvanáctistěnu. Úkolem je v tomto grafu najít kružnici procházející všemi uzly. Jedno z řešení je znázorněno na obrázku.



Problém obchodního cestujícího

Obchodní cestující má projít danou množinou měst a vrátit se tam, odkud vyšel. Náklady na jeho cestu přitom mají být co nejmenší.

Řešení: Situaci lze popsat ohodnoceným grafem, v němž vrcholy jsou jednotlivá města, hranou spojíme města, mezi nimiž existuje přímé dopravní spojení a každé hraně přiřadíme náklady spojené s cestováním mezi danými vrcholy.

(Šišma 1997)

Na první pohled by se mohlo zdát, že modely, jak jsme je předvedly fungují a zajisté přispívají našemu porozumění skutečnosti. Je to ale „skutečně“ pravda? Teorie her se pojmy jako *skutečnost* nezabývá. Vystačí si s tím, že její modely jsou

funkční ve smyslu možnosti predikce následného stavu a tím podle svého paradigmatu logicky přispívá k porozumění světu kolem nás. Otázka, kterou si však klademe v této práci zní: Mohou nám modely, které jsou bezesporu základem západní moderní vědy pomoci porozumět skutečnosti?

Pokus o načrtnutí principu modelování při matematickém modelování předvedeném na teorii her a teorii grafů budu konfrontovat s přístupem M. Heideggera, který se ve svých přednáškách Otázka techniky a Věda a zamyšlení (Heidegger 2004) zabýval bytností techniky a vědy. Jedním z ústředních témat těchto přednášek byl vztah moderní vědy ke skutečnosti. Je moderní věda schopna postihnout podstatu předmětů, kterými se zabývá? Jaké jsou příčiny, důsledky a možná východiska tohoto stavu?

Pro další postup bude tedy nutné shrnout si základní myšlenky Heideggerova textu:

6. HEIDEGGEROVA VĚDA A TECHNIKA

Heidegger se ve své přednášce Otázka techniky (Heidegger, 2004) snaží sjednat k technice svobodný vztah tím, že k ní nebude zaujímat neutrální postoj, ale tím, že se pokusí najít její podstatu¹. Techniku běžně chápeme jako prostředek k určitým účelům (instrumentálně) či jako konání člověka (antropologicky). S technikou máme také spojeno zhotovování a užívání nástrojů, přístrojů a strojů i samotnou potřebu tyto zhotovovat a užívat. Toto pojetí techniky je podle Heideggera správné, ale není pravdivé – neukazuje nám nic z podstaty techniky.

¹ Pro naše účely budeme v práci považovat slovo „podstata“ za synonymum Heideggerova výrazu „bytnost“ a přidržíme se i nadále používání termínu „podstata“ jako základu, po kterém v práci pátráme, i když u Heideggera je pro stejný termín zaužíváno „bytnost“.

Heidegger se zamýšlí nad tím, jak je možné tuto podstatu nahlédnout – podle něj i účel, podle něhož se určuje výběr prostředků, platí za příčinu. Vrací se tedy k Aristotelovu určení čtyř příčin – *causa materialis*, *causa formalis*, *causa finalis* a *causa efficiens*. Podle Heideggera je příčinou to, co něco jiného zaviňuje, co věc dovršuje. Toto uvádí na příkladu stříbrníka zhotovujícího misku (Heidegger 2004, str. 10): je zde stříbro jako materiál, z něhož je miska zhotovena, a podoba tohoto materiálu tedy forma, další příčinou je účel, pro který je miska zhotovena (obětování bohům), ale hlavní příčinou je podle Heideggera uskutečnění účinku, v jistém smyslu kauzalita – stříbrník, který spojuje ostatní tři příčiny – miska vychází najevo díky úvaze stříbrníka.

Máme tedy čtyři způsoby zavinění, které přivádějí něco ke zjevu – zaviňují, že před námi leží (přítomnost přítomného) stříbrná miska. Co však je základem těchto zavinění? Podle Heideggera je tímto základem *vpouštění umožňující příchod (dopouštění)*, které je bytostností kauzality (Heidegger 2004, str. 12). To, co není přítomno, přichází díky zavinění do přítomnosti. Toto dopouštění je *poiésis* – tedy skýtání výskytu, které mimo jiné zahrnuje i *fýsis*, která je nejvyšším stupněm skýtání výskytu, jelikož jej poskytuje sama od sebe.

Heidegger ukazuje (Heidegger 2004, str.12), že antický Řek vnímal *poiésis* na pozadí přírodního dění, které mu bylo rovněž vynášením něčeho skrytého navenek. Přírodní proces, např. růst rostliny, je završen květem, tak jako utváření živé bytosti je dovršeno její dospělostí. V ní se ukazuje, co je dospělá bytost zač, její bytnost je patrná z jejích vlastností a schopností, které ve svém životě uplatňuje. I neživá věc vyjevuje, čím je, tím, že je schopna do určitých přírodních procesů vstoupit, a to buď jako aktivní činitel (např. voda rozpouštějící kámen), nebo jako pasivní činitel. Lidská

poiésis – zhotovování - se podobá přírodním procesům v tom smyslu, že v ní rovněž vychází do zjevnosti něco, co by jinak zůstalo skryto. U lidské *poiésis* se jedná o skýání výskytu v něčem jiném. Přírodní procesy i lidská *poiésis*, jsou spjaty s poznáním. Příroda se poskytuje k poznání. Přecházení do neskrytosti, odkrývání, Heidegger spojuje se správností představování, tedy s pravdou (Heidegger 2004, str.12).

Technika je právě jedním ze způsobů odkrývání. Charakteristickým rysem novověké techniky je "*vymáhavé požadování*" (Herausfordern). Jedná se o odkrývání skrze požadování. Technika požaduje od přírody energii a tu pak chce hromadit do zásoby. Heidegger uvádí příklad (Heidegger 2004, str. 15) větrného mlýna a starého mostu, které tvoří s krajinou harmonický celek, oproti dnešnímu mostu či elektrárně na Rýně. Starý most nebo větrný mlýn, tedy také technická zařízení, byly součástí krajiny. V druhém případě technické dílo *vymáhá*, aby se mu krajina podrobila.

Heidegger se hlouběji zamýšlí nad charakterem tohoto *vymáhavého požadování*. V čem se liší moderní chování k přírodě od chování rolníka obdělávajícího (Bestellen) pole? V novém přístupu je vše "*kusem použitelného stavu*" ("*použitelný stav*" - Bestand). Heidegger tento stav vyjadřuje slovem "*stellen*", "*stanovovat*", "*stavět na povel*". Co je takto postaveno, je zcela k dispozici na povel či objednávku. "Elektrárna stanovuje (stellt) Rýn jako vodní tlak, který stanovuje turbíny k tomu, aby se točily, toto otáčení pohání stroje, jejichž soukolí vyrábí (herstellen) elektrický proud, pro nějž jsou zjednány (bestellen) zemské centrály a jejich rozvodná síť, která zajišťuje (bestellt) jeho dodávku." (Heidegger 2004, str. 25). Heidegger naznačuje, že se člověk pohybuje v oblasti "*stanovování*", kde

předměty přestávají být předměty, ale stávají se spíše částmi "*použitelného stavu*" (Bestand).

Odkrývání, které panuje v moderní technice má povahu "*stanovování*" (Stellen) ve smyslu *vymáhavého požadování* (Herausforderung). Vše má být zjednané ve stálost pro další zjednávání. Tento stav - Bestand – znamená více než zásoba, jedná se o použitelný stav – způsob, jakým je přítomno vše, co je zasaženo *vymáhavým požadováním*. Člověk toto zjednávání nečiní sám od sebe, ale je k tomu sám zjednáván, i on se tak stává *použitelným stavem* (lidský materiál). Člověk zjednáváním pouze odpovídá na výzvu neskrytosti.

Zde se Heidegger dostává k samotné podstatě moderní techniky (Heidegger 2004, str.19) – Gestell (*ustanovující zjednávání*) – vymáhavý nárok, který lidi shromažďuje, aby to, co se odkrývá, zjednávali jako *použitelný stav zásob*. Vláda Gestellu se začíná projevovat v novověké přírodovědě 17.století, která *stanovuje* přírodu, aby byla spočitatelná – připravuje tak cestu podstatě moderní techniky. Moderní technika druhé poloviny 18.století pak přírodu pojímá jako *sjednatelnou* jako systém informací moderní přírodovědy. Vytváří se tak klamný dojem, že technika je užitou přírodovědou.

Vraťme se však ke klíčovému pojmu vyjadřujícímu podstatu techniky – Gestell. Gestell podle Heideggera (Heidegger 2004, str.23) shromažďuje veškerá Stellen, aby vše skutečné odkrýval na způsob *sjednatelného stavu použitelných zásob*. Člověk je pod tlakem Gestellu a je součástí vymáhání, proto se nemůže již s Gestellem dát do vztahu. Gestell je totiž pro člověka něčím vyšším než pouhou podstatou části jeho činností, je pro něj *údělem* – Gestell nás posílá na cestu

odkrývání. V odkrytosti (v události odkrývání pravdy) pak spočívá svoboda. Svoboda je tedy oblastí údělu, který přivádí odkrývání na cestu.

Podle Heideggera člověku vždy již vládne *úděl* odkrývání. Toto odkrývání je nebezpečím. Nebezpečím z toho důvodu, že nás nechává na okraji – můžeme snadno zapadnout do přehlédnutelnosti se v neskrytém a tím se ztratí pravdivé. Toto nebezpečí se stává největším právě v oblasti Gestellu – člověk je *zjednavatelem použitelných stavů* a sám je přitom také *použitelným stavem*. Pasuje se na pána země a vypadá to, jako by všude potkával jen sebe sama. Nebezpečí spočívá právě v tom, že člověk již nevidí, že je Gestellem oslovován a nepotkává se nikde – pouze ek-sistuje (je vždy ze-sebe skrze věci).

V oblasti Gestellu se děje odkrývání pouze skrze *zjednávání* a už ne jinými způsoby. Gestell zabraňuje, aby se dělo odkrývání samo ze sebe ve smyslu *poiésis*. Gestell tak zastiňuje *poiésis*, ve kterém má sám původ. Tímto skrývá odkrývání a TO, kde se uděluje neskrytost, skrývá tak tedy pravdu.

"*Stanovovat*" (stellen) a být na povel k dispozici (gestellt werden) jako "*kus použitelného stavu*" je struktura světa, v němž se pohybuje dnešní člověk. "Průmysl, hospodářství, vyučování, politika, vedení válek" - vše je prostoupeno panstvím "Gestellu", v němž jsou jen *zjednavatelé* a "*kusy použitelného stavu*".

Z výše uvedeného je patrné, že podle Heideggera není nebezpečím pro člověka samotná technika, ale její podstata, tedy Gestell, který prostupuje i moderní vědy. Jaká vidí Heidegger východiska z této situace slepé nadvlády Gestellu?

„Kde však je nebezpečí,
vyrůstá také záchrana“

Hölderlin (cit. dle Heidegger, 2004, str.28)

Je třeba se od nadvlády Gestellu zachránit a uchovat si tak možnost přístupu k původnímu odkrývání jako poskytování výskytu, k přístupu k pravdě. Heidegger tvrdí, že záchrana vyrůstá přímo na půdě Gestellu. Člověk by se měl ptát po podstatě techniky a jeho záchrana spočívá v tom, že si uvědomí, že skutečnou podstatou techniky je odkrývání, a že Gestell, ač se to snaží zakrýt, je na odkrývání stále bytostně závislý.

Samo odkrývání je pak dvojsměrným pohybem, dvojsměrnou závislostí: člověk potřebuje ve svém údělu odkrývat a odkrývání potřebuje ke svému pohybu člověka. Člověk tedy musí začít dbát podstaty techniky jako toho, co poskytuje výskyt a ne pouze toho, co výskyt pouze zjednává. Je nutné, aby odkrývání, které je prvotnější než Gestell, přivedlo záchranu. Ta se zjeví, pokud se navrátíme k původnímu významu slova *techné*, tedy vynášení pravdivého do krásného. Když se vrátíme do doby, kdy umění bylo *výskyt poskytujícím odkrýváním*. Heidegger vidí tedy východisko opět ve shodě s Hölderlinem:

„...básnický bydlí člověk na této zemi.“ (cit. dle Heidegger, 2004, str.34)

Další pro naše téma relevantní Heideggerova přednáška – Věda a zamyšlení (Heidegger, 2004) pojednává o podstatě vědy. Věda je podle Heideggera dnes rozhodujícím způsobem, jakým se nám podává všechno, co jest. Vědu stejně jako třeba umění běžně chápeme jako oblast kultury, to nám však neříká nic o její podstatě. Skutečnost, ve které se pohybujeme, je velmi spoluurčována západní vědou, která se navíc chce stát celosvětově prosazenou. Vědy prostupují všechny organizace moderního života. Musí zde tedy panovat větší úděl než jen lidské chtění

vědět. Heidegger se tedy zamýšlí nad tím, co vlastně věda je, co se v ní skrývá a jaká je její podstata.

Heidegger vychází z toho, co podle něj charakterizuje podstatu vědy: „*Věda je teorií skutečného.*“² (Heidegger, 2004, str.37). Toto určení je plné otázek. Tyto otázky odkazují na původní významy slov *teorie* a *skutečné*, a na změny, které tyto významy zaznamenaly v průběhu doby.

Moderní věda má původ ve starořecké vědě, tedy ve filosofii samotné, přesto se stala podle Heideggera jinou, a to tím, že vychází pouze z jednoho rysu starořecké vědy, který byl navíc v původní vědě skryt. Heidegger tvrdí: „...jakékoliv zamýšlení nad tím, co nyní jest, se může ujmout a přinést plody pouze tehdy, když rozhovorem s řeckými mysliteli a s jejich řečí zapustí kořeny do základu našeho dějinného pobytu, naší dějinné existence.“ (Heidegger, 2004, str.38) V dnešní době je přítomno to, co bylo časně myšleno – co nám poslal úděl.

Heidegger se pokouší dopátrat pravého významu věty charakterizující podstatu vědy pomocí hledání pravého významu jejích jednotlivých slov:

Skutečné

V němčině *skutečné*, *das Wirkliche*, pochází od *wirken*, *působit*. Stejný význam má i slovo *tun*, *dělat*, původně od indoevropského kmene *dhé*. Z tohoto kmene je odvozeno i řecké *thézis*, které však znamená *kladení*, *stanovení*, *umístění*, *polohu*. Toto působení není myšleno jen jako činnost člověka, ale také například jako *fýzis* (*ze sebe sama něco předkládat, postavit se sám před nás*).

² Je třeba držet na paměti, že po celou dobu přednášky Heidegger míní novověkou moderní vědu, pokud vysloveně neuvede jinak.

Heidegger zdůrazňuje, že je důležité si všimnout, že *thézis a fýzis* si zde ještě odpovídají, až později budou stanovena jako protiklady, ale i to se může stát jen díky tomu, že to, co je určuje je stejné. Obě slova pojmenovávají způsob, jak je přítomné přítomným. *Působit (wirken)* tedy v původním významu znamená *skýtat výskyt*. *Skutečnost (Wirklichkeit)* pak znamená *sebeředkládání, jemuž je poskytována přítomnost a v sobě se dovršující přítomnost sebeposkytování*. I české slovo *skutečnost, skutek* je odvozeno od *kutit, kutat, vykutat*, tedy *vynášet, vynést ze skrytosti na světlo* (Michálek in Heidegger, 2004)

Německé slovo *působit wirken* pochází z indoevropského kmene *uerg*. Z něj je odvozeno i řecké *ergon*. *Ergon* není myšlen jako účinek, efekt v rámci kauzality, jinak řečeno: *ergon* není následkem *causa efficiens*. *Ergon* je naopak tím, co *přichází stanout do neskrytosti*, to, co uvádí do plné přítomnosti a v nejvyšším smyslu poskytuje přítomnost. *Přítomnost ergon* nazývá Aristoteles jménem *energeia* – *uchování se v zavrženosti* (jak připomíná Heidegger - zcela jiný význam při porovnání s dnešním pojetím energie). *Přítomné* je zde tedy pojímáno jako *prodlévání toho, co když vešlo do neskrytosti v ní setrvává*.

Římané překládají *ergon* jako *actio* a *energeia* jako *actus*. Jako první tedy vidí *to, co jest* jako výsledek *causa efficiens*, jako následek zapříčiněný určitou operací. Přítomnost se mění v řetězec příčin a následků. Tento přístup k pojetí skutečnosti se završuje začátkem novověku, kdy *Tun* znamená *konat a pracovat v rámci kauzality*, skutečné je výsledkem *tun*, tedy *tatsachliche, faktické*. Heidegger poukazuje na změněné vnímání skutečného – skutečnost již není to, co přichází do neskrytosti, ale to, o čem se můžeme opakovaně znovu-ujišťovat, co přichází jako stabilní výsledek. Skutečné je podáváno jako výsledek, jako to, co dospělo do zajištěné

stability. Výsledek se před nás staví jako *Gegen-stand*, *předmět* (takto převzat z latinského *obiectum* až v 18.století). Předmětnost se tak v novověku stává charakteristikou přítomného samého.

Jakým způsobem k tomu došlo podle Heideggera zjistíme, až když se zeptáme, co je skutečné vzhledem k teorii a částečně i díky ní.

Teorie

Slovo teorie pochází z řeckého *theoria*, které se skládá se ze dvou kmenových slov: *théa* – *podívaná, vzhled, ve kterém se ukazuje, podoba, co něco dává a orao* - *k něčemu obrátit zrak, prohlédnout, popatřit na*. *Theoria* tedy znamená: „*popatřit na podobu, v níž se přítomné ukazuje, a prostřednictvím takového pohledu u ní ve vidění prodlít.*“ (Heidegger, 2004, str. 43)

Nejvyšším způsobem života podle řeckých filosofů byl *bios theoretikos*, *život nazírající*, kdy člověk myšlením hledí do čistého vyzařování zjevujícího se přítomného. Řekové mohli vyslovit kmenová slova i s jiným přízvukem a pak by podle Heideggera *theoria* znamenala: *uctivou pozornost k neskrytosti přítomného – opatrujícím zřením pravdy*.

I moderní teorii, tedy moderní vědou proniká stín takto raně pojímané vědy. V podstatě z této původní teorie moderní věda žije. Co je však jiného na moderní teorii?

Do latiny se teorie dostala už jako *contemplai/contemplatio*, což znamená *zařadit do určitého výseku a v něm ohradit*. Teorie se tak stává rozpitvávajícím, rozčleňujícím pozorováním, uchopujícím postup vůči tomu, co má být zachyceno. Stále ještě ale zůstává rozdělení *vita contemplativa* a *vita activa*, které vydrží, sice

již pozměněné ve formě znamenající oddělení života duchovního a světského, až do konce středověku.

V němčině se dnes teorie překládá jako *Betrachtung* z latinského *tractare*, tedy *pojdnávat, zpracovávat*. *Nach etwas trachten* znamená *k něčemu se dopracovávat, klást tomu nástrahy, abychom to zajistili*. Jedná se tedy o nástrahy kladoucí a zajišťující zpracování přítomného.

Důsledky

Heidegger shrnuje, že význam věty „*věda je teorie skutečného*“ se nám nyní ukazuje takto: věda ustanovuje skutečné tak, aby se představovalo jako následek nějakého působení. Skutečné je pojímáno jako posloupnost účinků a příčin a je zajištěno ve své předmětnosti. Věda pojímající skutečné jako předmětné, nutí skutečné, aby se ukazovalo ve své předmětnosti, *zřizuje (stellen)* skutečné, aby se zjevovalo ve své předmětnosti, tedy jako výsledek kauzality. Předmětnost má vždy charakter oblasti – rozvrhuje tak možnosti kladení otázek. Nové jevy jsou vždy vpravovány do směrodatné předmětné souvislosti teorie. Čistá teorie je určena předmětností přítomného. Moderní fyzika tak například nevylučuje platnost Newtonovské fyziky, ale pouze omezuje oblast její platnosti.

Předmětné oblasti

Nutným pozitivním důsledkem podstaty moderní vědy je její specializace – teorie skutečného je vědou odborných disciplín. Vědecké teorie zajišťují pouze určitou část skutečného (tu nazývají předmětnou oblastí). Vědy mezi sebou tímto vymezením určují vzájemné hranice, skrze které se navzájem ovlivňují. Každá oblast již předem rozvrhuje možnosti kladení otázek. „Vymezení předmětných oblastí, jejich rozčlenění do speciálních pásem neodtrhává vědy od sebe, nýbrž

umožňuje mezi nimi hraniční styk, který vede k vyznačení hraničních oblastí. Z nich vycházejí zvláštní popudy, které vedou k novým, často rozhodujícím způsobům kladení otázek.“ (Heidegger, 2004, str.49). Každý jev z oblasti je zpracováván tak dlouho, dokud se nevpraví do směřodátné předmětné souvislosti teorie, tedy dokud nezačne být s teorií samotnou koherentní. To samozřejmě nevylučuje možnost změny celé předmětné souvislosti, která může být způsobena závažnými příčinami.

To, co se nemění, je sama předmětnost zkoumaných předmětů. Moderní věda je teorií v právě posledně zmíněném smyslu. Proto tolik záleží na tom, jak skutečnost zpracovává. Proto je tolik kladen důraz na metodu. Heidegger uvádí citaci M.Planca: „Skutečné je to, co se dá měřit.“ (Heidegger, 2004, str.48) (neboť měřitelnost se zakládá v předmětnosti přírody, ve víře, že s přírodou lze *počítat*). Zajišťujícím postupem teorie skutečného je tedy *počítání* (ne však ve smyslu manipulace s čísly, ale ve smyslu *Rechnen – s něčím počítat, brát v úvahu, klást něco jako nadějně, očekávat*). Věda tak počítá s tím, že bude-li klást přírodě nástrahy (např. ve formě experimentů), bude takto v předmětnosti zřízená příroda odpovídat vždy stejným způsobem.

Ono nenápadné

Podstatou vědy je tedy předmětnost. Heidegger se snaží přijít na to, co nenápadného se skrývá v podstatě vědy charakterizované teorií a skutečným. Dalším krokem k odhalení tohoto nenápadného je zjistit, jak se to má s předmětností jednotlivých oblastí věd.

Vědy se zakládají na předmětnosti a v tom také spočívá nedostatečnost věd. Heidegger to vysvětluje na příkladu fyziky (Heidegger, 2004, str. 51 – 54) - klasická fyzika nahlíží na přírodu jako na pohybovou souvislost materiálních těles, která je

předem vypočitatelná, jelikož je v rámci klasické fyziky možné vypočítat jak místo, tak hybnost částic. Fyzika jaderná operuje s termíny jako jádro a pole a lze určit buď jen hybnost, nebo pouze polohu, její závěry tedy mají pouze statistický charakter. I jaderná fyzika je stále fyzikou, i když ji ta původní již nezahrnuje. Zajímavé je, že v jaderné fyzice mizí předmět a poprvé se tak stává nejdůležitějším vztahem subjektu a objektu. „...teprve nyní se ujímá své nejdalekosáhlejší, z Gestellu předurčené vlády. Subjekt – objektový vztah se stává stavem zjednávání.“ (Heidegger, 2004, str. 51) Subjekt i objekt zde vystupují již jako stavy a předmětnost se proměňuje v Gestellem určenou stabilitu sjednatelných stavů – setkáváme se poprvé se vztahem čisté vztažnosti.

Teorie ustavuje části skutečnosti jako předmětné oblasti. Zpředměťňování je však odkázáno na přírodu, která už je přítomna. Ve vědě se však pracuje s přírodou ustanovenou až fyzikálním zpracováním samým („Druhá příroda“). Příroda je vždy přítomná už *sama od sebe* a věda tak nepřistupuje k přírodě samotné v její podstatě, ale pouze k její ustanovené předmětnosti, která vypovídá vždy nutně o pouhých jednotlivostech. Podle Heideggera tak předmětnost nikdy neobsáhne bytostnou plnost přírody.

Příroda je pro fyziku oním dotazovaným *nenápadným věcným obsahem*, který si fyzika sama *neuvědomuje a nemůže poznat*, avšak přesto *vládne* její bytnosti. Příroda je tím, co ve fyzice nelze *obejít*. Fyzika nemůže na přírodu rezignovat, neboť její předmětnost je na ní zcela odkázána, příroda je jejím *pramenem*. Věda se ale ani nemůže zeptat, zda se jí tímto zpředměňováním příroda spíše neskrývá.

Heidegger uvádí i další vědy s tím, co v nich nelze obejít: v psychiatrii je to Dasein, který se vždy již promítá do její předmětnosti. V historii jsou to dějiny, které

nemusí být nutně historické a přitom historie je právě poznáváním dějin. Filologie se zabývá literaturou, ale je to řeč, kterou v ní nelze obejít.

To, co ve vědách vládne (v příkladech příroda, člověk, dějiny, řeč) podle Heideggera nelze obejít, ale ani obsáhnout, protože předmětnost je jen jedním za způsobů přítomnosti, jak se toto vládnoucí ukazovat může, ale nemusí. V bytnosti vědy tedy vládne něco, co nelze obejít. Vědy samy nevědí, co to je, neumí si představit svou vlastní bytnost. Toto vládnoucí je pro samu vědu skryto – „věda nemyslí“.

Heidegger se však snaží postihnout, co je toto vládnoucí vědám nepřístupné a nazývá to *nenápadným věcným obsahem* (prostupuje bytnost vědy, tj, teorii skutečného, je přehlížené, nepřístupné, ale nelze obejít). Vědy v tomto *nenápadném věcném obsahu* spočívají jako řeka v prameni. Vědy se ženou do úplného zformování své vlastní předznačené bytnosti. To, skrze co se děje tento nenápadný věcný obsah a co hýbe moderní vědou, je pravděpodobně technika. Heidegger ale odmítá pouštět se dále v rozboru tohoto *nenápadného věcného obsahu*, protože podle něj není jisté, zda již nastala doba, kdy se po něm vůbec můžeme správně zeptat.

Musíme se tedy spokojit s poukazem na tento *nenápadný věcný obsah* (věcný obsah jako to, co v sobě věc drží, smysl). Podle Heideggera k tomu, aby člověk znovu našel vztah k pravdě, musí se začít ptát na to, co je hodno otázky (*fragwürdig*) - na věcný obsah sám, na to, co je skryto. *Putování (sinnen)* k tomu, co je hodno otázky pro nás totiž není nějakým dobrodružným výletem do neznáma, ale návratem domů, tam kam nás posílá úděl. Putovat za tím, kam se věci samy od sebe ubírají, (*sinnen*) znamená zamyslet se (*Besinnung*) nad tím, co v předmětnosti

ztrácíme – totiž nad *smyslem* (*Sinn*). Teprve toto zamyšlení, které musíme nejen od vědců vyžadovat, nás přivede nazpět tam, kde se odedávna nacházíme do světa každodennosti. Skončil věk vzdělávání, chování tohoto světového věku začneme odpovídat, když se zamyslíme. Jak shrnuje Heidegger:

„Je nám třeba zamyšlení jakožto odpovídání, které v jasnosti toho, co je hodno otázky, samo na sebe zapomene a ve vhodném okamžiku ztratí charakter tázání a stane se prostou výpovědí.“ (Heidegger, 2004, str. 60)

6. 1. Heidegger a modely

Pro další rozbor bych ráda uvedla, že veškeré pojmy, se kterými zde budeme pracovat jsou chápány ve smyslu, jak je pojímá Heidegger ve výše uvedených přednáškách. Jistě by se dalo rozebírat i mnoho alternativních pojetí skutečnosti, teorie a vědy, které by bylo možno vztáhnout k modelům a došlo by se tak ke zcela odlišným závěrům. To by však výrazně převyšovalo rozsah této práce, proto nebudeme rozboru těchto pojmů věnovat větší pozornost než zaujmají právě v pro nás relevantních přednáškách.

Pro naše účely pátrání po vztahu skutečnosti a modelů jsou z výše uvedeného nejdůležitější dvě Heideggerovy myšlenky, které nás každá posílají na odlišnou cestu:

1) Věda pojímající skutečné jako předmětné, nutí skutečné, aby se ukazovalo ve své předmětnosti, *zřizuje* (*stellen*) skutečné, aby se zjevovalo ve své předmětnosti, tedy jako výsledek kauzality. Oblast předmětnosti skýtá podle Heideggera to nebezpečí, že se člověk pohybuje v oblasti "*stanovování*", kde

předměty přestávají být předměty, ale stávají se spíše částmi "*použitelného stavu*" (Bestand). Člověk se tak zcela ocitá v oblasti nadvlády *Gestellu*.

Můžeme rozvinout, že v případě teorie her je věc, předmět, situace, děj použit pouze jako součást modelu – jako určitý bod, se kterým se pak v modelu pracuje jako s předmětem. Tento předmět je zahrnut do struktury modelu společně s dalšími jeho prvky. Začleněním do modelu jev ztrácí svou jedinečnost a stává se jakýmsi zobecněním, rozhodně pak na nás nepůsobí dále ve smyslu *fýzis* (ze sebe sama něco předkládat, něco skýtat), kdy takto chápané působení pojmenovává způsob, jakým je přítomné přítomným. Heidegger pojímá skutečnost jako sebedředkládání, jemuž je poskytována přítomnost a v sobě se dovršující přítomnost sebesposkytování. V tomto smyslu rozhodně modely nejsou blízké skutečnosti, naopak zcela odpovídají Heideggerovu pojetí moderní vědy, kde se pojímá skutečné jako výsledek, jako něco, co dospělo do zajištěné stability, což je charakteristikou modelů – jedná se o stabilní struktury, které mohou být aplikovány na nejrůznější varianty situací. V tomto smyslu skutečnosti, jak ji vnímá moderní věda, kdy je skutečné to, co nám stojí oproti jako předmět, jsou modely klasickým vnímáním skutečnosti, ovšem to jak víme, je v rozporu s původním pojetím skutečnosti, jak ji chápe Heidegger.

Modely patří již do moderní vědy, kde vládne *Gestell* – novověká věda odpovídá skutečnému pronásledujícím představováním, které zajišťuje vše skutečné v jeho vysledované předmětnosti. Co jiného jsou modely než právě toto „pronásledování jevů“ za účelem jejich polapení do předmětné struktury? Vše je zajištěno jako posloupnost účinků a příčin a zajištěno v předmětnosti. Člověk si zjednává jevy jako použitelné stavy zcela pod nadvládou *Gestellu*. Modely tedy

odkrývají způsobem vymáhání, což zabraňuje tomu, aby se jevy odkrývaly i jiným způsobem – odkrývání samo ze sebe – *poesis*.

(Zdůrazněním předmětnosti se navíc odvracíme od toho nenápadného, co se skrývá v podstatě vědy, v našem případě, co je v modelech tím, co nelze obejít? Jsou to v případě modelu interakcí pobyty interagujících? Či je to ještě něco dalšího? Pokud bychom přišli na to, co nelze v modelech obejít, neposlalo by nás to na správnou cestu právě za tímto, čímž by se nám ukázala naděje, o které hovoří Heidegger, že je ukryta v samotné moderní vědě a technice? – toto už je však extrémní spekulace)

2) Nutným pozitivním důsledkem podstaty moderní vědy je její specializace – teorie skutečného je vědou odborných disciplín. Vědecké teorie zajišťují pouze určitou část skutečného (tu nazývají předmětnou oblastí). Vědy mezi sebou tímto vymezením určují vzájemné hranice, skrze které se navzájem ovlivňují. Každá oblast již předem rozvrhuje možnosti kladení otázek. „Vymezení předmětných oblastí, jejich rozčlenění do speciálních pásem, neodtrhává vědy od sebe, nýbrž umožňuje mezi nimi hraniční styk, který vede k vyznačení hraničních oblastí. Z nich vycházejí zvláštní popudy, které vedou k novým, často rozhodujícím způsobům kladení otázek.“ (Heidegger, 2004, str.49). Mohou nám modely jako interdisciplinárně platné, aplikovatelné na nejrůznější obory a především vycházející z poznatků mnoha oborů, pomoci nahlédnout na skutečnost z pohledu, který by nepůsobil vymáhavým odkrýváním a tedy by dal možnost jevům, aby se odkrývaly samy ze sebe? Dá se takto najít „mezera“ mezi jednotlivými předmětnými oblastmi teorie, která by nám umožnila nahlédnout ono nenápadné, co nelze obejít?

6. 2. Heidegger a příklady věžňova dilematu

Která z těchto cest je správná (ve smyslu odpovídajícím Heideggerovu přístupu k vědě – považoval by Heidegger teorii her za přínos poznávání skutečnosti a podstaty jednotlivých jevů, nebo bychom se takto spíše přiblížili podle Heideggera podstatě interakcí, které jsou modely představovány a ve kterých jsou jednotlivosti zahrnuty jako součásti modelu, nebo by pro něj byly modely spíše jen zdůrazněním předmětnosti?), zjistíme nejspíše, pokud se podíváme na jednotlivé uvedené příklady věžňova dilematu a pokusíme se určit, zda v nich zcela panuje úděl Gestellu. Pokusíme se aplikovat, co je Gestell, na modelu konkrétního příkladu věžňova dilematu „jedná se o „mlýn na Rýnu“, nebo už o „elektrárnu na Rýnu“?

Když se nad tímto na první pohled racionálním postupem zamyslíme hlouběji, zjišťujeme, že hledání správného přístupu, který by odpovídal Heideggerovu pohledu na modely, můžeme skrze aplikaci Heideggerova přístupu k vědě a technice na jeden konkrétní model jen těžko provést s dosavadními znalostmi, které byly v této práci prezentovány.

Heidegger v uvedené práci nepracuje s konkrétními příklady jednotlivostí ve vědě (př. metod, postupů, struktur) – hovoří o moderní vědě komplexně (pouze když se zmiňuje o tom, co ve vědě nelze obejít, vždy toto jmenuje pro konkrétní vědu, ale dalšími podrobnostmi z její struktury se nezabývá).

Heidegger při svém vypracování pojmu Gestell vychází z celé filozofické tradice a pečlivě hledá významy jednotlivých pojmů, se kterými pracuje, a tím, že osvětluje jejich původ se dostává k vlastnímu pojetí moderní vědy a techniky.

Pokud bychom se pokusili aplikovat Heideggerův pohled na vědu jako celek na jednotlivý model, jednalo by se jen o velmi vágní postup. Tento postup bychom si mohli dovolit pouze za předpokladu, že bychom měli dostatečně jasno v tom, co v Heideggerově pojetí znamená podstata (nejen z uvedeného příkladu bytnosti vědy a techniky). Až poté bychom se mohli zabývat tím, zda se k podstatě jevů přibližuje nějaká konkrétní struktura představující jevy jakou je např. model.

ZÁVĚR

Tato bakalářská práce si kladla příliš ambiciózní cíl. Je možné v rozsahu práce představit teorii her, zkusit hledat obecné principy modelování, či představit Heideggerovo pojetí vědy a techniky. Můžeme konstatovat, že na jisté úrovni jsme i všechny tyto cíle splnili. Avšak k tomu, abychom mohli fundovaně propojit tato témata tak, aby se nejednalo o na akademické půdě neadekvátní spekulace, by bylo nutné mít mnohem hlubší znalosti jednotlivých témat, a to do té míry, že by pak pravděpodobně každé téma vystačilo na samostatnou práci.

Teorii her se nám podařilo postihnout asi nejhlouběji, bylo by však třeba mnohem více postihnout proces tvorby modelů a to, na čem je založen. Dále by bylo nutné nastudovat Heideggerovo dílo natolik, aby bylo možné vidět jeho pojetí vědy a techniky dostatečně v kontextu jeho díla, čímž by jednotlivé pojmy dostaly jasnější kontury. Především by bylo nutné komplexně nastudovat vývoj jednotlivých filozoficky zatížených pojmů, se kterými v práci operujeme – bylo by třeba znát pozadí pojmů u jednotlivých autorů, které rozebírá sám Heidegger ve své přednášce, a především pak zanalyzovat pojmy „podstata“ a „skutečnost“ – bez jejich hluboké analýzy se nemůžeme pustit do hledání toho, co je podstatou modelování skutečnosti.

Tato práce pro mě osobně byla přínosem a strávila jsem její tvorbou mnoho času, pokud bych se pokoušela ji zakončit integrativním závěrem pouze na tak povrchní úrovni, ke které jsem dospěla, znamenalo by to pouze, že jsem se při ní nic nenaučila...

Literatura a zdroje

BENEŠ, M. (n.d.). John Forbes Nash. Recieved at 2.5.2008. Available at: <http://mat.fsv.cvut.cz/benes/John%20Forbes%20Nash.htm>

BERKA, M. (1987). Operační výzkum I.. Brno: VUT.

CARMICHAEL, F. (2005). A Guide to Game Theory. Edinburgh: Pearson Education.

FRIGG, R., HARTMANN, S. (2008). Models in Science, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2008 Edition), Edward N. Zalta (ed.), Recieved at 12.4.2008. Available at: <http://plato.stanford.edu/archives/spr2008/entries/models-science>

HAVEL, I. (1999). Přirozené a umělé myšlení jako filozofický problém. Umělá inteligence III. (eds.V. Mařík, O. Štěpánková, J. Lažanský). Praha: Academia.

HAUSMAN, D. (2008). Philosophy of Economics, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2008 Edition), Edward N. Zalta (ed.), Recieved at 3.4.2008. Available at: <http://plato.stanford.edu/archives/sum2008/entries/economics>

HEIDEGGER, M. (2004). Věda, technika a zamyšlení. Přeložil Jan Michálek. Praha: Oikoymenh.

HRUBÝ, M., BEDNÁŘ, J. (n.d.). Teorie her a simulace v podpoře rozhodování. Recieved at 2.5.2008. Available at: <http://perchta.fit.vutbr.cz/research-modeling-and-simulation/4>

HUIZINGA, J. (1971). Homo ludens. Praha: Mladá fronta.

JABLONSKÝ, J. (2002). Operační výzkum – kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování. Praha: Professional Publishing.

KUHN, S. (2007). Prisoner's Dilemma. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2007 Edition), Edward N. Zalta (ed.). Recieved at 7.11.2008. Available at: <http://plato.stanford.edu/archives/win2007/entries/prisoner-dilemma>

MAÑAS, M. (1991). *Teorie her a její aplikace*. Praha: SNTL.

OSBORNE, M. (2004). *An Introduction to Game Theory*. Vlastní překlad. New York: Oxford University Press.

PELIŠ, M. (n.d.). *Teorie her jako formální teorie racionálního rozhodování*. Recieved at 7.3.2008. Available at: <http://web.ff.cuni.cz/~pelis/gt-pelis.pdf>

ROMP, G. (1997). *Game Theory: Introduction and Applications*. New York: Oxford University Press.

ROSS, D. (2008). *Game Theory*, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2008 Edition), Edward N. Zalta (ed.). Recieved at 12.3.2008. Available at: <http://plato.stanford.edu/archives/spr2008/entries/game-theory>

SHOR, M. (2006). *Dictionary of Game Theory Terms*, *Game Theory .net*. Recieved at 9.3.2008. Available at: <http://www.gametheory.net/dictionary>.

ŠIŠMA, P.(1987). *Teorie grafů 1736-1963*. Brno: VUT.

WALKER, P. (2005) *A Chronology of Game Theory*. Recieved at 4.2.2008. Available at: http://www.econ.canterbury.ac.nz/personal_pages/paul_walker/gt/hist.htm

ZÁWORKA, J. (1994). *Mohou počítače myslet?*. *Vesmír* 73.

