

POSUDEK VEDOUcíHO DIPLOMOVÉ PRÁCE

Název: Realization of refinement monoids

Autor: Tomáš Jakubec

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Každému okruhu R lze přiřadit komutativní monoid $\mathcal{V}(R)$, jehož prvky jsou třídy izomorfismů konečně generovaných pravých R -modulů s operací danou předpisem $[P] + [Q] = [P \oplus Q]$. Snadno nahlédneme, že tento monoid je kónický (neobsahuje opačný prvek k žádnému ze svých nenulových prvků). Je-li navíc okruh R von Neumannovsky regulární, splňuje monoid $\mathcal{V}(R)$ Rieszovu zjemňující vlastnost. Komutativní kónické monoidy s Rieszovou zjemňující vlastností nazýváme zjemňující monoidy.

Zjemňující monoid M je *realizovatelný*, pokud existuje von Neumannovsky regulární okruh R takový, že $M \simeq \mathcal{V}(R)$. Protipříklad F. Wehrunga z roku 1998 ukazuje, že existují nerealizovatelné zjemňující monoidy. Cílem práce je popsat nedávnou konstrukci P. Ary, J. Bosy a E. Parda, pomocí které lze realizovat všechny konečně generované zjemňující monoidy.

Studovaná konstrukce probíhá ve dvou krocích. Nejprve jsou komutativní monoidy reprezentovány separovanými grafy. Z těch je vymezena podtřída adaptabilních separovaných grafů. Monoidy reprezentované adaptabilními separovanými grafy jsou zjemňující a prvogenerované. Navíc je každý konečně generovaný zjemňující monoid reprezentován nějakým adaptabilním grafem. Ve druhém kroku jsou adaptabilní separované grafy realizovány von Neumannovsky regulárními algebry (nad libovolným tělesem). Tyto algebry zároveň realizují příslušné zjemňující monoidy.

HODNOCENÍ PRÁCE

Úkolem studenta bylo zpracovat výše popsanou konstrukci Ary, Bosy a Parda, což beze zbytku splnil. K tomu bylo potřeba nastudovat náročné pasáže z teorie komutativních monoidů (klasifikace prvogenerovaných zjemňujících monoidů pomocí I -systémů), von Neumannovsky regulárních algeber a univerzálních lokalizací. To Jakub velmi dobře zvládl a celou konstrukci srozumitelně popsal. Práce je čistě kompilační. To je ale z velké části důsledkem povahy zadaného tématu. Celkově práci hodnotím jako zdařilou a rozhodně ji doporučuji uznat jako diplomovou práci.

Návrh klasifikace oponent sdělí předsedovi zkušební (sub)komise.

Pavel Růžička
Katedra Algebry MFF UK
9.9.2021