

Posudek bakalářské práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy

Autor práce: Pavel Madaj
Název práce: Vertex-transitive Supergraphs
Rok odevzdání: 2021
Studijní program a obor: Informatika, Obecná informatika
Autor posudku: RNDr. Radek Hušek, oponent
Pracoviště: Informatický ústav Univerzity Karlovy

Stručné hodnocení	lepší	OK	horší	nevyh.
Obtížnost zadání		X		
Splnění zadání		X	X	
Rozsah práce			X	
Formální úprava		X		
Struktura textu		X		
Analýza			X	

Student si zvolil zajímavé teoretické téma konstrukce vrcholově tranzitivních nadgrafů. Práce je psána anglicky bez většího množství pravopisných chyb a překlepů. Student nejprve ukazuje exponenciální konstrukci pro obecné grafy, kvadratickou pro grafy bipartitní a dále kvadratický dolní odhad pro obecné grafy. Ve druhé kapitole stručně popisuje složitostní třídu **GI** (problémy s orákulovou redukcí na grafový isomorfismus) a její vztah k řešenému problému.

Práce obsahuje originální výsledky a jako taková by měla být obhájena, na druhou stranu je extrémně stručná, a to jak rozsahem (21 stran textu), tak především hloubkou pokrytí studovaných témat. Úvod je velmi podivně členěný: Začíná definicí vrcholově tranzitivního grafu a několika dalšími definicemi, poté pokračuje stručnou motivací problému a až následně definuje, co je to graf.

Ve následující kapitole jsou definovány šablony, jako způsob konstrukce nadgrafů. Je dokázáno, že nejmenší vrcholově tranzitivní nadgraf lze sestavit pomocí nějaké šablony. Na druhou stranu konstrukce prezentované v práci závisí jen na počtu vrcholů vstupního grafu, nikoliv jeho struktuře, a není vůbec diskutováno jaký má tato restrikce vliv na velikost výsledného nadgrafu, i kdyby to mělo být jen konstatování, že autor nic neví.

Uvedené konstrukce jsou dvě – jedna exponenciální pro obecné grafy a kvadratická pro bipartitní grafy. Ani v jednom případě není podána žádná intuice, proč jsou konstrukce takové, jaké jsou. Také důkazy jsou striktně formální bez poskytnutí jakéhokoliv vhledu. Bipartitní příklad používá upravenou definici šablony. Pro obě verze se dokazují tvrzení o univerzálních a striktních šablonách. Myslím, že by nemělo být těžké najít mírně obecnější definici šablony, která pokrývá oba příklady: Stačí obarvit vrcholy vstupního grafu a striktní šablonu definovat tak, že dvě kopie se smí překrývat v jedné barvě. Pak

obecná definice odpovídá duhovému obarvení a bipartitní obarvení každé partity jednou barvou. Také je dokázán kvadratický dolní odhad pro obecné grafy. Ten je proveden pomocí grafy vzniklého disjunktním sjednocením K_n a n izolovaných vrcholů. Zde bych očekával, alespoň krátké zamyšlení, jak velký vrcholově tranzitivní nadgraf lze v daném případě zkonstruovat.

V poslední části je popsána **GI**-úplnost. Bohužel není řečeno, co jsou třídy **P** a **NP**, o kterých se hovoří, ale především není definováno, co je Turingovská redukce, což je klíčový pojem pro definici třídy **GI**. Jsou zde dokázány věty, že problém, zde je graf vrcholově tranzitivní, patří do třídy **GI** a že grafový isomorfismus vrcholově tranzitivních grafů lze zredukovat na rozpoznání, zda je graf vrcholově tranzitivní. Obě věty jsou uvedeny s důkazy a bez citace, což by mělo značit, že jsou originálním dílem autora, což ale zjevně alespoň u první z nich není pravda. Taktéž dokládat otevřenost problému, zda je rozpoznání vrcholově tranzitivních grafů **GI**-úplné, pouze odkazem na článek starý přes 40 let je přinejmenším velmi odvážné.

Kapitola je zakončena velmi krátkým naznačením, jaká konstrukce vrcholově tranzitivních nadgrafů je potřeba pro důkaz **GI**-úplnosti. Bohužel není řečeno, jak přesně by daná redukce probíhala. Také je uvedeno, že daná konstrukce f musí splňovat $G \simeq H \Leftrightarrow f(G) \simeq f(H)$ a že dokázané konstrukce toto nespĺňují. Implikace \Rightarrow vypadá přirozeně, ale vůbec není jasné, zda existuje konstrukce splňující opačnou implikaci a práce opět neobsahuje žádné argumenty, proč by měla.

Celkově práce působí velmi odbytým dojmem a pohybuje na hranici mezi velmi dobře a dobře s tím, že se slabě kloní k velmi dobře.

Celkové hodnocení: velmi dobře

Práci navrhuji na zvláštní ocenění: ne

V Praze dne 23. srpna 2021

Radek Hušek