

POSUDEK VEDOUCÍHO DIPLOMOVÉ PRÁCE

Název: Symetrie náhodných vektorů

Autor: Bc. Adam Říha

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce vychádza najmä z dvoch odborných článkov Zuo a Serfling (2000, [ZS]) a Rousseeuw a Struyf (2004, [RS]) v ktorých bola predstavená a skúmaná hierarchia rôznych typov symetrií rozdelení náhodných vektorov.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Prelomová práca [ZS] otvorila cestu k štúdiu rôznych druhov symetrie náhodných vektorov. Neskôr sa však ukázalo, že niektoré dôkazy v [ZS] nie sú úplné. Príkladom je vzťah tzv. polopriestorovej a uhlovej symetrie náhodných vektorov (veta 7 v predloženej práci), ktorý sa ukazuje ako významný aj v konvexnej geometrii. Jeho dôkazy známe v geometrii sú však ďaleko zložitejšie, a po preskúmaní sa ukazuje, že dôkaz tohto tvrdenia v [ZS] nefunguje pre dimenzie $d > 2$. Témou práce bola inšpekcia dôkazu tohto a ďalších tvrdení zo [ZS], rovnako ako z prác ktoré zo [ZS] vychádzali v matematickej štatistike.

Vlastní příspěvek. Autor detailne preskúmal všetky dôkazy predvedené v [ZS] a v nadväzujúcej práci [RS]. Identifikoval niekoľko problematických miest, a časť týchto drobných alebo významnejších chýb v argumentácii samostatne opravil. Dôležitá je už zmienená veta 7, kde je mierne opravená a rozšírená argumentácia z [RS]. Ukazuje sa, že metóda dôkazu tejto vety v [RS] založená na gnomonickej projekcii jednotkovej sféry a Cramérovej-Woldovej vete je skutočne — po drobnej úprave — v poriadku. Tým získavame prvý jednoduchý dôkaz tohto tvrdenia, a následne aj tzv. Funkovej vety o symetrii.¹ Ďalšie významné vlastné príspevky autora nájdeme napr. vo vete 24 o uhlovej symetrii a priestorovom mediáne, kde opäť poukazuje na problémy s dôkazom tohto tvrdenia zo [ZS], a zároveň ho originálnym spôsobom za mierne oslabených predpokladov správne dokazuje. Doplnková diskusia v prílohe A.3 detailne rozoberá pôvodný dôkaz zo [ZS]. Nakoniec, zaujímavé sú aj záverečné vety 29 a 30, kde autor koriguje hneď niekoľko nepresností v predpokladoch a dôkazoch týchto tvrdení známych z [RS].

Matematická úroveň. Matematická úroveň práce je výborná. Všetky dôležité tvrdenia sú dôsledne a rigorózne dokázané, argumentácia je nezriedka rozšírená a významne upravená.

¹Funkova veta o symetrii z konvexnej geometrie tvrdí, že konvexné teleso K v \mathbb{R}^d je symetrické okolo počiatku práve vtedy, keď každá nadrovina prechádzajúca počiatkom delí K na dve časti s rovnakým objemom. Toto tvrdenie je vetou 7 z práce triviálne implikované.

Práce se zdroji. Všetky výsledky prevzaté z literatúry sú riadne citované. Vlastný príspevok autora je vždy detailne označený a diskutovaný.

Formální úprava. Pokiaľ viem, práca neobsahuje formálne chyby alebo preklepy.

ZÁVĚR

Jedná sa kvalitnú teoretickú prácu, ktorej hlavným príspevkom je vyjasnenie neprehľadných vzťahov rôznych konceptov symetrií náhodných vektorov. Časť teórie ktorá nebola pokrytá sú súvislosti symetrií mier s príbuznými problémami známymi napr. v konvexnej geometrii. Už v tomto stave sa však, podľa môjho názoru, jedná o vynikajúcu prácu, ktorej prínosom sú najmä netriviálne originálne dôkazy autora. Odporúčam ju uznať ako diplomovú prácu.

Stanislav Nagy
KPMS MFF UK
2. augusta 2021