

Oponentský posudek diplomové práce

Název: Náhodné mozaiky a jejich statistická analýza

Autor: Bc. Peter Vook

Předložená práce se zabývá geometrickými vlastnostmi náhodných mozaik a statistickými otázkami spojenými s jejich analýzou. Konkrétně pro třídu Poisson-Voroného mozaik autor diskutuje problém odhadu intenzity generujícího Poissonova procesu a problém testování hypotézy, že pozorovaná realizace pochází skutečně z Poisson-Voroného modelu (s neurčenou intenzitou). V práci autor popisuje stereologické odhady, založené na pozorování rovinného řezu trojrozměrnou mozaikou; na podobných principech pak autor zavádí odhady založené na přímém pozorování trojrozměrné mozaiky. To je užitečné, protože s rozvojem moderních zobrazovacích metod v materiálovém výzkumu jsou už v určitých situacích skutečně trojrozměrná data k dispozici. V poslední kapitole pak autor představuje simulační studii, v níž zkoumá přesnost uvažovaných odhadů a sílu testů dané hypotézy.

Potřebné definice a tvrzení v kapitolách 1 a 2 jsou formulována velmi pečlivě, rigorózně, s přesnými odkazy do původní literatury. Výsledný text je vhodně uspořádán, působí souvisle, srozumitelně, přestože pokrývá i velmi abstraktní pasáže stochastické geometrie. Považuji jej za užitečný zdroj k seznámení se s náhodnými mozaikami, třeba pro budoucí studenty. Oceňuji například přehledné tabulky 2.1 a 2.2 vysvětlující význam používaných symbolů, podobně oceňuji tabulku 3.1. Celá práce je psána pečlivě, přehledně, s minimem tiskových chyb. Jazyková i formální úroveň práce je velmi vysoká. Zdroje jsou řádně citovány na patřičných místech.

Dále uvádím některé podrobnější komentáře a připomínky:

- V celé práci autor mluví pouze o mozaikách s konvexními zrny. Považoval bych za vhodné alespoň zmínit existenci mozaik s nekonvexními zrny (například Johnson-Mehlův model), a vysvětlit, proč se autor v práci omezuje na modely s konvexními zrny.
- Symbol λ ve větě 11 nebyl zaveden, zřejmě značí Lebesgueovu míru? Podobně ve větě 14 není vysvětlena role funkce h .
- Ve větě 22 a definici 40 je mírně nekonzistentně používané značení Φ vs. $\text{supp } \Phi$.
- Na straně 58 autor uvádí, že pro přesnost uvažovaných odhadů by bylo ideální pozorovat alespoň 500 buněk na jednotkový objem. Soudím, že podstatný je spíše absolutní počet pozorovaných buněk než jeho objemová intenzita.
- V části simulační studie zabývající se testováním hypotéz autor neuvádí zvolenou hladinu testu.
- Bylo by zajímavé v simulační studii vidět i jiné alternativní modely, například Voroného mozaiky s nepoissonovským generujícím procesem.
- Podobně by bylo zajímavé vidět použití uvažovaných testů na reálných datech.

Dotazy a připomínky, které mohou zaznít v průběhu obhajoby:

- Ve vzorci (2.6) je tisková chyba, jak by měl vzorec vypadat správně?
- Věty 37 a 40 mluví o konzistentních odhadech. Jaký je uvažován asymptotický režim? Tvrzení 38 a 41 mluví o nestranných odhadech, jsou některé z těchto odhadů konzistentní?
- V úvahách na straně 41 a 46 jsou testové statistiky χ^2 -testů počítané ze závislých pozorování. Jaký je zde asymptotický režim, a jak tyto závislosti ovlivňují asymptotické rozdělení testových statistik?
- Tvrzení 42 uvádí, že vzorec (3.4) udává podílově nestranný odhad. Jak je to přesně míněno? Podíl jakých dvou teoretických hodnot zde vystupuje?
- Jak přesně autor postupuje při hledání rozdělení testové statistiky pomocí simulací? Jsou výsledky smíchány přes jednotlivé volby intenzity generujícího procesu? Konkrétně například na straně 50 při zkoumání rozdělení počtu vrcholů řezové mozaiky, výsledky v tabulce 4.1 byly získány ze všech simulovaných realizací napříč intenzitami (200, 300, 500)? Pokud ano, jak moc odhadnuté pravděpodobnosti závisí na použité intenzitě? Odhaduji, že kdyby byla použitá intenzita velmi malá, dávala by jen špatnou aproximaci skutečného rozdělení testové statistiky počítané z mozaiky s vysokou intenzitou generujícího procesu.

Shrnutí:

Předložená práce zpracovává zajímavé a obtížné téma, se kterým se autor se ctí vyrovnal. Práce splňuje požadavky kladené na diplomovou práci na MFF UK, proto ji doporučuji přijmout jako diplomovou práci k obhajobě.

V Praze, dne 22. 8. 2021

RNDr. Jiří Dvořák, Ph.D.