

Posudek na diplomovou práci

Martina Holečka

**Zobecněné Stokesovy problémy studované
z pohledu teoretické analýzy**

Předložená práce se zabývá stacionárními modely nestlačitelných tekutin za předpokladu, že viskozita závisí na smyku a případně na tlaku. Dále se předpokládá, že konvektivní člen lze zanedbat. Výsledný systém PDR je sice výrazným zjednodušením modelu obecného, přesto se jedná o systém nelineárních parciálních diferenciálních rovnic. Proto jeho studium není zcela standardní a vyžaduje hlubší znalosti z teorie PDR, prostorů funkcí a funkcionální analýzy. Na druhou stranu se jedná převážně o techniku, která je v literatuře z posledních let známá a používaná.

Práce má 60 stran a na diplomovou práci relativně rozsáhlý přehled literatury. Na druhou stranu, jak vyplývá z níže napsaného, je otázkou, zda se nejedná o citaci formální a zda autor citované knihy či články alespoň zběžně prohlédl.

Po úvodu a přehledu známých výsledků jsou hlavní výsledky diplomové práce obsaženy v kapitolách 3–6. Obsahují existenci řešení pro zobecněný Stokesův model pro viskozitu závislou pouze na smyku (kapitola 3), totéž pro viskozitu závislou i na tlaku (kapitola 4), v obou případech pro tzv. Navierovu podmínku s kladným koeficientem skluzu. V kapitole 5 jsou potom pro druhý případ provedeny limitní přechody, kdy koeficient skluzu jde do nuly (tzv. úplný skluz) či do nekonečna (a Navierova podmínka přechází v homogenní Dirichletovu podmínku). Na závěr je potom studována regularita řešení pro případ periodické okrajové podmínky. Přestože získané výsledky jsou původní, mnohé z nich jsou implicitně obsaženy v pracích, zabývajících se stacionárními úlohami pro dané modely tekutin (tj. včetně konvektivního členu).

Práce je psána typografickým systémem \LaTeX . Úprava je na první pohled poměrně dobrá, dal bych ale raději přednost užívání klasických uvozovek „“ před , , a to z důvodu záměny za čárku.

Další obecnou připomínkou je na jedné straně dokazování či zmiňování věcí zřejmých (např. důkaz lemmatu A.1), na druhé straně pouze stručné zmínky o věcech, které nejsou až tak jednoduché (např. důkaz lemmatu A.5). Nyní bych se zmínil o konkrétních připomínkách:

- str. 5 nahoře: přirozená čísla nulu neobsahují, stejně tak reálná kladná čísla
- str. 5 vložený text na 5. řádce zdola: proč začínáte velkým písmenem, ale neukončujete větu tečkou?
- str. 8: to, co pokládáte za definici normy na faktorprostoru, není rozhodně normou, neboť hodnota není stejná pro všechny prvky dané třídy
- str. 11: vědecká (místo vědecká)
- str. 12 dole a str. 13 nahoře: poněkud mi chybí logická provázanost mezi jednotlivými okrajovými podmínkami, nejprve mluvíte o pevné stěně (podmínka neprůchodnosti), pak o periodických okrajových podmínkách a nakonec se vracíte k pevné stěně a formulujete podmínky pro tečnou složku rychlosti
- str. 14 obr. 1: **v pravo** se píše správně vpravo, stejně tak vlevo
- str. 17: v článku J. Leraye z roku 1934 se o dvoudimenzionální úloze nemluví
- str. 17: pokud se snažíte stručně říci, co je obsahem knih, pak to buď dělejte důsledně nebo vůbec; např. Galdiho kniha se zabývá poměrně hodně neomezenými oblastmi jak typu vnější oblast, tak oblastmi s nekompaktními hranicemi. Kniha Constantina a Foias se převážně věnuje úlohám nestacionárním atd.
- str. 18 dole a str. 19 nahoře: není příliš jasné, co myslíte tím, že autoři docilují výsledků
- str. 21: ve vztahu (3.2) dole levá strana na x nezávisí
- str. 22: věta pod vztahem (3.6) nedává smysl
- str. 28: v kapitolce 3.2.5 je třeba pro konvergenci s.v. vybrat vhodnou podposloupnost (ne každá silně konvergentní posloupnost v L^p konverguje s.v.)
- str. 32: na rozdíl se píše zvlášť

- str. 33: nestačí pro konstrukci tlaku brát bázi ve $W^{1,2}$; pro malá r nevíte, že tlak leží v $L^{r'}$ a proto musíte brát průnik těchto prostorů. Vše ale funguje.
- str. 34: v odhadu pod (4.13) má být r' místo r ; analogicky na několika dalších místech.
- str. 37: ve vztahu (4.26), kde konverguje φ_ε slabě k nule?
- str. 41: věta 5.1 platí pro libovolné r ?
- str. 42: viz str. 34
- str. 44: věta 5.2 platí pro libovolné r ?
- str. 45: viz str. 34
- str. 46: regularita pro Stokesův problém platí jen pro $1 < q < \infty$
- str. 47: 1. řádek— publikují nebo uvádí?
- str. 48: místo **Theoremu 3** raději Větě 3
- str. 49: při konstrukci funkce g^h se nemůžete odkázat na Bogovského větu A.14, protože potřebujete periodické okrajové podmínky
- str. 51: poslední odstavec začíná tečkou
- str. 54: Lemma A.1 je tak elementární, že důkaz je téměř urážkou čtenáře
- str. 54: v lemmatu A.4 operátor \mathcal{I} určitě není z L^r do L^r
- str. 55: Lemma A.5 není vůbec tak elementární, jak tvrdíte. V první řadě byste měl říci, že máte na mysli Schauderovu bázi a ne třeba Hamelovu. Dále její existence pro Sobolevovy prostory není důsledkem separability, neboť existují separabilní Banachovy prostory, které ji nemají.
- str. 55: proč Stopa a ne stopa (Věta A.8)?
- str. 55: proč ve větě A.9 (kompaktní vnoření) není $p < \frac{dr}{d-r}$?

- str. 56: ve větě A.14, co to je $W_{0,div}^{q,p}$?

Na závěr bych se ještě rád zeptal, zda lze pro úlohy \mathcal{Q}_1 a \mathcal{Q}_∞ provést důkaz existence přímo, nebo zda je skutečně třeba dělat důkaz existence Vámi provedeným limitním přechodem.

Jak je vidět, práce obsahuje relativně mnoho nepřesností a překlepů. Vše ale lze opravit tak, že výsledná tvrzení jsou pravdivá a lze je dokázat uvedenými metodami.

Proto doporučuji práci k obhajobě a navrhuji hodnocení velmi dobře.

V Praze 5.9.2007



Mgr. Milan Pokorný, Ph.D.