

Posudek oponenta na diplomovou práci

## Užití lineární algebry v kombinatorice od Marka Tesaře.

Práce se zabývá určením výpočetní složitosti problému existence nakrytí, neboli lokálně bijektivního homomorfismu, mezi dvěma grafy, z nichž cílový graf je pevným parametrem problému.

Tento problém byl v poslední dekádě intenzivně studován a překvapivě nebyla doposud podána úplná charakterizace, a dokonce ani není zřejmé, kudy by mohla vést hranice mezi snadnými (řešitelnými v polinomiálním čase) a obtížnými (NP-úplnými) případy.

V práci je zkoumáno celkem devět cílových multigrafů na osmi vrcholech, jejichž společným rysem je výskyt dvou modrých čtyřcyklů. Prvních osm multigrafů tvoří všechny možné případy rozšíření o červené perfektní párování, zatímco devátý multigraf obsahuje specifickou konfiguraci dvou červených čtyřcyklů.

Přestože by se volba zkoumaných grafů mohla zdát příliš umělá a specifická, předkládá uchazeč na těchto devíti případech několik překvapivých zjištění:

- Ukázkou NP-těžkosti u právě jednoho grafu  $H_{2b}$  z první skupiny redukcí problému tříobarvitelnosti. Zde bych rád vyzdvihl objev užití modro-červeno-modré cesty a zvláštní role množin vrcholů  $A$ ,  $B$  a  $C$ .
- Důkaz polynomiality u ostatních sedmi případech z první skupiny pomocí soustavy symetrických lineárních rovnic, což je metoda již dříve použitá pro podobné cílové multigrafy.
- Objev popisu pomocí soustavy nesymetrických lineárních rovnic, což dokazuje polynomialitu problému pro poslední multigraf  $\hat{H}$ .
- Důkaz neexistence popisu pomocí soustav symetrických lineárních rovnic pro multigrafy  $H_{2b}$  a  $\hat{H}$ .

Doufám, že se zvláště poslední metoda dočká v budoucnu hlubšího prostudování, buď pro širší třídu grafů anebo pro soustavy nesymetrických lineárních rovnic.

Práce je pečlivě napsaná, argumenty jsou rozebrány do detailu s užitím mnoha ilustrací. Odhalil jsem několik překlepů, jež nijak nesnižují hodnotu práce. Do budoucna bych jen uchazeči doporučil, aby zvážil vhodnost použitého značení, se zřetelem na konzistentnost mezi obdobnými případy. Doufám, že se většina předkládaných výsledků dočká představení na mezinárodním vědeckém fóru.

Jak rozsahem zpracovaného tématu, tak množstvím vlastních výsledků mě autor přesvědčil že dokáže samostatně aplikovat znalosti získané během magisterského studia v oboru Diskrétní matematika a optimalizace, a proto **doporučuji uznat předkládanou práci jako diplomovou.**



V Praze 30. srpna 2007