Maryia Kapytka: Počet homomorfismů do pevné algebry

Posudek oponenta

Práce se zabývá odhadem počtu homomorfismů z algebry X do fixní konečné algebry A, v závislosti na velikosti algebry X. Pro některé algebry A lze počet homomorfismů odhadnout shora polynomiálně, pro některé zdola exponenciálně. Hlavním výsledkem práce je několik příkladů obou typů.

Tyto příklady, uvedené v druhé kapitole, jsou vlastní prací autorky. Jde o zajímavý výběr, ilustrující několik různých principů polynomiality i exponenciality. Důkazy jsou velmi netriviální, svědčí o důkladném pochopení problematiky s dobrých kombinatorických schopnostech.

Po formální stránce je práce vynikající. Žádné vážné chyby jsem nenalezl. Důkazy jsou psané velmi pečlivě, vše je podrobně vysvětleno (někdy až příliš, ale to je ta lepší varianta). Práce se zdroji je korektní. Některé argumenty či tvrzení by možná šlo napsat efektivněji pomocí abstraktnějších konceptů, ale to úroveň práce nijak nesnižuje (například, jestli se nemýlím, důkaz Theorem 2.4.2 říká, že mají-li ve varietě V všechny algebry logaritmicky mnoho generátorů, pak mají také polynomiálně mnoho homomorfismů; grupy jsou pouze konkrétním příkladem takové variety).

Autorka vycházela z předběžné práce vedoucího, který problém původně zkoumal pro dvouprvkové algebry A. Během řešení práce pak vedoucí se svými spoluautory sice našel kompletní klasifikaci konečných algeber s polynomiálně mnoha homomorfismy, ale ta používá velmi sofistikované metody a nijak nesnižuje výsledky dosažené v této práci.

Otázka do debaty: Musí být v Lemmatu 1.3.3 skutečně S konečná? Nemohli bychom vzít rovnou kongruenci generovanou všemi páry (p(x1,…),q(x1,…)) přes všechny identity p=q v S?

Práci považuji za velmi zdařilou, po obsahové, formální i jazykové stránce. Zadání bylo splněno. ***Práci navrhuji uznat jako bakalářskou.***

V Praze 1.7.2021
David Stanovský