Oponentský posudek na bakalářskou práci

Bára Tížková: Univerzální kvadratické formy a odhady stop celistvých prvků

Hlavním cílem předložené práce bylo zpracovat některé odhady stop a velikostí celistvých prvků a následně využít tyto odhady ke zkoumání počtu proměnných univerzálních kvadratických forem nad číselnými tělesy. Jsem přesvědčen, že tohoto cíle se autorce podařilo dosáhnout.

Práce je rozdělena do čtyř kapitol a její celkový rozsah je 32 stran. V první kapitole jsou vyloženy základní poznatky a tvrzení z teorie čísel a také několik výsledků z článku [4], které jsou využity později v dalších kapitolách. Ve druhé kapitole se autorka zabývá odhadem počtu totálně kladných celistvých prvků s omezenou stopou a odvodí zde přesnou formuli pro počet totálně kladných celistvých prvků, jejichž minimální polynom nad $\mathbb{Q}$ má stupeň 2 a jejichž stopa nepřevýší zadané přirozené číslo. Ve třetí kapitole se autorka věnuje odvození dolního odhadu stopy druhé mocniny celistvého prvku s využitím Stieltjesova odhadu diskriminantu, přičemž u jedné ze Stieltjesových vět je podán kompletní důkaz. Práce je zakončena čtvrtou kapitolou, ve které autorka s využitím výsledků z předchozích kapitol dokáže, že pro libovolná přirozená čísla m, n existuje nekonečně mnoho totálně reálných číselných těles F stupně $[F\colon \mathbb{Q}] = 2n$ takových, že každá univerzální kvadratická forma nad F má alespoň m proměnných. Autorka tak navazuje na článek [4], kde je toto tvrzení dokázáno pro $n = 1$.

Formální stránka práce je standardní. Práce má dobrou grafickou úpravu, je psaná přehledně, čtivě a srozumitelně. V celém textu jsem nenalezl žádné podstatné chyby, vyjma několika nepodstatných drobností, které zde uvádím:

- Strana 8, řádek 5 nad zněním Lemmatu 1.23: Správně má být β_j namísto b_j.
- Strana 15, důkaz Lemmatu 3.5: Rovnost na čtvrtém řádku platí pro $n \geq 3$, a tedy platnost rekurentního vztahu v Lemmatu 3.5 byla ověřena pouze pro $n \geq 3$. Nicméně, pro $n = 2$ lze tento rekurentní vztah snadno ověřit spočtením polynomu F_2 přímo z definice.
- Strana 19, řádek 1: Není zde uvedeno, že $\{j_1, j_2, \ldots, j_{n-2}\} \subseteq \{i_1, i_2, \ldots, i_{n-1}\}$.
- Strana 29, řádek 2: „z máme“.

Tyto drobné nedostatky však nijak nesnižují kvalitu práce.

Předložená práce podle mého názoru náročností zpracované látky převyšuje požadavky kladené na bakalářskou práci, a proto ji doporučuji uznat a navrhuji ji hodnotit stupněm *výborně*.

V Brně 27. června 2021 Pavel Francírek