Posudek oponenta k bakalářské práci
Veta o 27 priamkach
Daniela Tilla

Náplní práce je podrobný důkaz Věty o 27 přímkách, tedy věty o počtu přímek na nesingulární projektivní kubické křivce v $\mathbb{P}^3(K)$, kde K je algebraicky uzavřené těleso charakteristiky různé ode dvou.

Práce je rozdělena do tří kapitol, první dvě kapitoly se věnují základním pojmům vztahům z algebraické geometrie, třetí kapitola pak obsahuje důkaz Věty o 27 přímkách. Postup důkazu zhruba sleduje učebnici M. Reid: Undergraduate Algebraic Geometry, autor se ale snaží o vlastní, podrobnější prezentaci důkazu.

Práce je sepsána velmi pečlivě, našel jsem jen minimální množství překlepů. Přijde mi ale, že autor komentuje některé detaily početního charakteru možná až zbytečně podrobně, naopak některé zásadnější kroky mi přijdou zdůvodněny nedostatečně. Podrobněji viz konkrétní seznam připomínek níže. Důkaz věty je poměrně komplikovaný, jistě by bylo možné práci na několika místech doprovodit obrázkem, který by pomohl k snadnějšímu pochopení textu.

Celkově si myslím, že autor splnil zadání, práci proto doporučuji uznat jako práci bakalářskou.

V Praze, 2. 7. 2021,

Pavel Příhoda

Konkrétní připomínky k práci

- Práce by si zasloužila nějaký úvod, například kdo a kdy Větu o 27 přímkách publikoval, jaké přístupy k jejímu důkazu existují apod. Naopak první kapitolu i druhou kapitolu by bylo možné pojmout velmi stručně.
- Na několika místech mi přijde, že je napsáno něco jiného než chtěl autor ve skutečnosti napsat. Například hned na str. 3 dole, součin polynomu, který se nuluje na V s libovolným jiným polynomem se opět nuluje na V.
- Definice 2.4: Přijde mi, že relace $f(p) = 0$ je zavedena pouze pro homogenní polynomy.
- Definice 2.9: Křivka by měla být nadplocha v $\mathbb{P}^2$.
- Lemma 2.13: Algebraická uzavřenost K není zmíněna v předpokladech.
- str. 15 dole: Není jasné zda pojem nesingularity nezávisí na polynomu f, který nadplochu definuje.
- str. 19: Zde by mělo být vysvětleno proč potřebujeme nezávislost nenulovosti Hessiánu na zvolených souřadnicích. Transformační vzorec by měl být zformulován přesně a případně dokázán. Dále výraz $\sqrt{a_{0,0}}, \sqrt{a_{1,1}}$ není jednoznačný

- str. 19, dole: Transformaci $x_0 = x_0' - \frac{b}{3a}x_1$ nelze použít v charakteristice 3.
- str. 24: Vzorec pro c_2 by si zasloužil vysvětlení
- str. 25: Výpočet determinantu by měl fungovat i v tělesech charakteristiky 3,13 a 41.
- str. 28: Vztah (3.4) by si možná zasloužil vysvětlení, podobně vzorce $f = x_0x_3(x_0 - x_3) + x_2h_1$ a $f = x_0x_1x_3 + x_2h_2$.
- str. 29: Některé změny souřadnic by rovněž bylo možné vysvětlit podrobněji. Například zde máme tvrzení: Jsou-li l_1, l_2, l_3 po dvou různé přímky v $\mathbb{P}^2$, existuje transformace, která tyto přímky převede bud' na $V(x_2), V(x_0), V(x_0 - x_2)$ nebo na $V(x_2), V(x_0), V(x_1)$.
- str. 34: Symbol i by měl být vysvětlen
- str. 37, bod 2. důkazu Lemma 3.18: není mi jasné použití Lemmatu 3.16. Máme, že n i l protnou nějakou čtveřici z množiny $\{l_1', \ldots, l_5'\}$ ale o přímce m se to říct nedá.
- str. 37, bod 3. důkazu Lemma 3.18: V tomto případě zase máme $l_4 \cap l_5'' = \emptyset$
- str. 38, závěr důkazu Lemma 3.18: Argumentaci příliš nerozumím, ale pravděpodobně lze rovněž argumentovat již dokázanou jednoznačností.