

Posudek oponenta na diplomovou práci Jana Soukupa

„Drawing geometric graphs on red-blue point sets“

Předložená práce patří do oblasti diskrétní geometrie a zabývá se otázkou existence barevně vyvážených struktur v geometrických grafech, jejichž vrcholy (body v rovině v obecné poloze) jsou obarveny dvěma barvami. Konkrétně se jedná o (barevně) alternující nekřížící se cesty a nekřížící se separující párování. Téma práce je moderní a navazuje na řadu dříve publikovaných výsledků. Diplomant velmi dobře zvládl do práce začlenit jejich přehled.

Těžištěm práce jsou ovšem vlastní výsledky diplomanta. Hlavní dva jsou tyto:

- Důsledek 2 říká, že je-li dáno n modrých a n červených bodů v konvexní poloze (např. na kružnici, což lze bez újmy na obecnosti předpokládat) tak, že tato množina má diskrepanci nejvýše 2, pak existuje nekřížící se separující párování velikosti $1,6n - o(n)$. Doposud nejlepší známý odhad $1,33n$ byl dokázán Violou Mészáros v roce 2011.
- Věta 3 dokazuje, že je-li dána množina červených a modrých bodů taková, že modré body lze od červených oddělit hranicí konvexního mnohoúhelníka s vrcholy v některých červených bodech, a celkový počet modrých bodů se od počtu červených bodů liší nejvýše o 1, je možno všechny body propojit alternující nekřížící se cestou. Tento výsledek zobecňuje výsledek [M. Abellanas, J. García, G. Hernández, M. Noy, P. Ramos, 1999], kteří dokázali analogické tvrzení za předpokladu, že všechny červené body jsou v konvexní poloze.

Důkazy obou výsledků i pomocných tvrzení jsou nové a netriviální, kombinací chytrých úvah a důkazů matematickou indukci na jedné straně a ne zcela snadného, ale stále ještě zvládnutelného, technického rozboru možností na straně druhé. Výsledek o nekřížících se párováních je dokázán jako důsledek obecnějšího tvrzení (Věta 1) o párováních mezi posloupnostmi. Toto obecnější tvrzení má význam samo o sobě.

Domnívám se, že oba hlavní výsledky předložené diplomové práce jsou publikovatelné na mezinárodních konferencích či v odborných časopisech.

Práce je napsána velmi pěknou angličtinou s minimem překlepů (jen namátkou – na str. 6 ve znění Pozorování 4 má být „... be two sequences ...“ místo „... be two sequence ...“, na str. 7 překlep „that that“, na str. 20 má být „... equalities hold ...“ místo „... equalities holds ...“ a pár dalších), je velmi čtivá. Snad jediným upozorněním stran formální úpravy je uvádění citací z konferenčních sborníků, kde bývá zvykem uvést akronym případně celý název konference, což autor neučinil (citace [15] a [17]).

Na autora mám následující doplňující otázky:

1. V důkazu Věty 1 na str. 11 se místo konstanty $O(1)$ v pomocném tvrzení používá explicitní konstanta 22. Je tato konstanta 22 pro dané tvrzení nejlepší možná? Lze $O(1)$ ve Větě 1 explicitně vyčíslit?
2. Vidíte nějaký způsob, jak vylepšit multiplikativní konstantu 1,6 v Důsledku 2? Například jemnějším rozбором případů třeba pomocí počítače?
3. Platí závěr Věty 3 i za malinko obecnějšího předpokladu, že konvexní obal modrých bodů neobsahuje žádný červený bod?

Předloženou prací diplomant jednoznačně prokázal schopnost nastudovat a přehledně předat potřebné poznatky z odborné literatury, jakož a především schopnost vlastní vědecké práce.
Jednoznačně ji doporučuji uznat za práci diplomovou.

V Praze 16.6.2021

Prof. RNDr. Jan Kratochvíl, CSc.