

Oponentský posudek diplomové práce
Jany Trdlíkové
Modelování proudění krve ve výdutích mozkových tepen

Obsah práce

Předložená diplomová práce se zabývá prouděním krve v tepnách mozku s výdutí. Pomocí metody konečných prvků se v pevné výpočetní oblasti (2D obdelník a 3D reálná geometrie) zkoumá vliv různých nestlačitelných modelů pro popis neneutonského jevu zeslabení smyku, na hranici je předepsaný Navierův skluz s různou hodnotou parametru $\theta \in [0, 1]$.

Dosažené výsledky. Diplomová práce se skládá ze tří částí. Po krátkém úvodu diplomantka představuje bilanční rovnice spolu s konstitutivními vztahy pro newtonskou tekutinu a tekutiny vykazující jev zeslabení rychlosti smyku. Dále představuje počáteční a okrajové podmínky: Na nepropustné stěně je podmínka typu Navierova skluzu; na vtoku předepsaná Dirichletova podmínka; na výtoku pak směrová do-nothing podmínka. Dále práce obsahuje silnou a slabou formulaci problému a Nitscheho metodu vhodnou k implementaci Navierova skluzu na nepropustné stěně. Konec první kapitoly je věnovaný metodě konečných prvků. Oblast je v prostoru aproximovaná trojúhelníky ve 2D a čtyřstěny ve 3D, používají se inf-sup stabilní Taylor-Hood nebo MINI elementy. Časové derivace jsou aproximované implicitní BDF2 formulí. Jako lineární řešič je použitý přímý řešič MUMPS.

Druhá kapitola se zabývá různými neneutonskými vlastnostmi krve jako je závislost viskozity na teplotě a rychlosti smyku. Vzhledem k tomu, že teplota se moc nemění, jsou představeny různé neneutonské modely pro popis zeslabení rychlosti smyku: Carreau, Carreau-Yasuda, Cross, modifikovaný Casson, Quemada, Yeleswarapu. Tyto modely jsou porovnávány ve druhé kapitole ve 2D na obdelníku jak ve stacionárním případě, tak v případě časově periodické vstupní okrajové podmínky s různými parametry Navierova skluzu θ na stěně.

Třetí kapitola se zabývá trojrozměrnou simulací toku krve v geometrii skutečného pacienta, kterému praskla výduť. Tento problém byl dříve počítaný různými numerickými metodami a je to tedy vhodný benchmark. Geometrie je dostupná v STL formátu a nejprve je pro ni vytvořena síť skládající se z regulárních čtyřstěňů. Dále jsou představeny klasické hemodynamické veličiny smykové napětí na stěně (wall shear stress – WSS) a oscilační smykový index (oscillatory shear index – OSI) a méně obvyklý oscilační rychlostní index (oscillatory velocity index – OVI). Nejprve je počítaný stacionární problém pomocí Taylor-Hooda a MINI elementů pro čtyři různé modely: Carreau-Yasuda, modifikovaný Casson, Navier-Stokes, Quemada na dvou různě hrubých sítích. Ukazuje se, že pro výpočet WSS nejsou MINI elementy dostatečně bohaté. Dále je počítaný problém s časově periodickou vstupní okrajovou podmínkou pro $\theta = 1$ (žádný skluz) a částečný skluz $\theta = 0.5$ a výsledek je porovnán pro Navier-Stokese s dostupnými výsledky. Pro daný problém je známo, kde došlo k prasknutí výduti. Ačkoli poloha prasknutí výduti neodpovídá moc dobře extrémním hodnotám klasických hemodynamických veličin WSS nebo OSI pro jakýkoli použitý rheologický model, v případě OVI je místo prasknutí výduti blízko jeho extrému.

Přínos autora. Přínos autorky práce se skládá z několika částí. Diplomová práce obsahuje podrobnou rešerši neneutonského chování krve, což se odráží i v celkovém vysokém počtu citací (66). Samotná implementace konečněprvkového kódu zahrnuje implementaci nelineárního Cauchyho tenzoru napětí spolu s Nitscheho metodou a je veřejně dostupná v git repozitáři. Nakonec, studentka ukazuje, že méně používaná hemodynamická veličina OVI by možná mohla pomoci určit místo prasknutí výdute.

Hodnocení práce

Věcná kvalita práce. Práce je obsahově velmi zdařilá, přesto obsahuje několik nepřesností. V úvodu jsou přehozené hodnoty parametru skluzu pro dokonalý a žádný skluz. Ve druhé kapitole chybí fyzikální jednotky viskozit η_0, η_∞ pod rovnicí (2.11).

Formální kvalita práce. Práce se čte velmi dobře a obsahuje vzhledem ke svému rozsahu velmi malé množství překlepů a typografických chyb (nalezeno 17 chyb v 59stránkové práci).

Doporučení. Předloženou práci doporučuji uznat jako diplomovou práci.

Otázky

- V bilanci hybnosti zanedbáváte gravitaci. Odhadněte jak velký příspěvek by gravitace způsobila.
- Slabé řešení problému hledáte v méně obvyklých funkčních prostorech, časovou derivaci rychlosti máte v $L^{5/4}(0, T; L^{5/4}(\Omega))$ a tlak v $L^{5/4}(0, T; L^2(\Omega))$. Jak jste získala odhady na tyto prostory?
- Ve třetí kapitole píšete, že počet stupňů volnosti pro jemnou síť je 2 783 550/137 190 pro rychlost/tlak. Pro jaké to je prvky?
- Při porovnání Taylor-Hood a MINI elementů ve stacionárním 3D případě píšete, že MINI nejsou vhodné pro výpočet WSS. V případě MINI je maximum WSS pro Navier-Stokese rovno 66,9 dyn/cm² na hrubé síti a 63,5 dyn/cm² na jemné síti. Vypadá to tedy, že se zjemňováním sítě klesá WSS. Zároveň ale píšete, že pro Taylor-Hooda jsou hodnoty přibližně 1,5× větší. Vysvětlíte tento výsledek a zkoumejte, zda WSS počítaný pomocí MINI elementů se zjemňováním sítě konverguje k výsledku pomocí Taylor-Hooda.
- Při prezentaci výsledků OVI je vykreslujete na různých iso-povrchích. Proč? Vykreslete pro porovnání vedle sebe OSI a OVI neprůhledně, aby byla vidět hodnota jen na hranici oblasti.
- Na konci třetí kapitoly je napsáno

We believe that the slip parameter could be a physical coefficient that is not patient-specific, but it may vary with the size and location of the artery. We also do not expect it to change within the brain arteries.

Co tím myslíte?

V Praze 22. června 2021
Karel Tůma
Matematický ústav Univerzity Karlovy