

Posudek vedoucího na diplomovou práci Daniela Onduše „Partial representation extension for subclasses of interval graphs“

Předložená práce se věnuje otázce výpočetní složitosti rozšiřování částečných geometrických reprezentací grafů. Intervalové grafy patří mezi dlouho a intenzivně studované třídy grafů díky své motivaci a praktickým aplikacím, ale také díky elegantním charakterizacím a skutečnosti, že (podobně jako i pro jiné geometricky motivované resp. definované třídy grafů) některé obecně NP-úplné úlohy jsou pro ně řešitelné v polynomiálním čase. Intervalové grafy se dají rozpoznat v polynomiálním čase (což je klasický výsledek [Gilmore, Hoffman 1964]), v roce 2011 ukázali Klavík et al., že se dá v polynomiálním čase též rozhodnout, zda je možno částečnou reprezentaci grafu (tj. reprezentaci indukovaného podgrafu) doplnit na intervalovou reprezentaci celého grafu. Totéž platí pro podtřídu intervalových grafů, tzv. „unit intervalové“ grafy (viz [Klavík et al. 2012]). Pro intervalové grafy je irelevantní, zda jsou intervaly v reprezentaci uzavřené, otevřené, či polouzavřené. Pro unit intervalové grafy ve verzi, ve které byly zavedeny, se vyžaduje, aby všechny intervaly v reprezentaci byly stejného typu, např. všechny uzavřené, nebo všechny otevřené. V roce 2013 si Rautenbach a Swarcfiter všimli, že pokud připustíme různé typy intervalů jednotkové délky v reprezentaci, dostaneme striktně větší třídu grafů. Sami popsali třídu grafů, které mají reprezentaci pomocí jednotkových intervalů, které jsou buď uzavřené nebo otevřené. Následně Joos v roce 2015 a Talon a Kratochvíl taktéž v roce 2015 popsali třídy smíšených a částečně smíšených unit intervalových grafů. V těchto třídách jsou povoleny všechny typy jednotkových intervalů, respektive otevřené, uzavřené a polouzavřené stejného typu. Všechny tři výše uvedené nadtřídy unit intervalových grafů jsou rozpoznatelné v polynomiálním čase. Zadáním diplomové práce bylo zabývat se doplňováním částečných reprezentací pro tyto třídy smíšených unit intervalových grafů a alespoň pro některé z nich určit jeho výpočetní složitost. Diplomant tento problém vyřešil pro UI^+ grafy Rautenbacha a Swarcfitera, a také pro třídu PI^+ grafů, kterou tito autoři zavedli jako analogii tzv. „proper“ intervalových grafů. Je mírně překvapivé, že v obou případech je doplňování rozhodnutelné v polynomiálním čase. V případě PI^+ grafů je algoritmus založen na šikovné identifikaci těch vrcholů, které musí být v každé reprezentaci reprezentovány otevřenými intervaly. V případě UI^+ grafů autor využívá podobné techniky jako Klavík et al., ale opět nejprve identifikuje, které vrcholy musí být reprezentovány uzavřenými a které otevřenými intervaly. Toto je klíčová a nejobtížnější část algoritmu. Důležitou roli přitom hrají celočíselné mezery mezi předreprezentovanými intervaly. Oba algoritmy jsou nové a zaslouží si publikaci v mezinárodním recenzovaném periodiku.

Diplomant pracoval na diplomové práci velmi samostatně a zadaný úkol vyřešil. Předložená práce prokazuje jeho schopnost vlastní vědecké práce. Jednoznačně ji doporučuji uznat za diplomovou práci

V Praze 16.6.2021

Prof. RNDr. Jan Kratochvíl, CS.