

Posudek vedoucího na doktorskou disertaci Petra Škovroně “Abstract models of optimization problems”

Předkládaná práce tématicky navazuje na autorovu práci diplomovou a jejím obecným cílem bylo prohloubit matematické a algoritmické porozumění jisté významné axiomaticky definované třídě optimalizačních problémů, takzvaným problémům typu LP. To se myslím znamenitě podařilo.

Práce začíná stručným, ale výstižným úvodem do problematiky a shrnutím hlavních nových výsledků. První kapitola definuje potřebné pojmy formálně. V kapitole druhé vykonal autor práci poněkud nevděčnou, ale velmi záslužnou: Rozšířil výsledky ze své diplomové práce, týkající se ekvivalence tří různých axiomatických systémů, na případ axiomatiky pozmeněné přidáním “hodnoty $-\infty$ ”, která dovoluje bohatší strukturu. Na začátku je pěkný nápad, vlastně dva nápady, jak problémy s $-\infty$ konkrétně reprezentovat (oba způsoby se kupodivu ukážou jako ekvivalentní), a potom nastupuje část většinou rutinní, ale přesto nesnadná, zavádějící $-\infty$ do existujícího, poměrně komplikovaného důkazu.

Ve třetí kapitole se podařilo vyřešit můj oblíbený problém o nutném vzrůstu dimenze při odstranění degenerovaných konfigurací. V této části je můj spoluautorský podíl dosti podstatný, ale pan Škovroň samostatně přišel s počátečním impulsem – vymyslel vhodný příklad a pečlivou analýzou mnoha případů se mu podařilo dokázat vzrůst dimenze o 2. Výsledný článek byl přijat na letošní konferenci Eurocomb (s nejlepším možným hodnocením všech recenzentů).

Další kapitola popisuje zajímavé příklady tzv. porušovačských prostorů, což je pojem, vynalezený panem Škovroněm v rámci diplomové práce, který se čím dál víc ukazuje jako velmi plodný a mohl by možná nakonec být nejdůležitějším přínosem celého autorova úsilí. V následující páté kapitole se dokazují odhady pro počty porušovačských prostorů (i problémů typu LP) dané velikosti a dimenze, a následující kapitola potom ukazuje, že jednak se na porušovačské prostory dá použít důležitý Clarksonův algoritmus, a jednak že porušovačské prostory jsou, v dobře definovaném smyslu, právě ty struktury, kde Clarksonův algoritmus funguje.

Konečně v kapitole sedmé se porušovačské prostory dávají do souvislosti s matroidovým programováním (což je jiná zavedená abstraktně definovaná třída optimalizačních problémů). Důsledkem je, že matroidový program pevné dimenze se dá Clarksonovým algoritmem vyřešit v lineárním čase, což je pokud vím vůbec první lineární algoritmus.

Práce je dosti rozsáhlá a obsahuje řadu hodnotných výsledků, dokonce se domnívám se že podstatně více, než bývá u doktorských prací na MFF UK obvyklé. Také je napsána mimořádně pěkně, poměrně stručně, ale velmi jasně a

srozumitelně. Například úvod do orientovaných matroidů a matroidového programování, který pan Škovroň sepsal zcela samostatně na základě studia literatury, považuji za nejlepší úvodní text o této problematice, jaký znám.

Nebudu zmiňovat formální připomínky k angličtině a stylu – našel jsem skutečně jen pár maličností. Některé části důkazů jsou až příliš stručné a od nezavěšeného čtenáře myslím vyžadují netriviální dopracování (konkrétně třeba u rozboru případů v části 3.7 se mi zdálo, že některá “bez újmy na obecnosti” na základě symetrie by se měla trochu rozebrat, algoritmus pro rozpoznání bázových grafů by asi potřeboval zdůvodnit a způsob počítání malých porušovačských prostorů na počítači by bylo též dobré objasnit).

Celkově považuji práci za vynikající. Pan Škovroň prokázal schopnost samostatné vědecké práce, značnou invenci a originalitu i technickou zručnost. Práci rozhodně doporučuji přijmout jako doktorskou.

Prof. RNDr. Jiří Matoušek, DrSc.
Katedra aplikované matematiky MFF UK