

Posudek dizertační práce

Petr Škovroň

Abstract Models of Optimization Problems

Práce pana Škovroně se zabývá abstraktními množinově-systémovými modely optimalizačních úloh, zejména úloh lineárního programování. Jedná se o moderní téma na pomezí množinové kombinatoriky a operačního výzkumu. Sedmaosmdesátistránková práce je rozdělena do sedmi kapitol.

Kapitola 1 připomíná čtenáři problém lineárního programování a zavádí základní abstraktní modely optimalizačních (konkrétně minimalizačních) úloh: abstraktní LP-problémy jako monotóní zobrazení $w : 2^H \rightarrow W$ z podmnožin do lineárního uspořádání, přičemž w splňuje lokální podmínku; konkrétní LP-problémy, v nichž se hodnota zobrazení w realizuje jako minimum a konečně porušovačské prostory jako zobrazení $V : 2^H \rightarrow 2^H$ splňující podmínku konzistence a lokální podmínku. Je zaveden pojem báze a kombinatorické dimenze abstraktního modelu a jsou popsány vztahy mezi modely. Kapitola 2 se zabývá abstraktním zachycením neomezenosti zdola u některých minimalizačních subproblémů, což se modeluje pomocí prvku $-\infty$ v oboru W . Kapitola 3, první ze dvou stěžejních kapitol práce, je věnována otázce odstraňování degenerace u LP-problémů zvýšením dimenze a míře nárůstu dimenze. V kratší kapitole 4 jsme seznámeni s příkladem cyklického porušovačského prostoru dimenze 2 na 4-prvkové množině a dalšími příklady cyklických porušovačských prostorů a kapitola 5 přináší horní odhady a jeden dolní odhad počtů porušovačských prostorů v závislosti na velikosti základní množiny a kombinatorické dimenzi. Kapitola 6, druhá ze stěžejních kapitol práce, obsahuje analýzu rozšíření Clarksonova algoritmu pro nalezení báze na porušovačské prostory s $-\infty$. Poslední kapitola 7 je věnována souvislostem optimalizačních úloh v rámci orientovaných matroidů s porušovačskými prostory.

Nejvýznamnější a originální výsledky práce se nacházejí zejména v kapitolách 3 a 6. Pro důkaz Věty 3.2 pan Škovroň zkonstruoval, pro nekonečně mnoho d , d -rozměrný LP-problém bez $-\infty$, jehož každé nedegenerované zjemnění má dimenzi alespoň cd , kde $c > 1$ je absolutní konstanta. V pozoruhodném důkazu jsou podstatné jemné odhady velikostí binomických koeficientů. V oddílu 3.4 je rozbořem případů vyřešen speciální případ této

konstrukce a v oddílu 3.5 je konstrukce realizována geometricky lineárním programem. Ve Větě 6.13 pan Škovroň rozšířil Clarksonův algoritmus na případ porušovačských prostorů s $-\infty$, složitost algoritmu je lineární v počtu omezení (při pevné dimenzi). Oba výsledky byly již v podobě článků (se spoluautory zahrnujícími školitele) přijaty k publikaci.

Po formální stránce je práce zpracována velmi pečlivě, až na drobnosti se mi nepodařilo nalézt překlepy, a skutečně dobře se čte. Autor prokazuje dobrou znalost literatury o abstraktních modelech optimalizačních úloh.

Chtěl bych kandidátovi položit jednu otázku týkající se horních odhadů počtů porušovačských prostorů v kapitole 5. Totiž, zda se je nepokusil zapojením lokální podmínky dále zesílit. Uvedený odhad $V(n) \leq \exp(n2^{n-1} \ln 2)$ se mi jeví spíše jako první aproximace než jako konečný výsledek—spočítat, že je přesně $2^{n2^{n-1}}$ zobrazení z potence n -prvkové množiny do sebe posílajících každou množinu na množinu s ní disjunktní je jednoduché cvičení.

Závěrečné hodnocení. Pan Škovroň v práci předložil řadu originálních a zajímavých výsledků, které jsou nebo brzy budou publikovány v mezinárodním časopise, a prokázal předpoklady k samostatné tvořivé práci. Doporučuju, aby práce byla uznána za řádnou dizertaci.

V Praze, 9.8.2007

Doc. RNDr. Martin Klazar, Dr.

