UNIVERZITA KARLOVA – PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA MATEMATIKY A DIDAKTIKY MATEMATIKY

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Autor práce	*Eliška Fialová*
Název práce	*Aplikace neeuklidovské geometrie*
Autor posudku	*Prof. RNDr. Ladislav Kvasz, DSc.*

Cíle (stanovení, splnění, reflexe splnění)

Autorka sice neformuluje explicitní cíl práce, ale v závěru konstatuje, že: „*Práce může být využita jako doplňující text k výuce neeuklidovské geometrie, neboť nabízí její reálné aplikace, které si může čtenář představit. Také může být chápána jako motivace k samotnému studiu neeuklidovské geometrie, jelikož její aplikace zasahují do každodenního života každého z nás.*“ (s. 41). Pokud za cíl práce vezmeme vytvoření doplňujícího textu, motivujícího k hlubšímu samostatnému studiu, tak lze konstatovat, že práce stanovený cíl splnila vynikajícím způsobem. Autorce se podařilo vytvořit jasný, srozumitelný a po matematické stránce velice bohatý text, který skutečně dokáže motivovat k hlubšímu samostatnému studiu problematiky neeuklidovské geometrie.

Obsahové části (úplnost, relevance, řazení)

Po obsahové stránce lze práci rozdělit do tří hlavních částí. V první z nich (kapitola 2, nazvaná *Geodézie*) autorka vynikajícím způsobem vysvětluje základní pojmy sférické trigonometrie, dokazuje kosinovou a sinovou větu a ukazuje, jak je lze použít pro výpočet vzdálenosti dvou bodů na povrchu Země. Její výklad je přístupný pro středoškoláka a dává do rukou nástroj, který lze prakticky využít. Podobně ukazuje použití sférické trigonometrie v astronomii a aplikuje ho například na výpočet polohy planety Mars na obloze v Praze. Její výpočty umožňují porozumět tomu, co všechno musel Kepler vzít v úvahu, když před zhruba 400 lety naopak počítal ze zdánlivé polohy planety Mars tvar její skutečné dráhy kolem Slunce. Autorce se podařilo s dostatečnou přesností zavést ekliptikální a obzorníkové souřadnice a vztah mezi nimi. Druhou část práce (kapitolu 3 nazvanou *Časoprostor*) autorka věnuje výkladu základních pojmů teorie relativity, Lorentzových transformací a geometrii prostoročasu. Lze konstatovat, že přesto, že autorčin výklad přináší do hry řadu fyzikálních pojmů a souvislostí, jsou vyloženy z fyzikálního hlediska správně a z didaktického hlediska srozumitelně. Třetí část (kapitola 4, nazvaná *Umění*), přináší stručný popis několika bezprostředních reakcí Eschera, Picassa, Muybridge a Dalího na vznik neeuklidovských geometrií. I když lze v rámci bakalářské práce dané téma stěží vyčerpat, je třeba konstatovat, že výklad je úplný ve smyslu, že mu nic nechybí a je přirozeně uspořádán.

Odborná část (matematika/didaktika: náročnost, správnost, výstavba, konzistence apod.)

Z matematického hlediska práce přesahuje úroveň kursu geometrie bakalářského studia. Sférická trigonometrie se v něm běžně neprobírá. Z matematického hlediska je text správný, logicky dobře vystavěný a ideově konzistentní. Oceňuji především výklad sférické trigonometrie. Z didaktického hlediska je první část textu výborná, na druhé je třeba ocenit především zvládnutí fyzikálního obsahu teorie relativity, který vůbec není jednoduchý. Na s. 12 autorka definuje nebeskou sféru jako nekonečně vzdálenou sférickou plochu. Ale pak má nulovou křivost, a je tedy euklidovská? Na s. 14 je uvedeno, že 4° odpovídají jedné minutě. Na s. 15 je už při výpočtu uvedeno správně, že jeden stupeň udává čtyři minuty. V odvození na s. 16 se dělá několik kroků najednou, což není didakticky vhodné. Na s. 19 autorka tvrdí, že již Inkové vnímali prostor a čas jako stejný pojem. To fyzikálně nedává smysl, protože jejich propojení vyžaduje konečnou rychlost světla, což pro ně bylo technologicky nedosažitelné. Na s. 30 je postulát označen jako Theorém 2. Postulát se chápe jako základní princip, který se nedokazuje, teorém je naopak dokázané tvrzení.

Přínos (originalita, použitelnost apod.)

Výklad aplikací neeuklidovské geometrie je originálně pojat, autorka jednotlivé aplikace důsledně promyslela a pečlivě vyložila. Text je použitelný jako doplňkový text pro středoškolské studenty.

Formální náležitosti (gramatika, styl, typografie, grafické části, odkazy a citace, úprava)

Práce je z gramatického, stylistického i typografického hlediska na dobré úrovni. Odkazy na literaturu jsou správné. V práci je malý počet překlepů (např. na s. 2 v posledním řádku, na s. 5 v popisku obr. 2). Některá literatura je uvedena pouze v poznámce pod čarou, ale není v seznamu literatury (na s. 11 pozn. 2).

Zdroje (reprezentativnost, relevance, použití)

Práce obsahuje na bakalářskou práci výjimečné množství 37 zdrojů, ze kterých je 16 v angličtině, jeden v němčině a zbylé v češtině. Vzhledem k tématu je výběr literatury reprezentativní. Oceňuji použití Feynmanových přednášek (jenom pro upřesnění, Feynman, jako Američan, píše svoje jméno s jedním n, autorka ho uvádí se dvěma), které patří k vrcholům světové fyzikální literatury. Neodpustím si neupozornit na skvělé knížky Taylora a Wheelera *Fyzika priestoročasu* (2012), Thorna *Černé díry a zborcený čas* (2004) a na sérii tří skvělých článků svého učitele fyziky doc. Vladimíra Černého *Relativita vec jednoduchá, ale rafinovaná*, které publikoval před 40ti lety.

Vyjádření ke shodám v systému Theses: Počet podobných dokumentů 7, shoda menší než 5 %.

Hodnocení: Práce jednoznačně splňuje podmínky kladené na bakalářskou práci. Práci doporučuji k obhajobě.

Otázky k obhajobě:

1. Sférická geometrie byla známá dlouho před objevem neeuklidovských geometrií. Jak to, že nebyla považována za neeuklidovskou geometrii od svého vzniku ve starověké astronomii?

2. Mohla byste uvést další malíře, kteří svoji tvorbu dávali do souvislosti s neeuklidovskou geometrií?

V Praze 10. května 2021 ………………………………..

Prof. RNDr. Ladislav Kvasz, DSc.