Posudek diplomové práce bc. Hany Markové: Lineární teorie diferenciálních rovnic se zpožděním

Petr Kaplický, KMA MFF UK (oponent)

Autorka hledá řešení rovnice se zpožděním pomocí Laplaceovy transformace. Ve Větě 35 prezentuje explicitní formuli pro řešení. Dále studuje růst nalezeného řešení. Diplomová práce sleduje zhruba první kapitolu článku [Kappel, 2006]. Teorii převypráví pro pouze jednu rovnici a přidává navíc potřebný aparát: dopřednou a inverzní Laplaceovu transformaci, Lebesgueův-Stieltjesův integrál. Pro ilustraci použití Laplaceovy transformace na řešení ODR je vložena Kapitola 5.

Na diplomové práci se mi líbí její uspořádání. Text obsahuje zajímavý výsledek společně s veškerým potřebným matematickým aparátem. K tomu, aby mohl být pro další čtenáře užitečný, ale chybí důkladnější rozmyšlení prezentace výsledků. Text obsahuje množství elementárních chyb. Uvedu příklady v jednotlivých kapitolách.

V kapitole Laplaceova transformace mi nejvíce vadí chybné zavedení prostoru L^1_+ na straně 6 (podmínka má být $\sigma_f < +\infty$), používání neplatných tvrzení $\int_0^{+\infty} |f(t)|e^{-\sigma_f t} dt < +\infty$ a $|f(t)| \leq Ce^{\sigma_f t}$ pro funkce $f \in L^1_+$.

Ve Větě 15 o inverzní Laplaceově transformaci mi není jasné, co autorka myslí holomorfní funkcí na uzavřené polorovině $\Re(z) \geq a$. Není mi pak jasné, jestli je možné pracovat s hodnotami $F(a + i\omega)$ v důkazu. Na stránce 20 určitě není možné integrovat přes křivky U a V. Tam F není definována.

V kapitole o Lebesgueově-Stieltjesově integrálu mi vadí, že prodloužení funkce η je v Sekci 4.1 chybně definováno. Je-li totiž $b > a$, není hodnota $\eta(b^+)$ definována. Zdá se mi, že pokud začneme od zleva spojité funkce $\eta : [a, b] \to \mathbb{R}$, nemůžeme dostat uspokojivý integrál, pro který platí Rieszova věta. Ve Větě 27 se také spojitost zleva v b nepředpokládá. Dále je důkaz Věty 17 nesrozumitelný. Volba otevřeného pokrytí $[a, b - \epsilon)$ je špatně.

V Kapitole 6 se používá značení $\|\cdot\|$ pro normu v prostoru $C([-r, 0])$, viz např. strana 31 dole, a také v jiných prostorech spojitých funkcí, viz znění Věty 29 — má být v $C([0, t])$. To je značně matoucí. Nerovnost ve znění Věty 31 nedává pro komplexní z smysl. Věta 36 není zformulována.

U obhajoby by autorka práce mohla odpovědět na následující otázky

- Jak se dokáže Věta 17?
- Je rovnice (5.1) speciálním případem rovnice (6.1)? Pokud ano, jak vypadá L, μ_η, η, $\hat{G}(z)$, Y, $L(\phi_\tau)$ pro tento speciální případ?

Závěr: Předložená práce je kompilační. Výsledek z [Kappel, 2006] doplňuje o potřebný podpůrný aparát. Práci doporučuji uznat jako diplomovou.

Současně je ale potřeba říci, že práci by prospělo lepší promyšlení důkazů a několikeré následné čtení pro odstranění nesrovnalostí.

References

[Kappel, 2006] Kappel, F. (2006). Linear autonomous functional differential equations. In *Delay differential equations and applications*, volume 205 of *NATO Sci. Ser. II Math. Phys. Chem.*, pages 41–139. Springer, Dordrecht.