Název práce: Metody krylovovských podprostorů – Analýza a aplikace

Autor: Tomáš Gergelits

Katedra: Katedra numerické matematiky

Vedoucí disertační práce: prof. Ing. Zdeněk Strakoš, DrSc., Katedra numerické matematiky

Abstrakt: Konvergenční chování krylovovských metod pro řešení lineárních algebraických rovnic s pozitivně definitní symetrickou maticí je často spojováno s číslem podmíněnosti matice. Jak je však shrnuto v první části disertace, jejich skutečné konvergenční chování (které může být v praktických výpočtech významně ovlivněno zaokrouhlovacími chybami) je určeno celým spektrem matice a projekcemi počátečního rezidua do odpovídajících invariantních podprostorů. Jádro práce spočívá ve vyšetřování spekter nekonečně dimenzionálních operátorů $-\nabla \cdot (k(x)\nabla)$ a $-\nabla \cdot (K(x)\nabla)$, kde $k(x)$ je skalární funkce a $K(x)$ je symetrická tensorová funkce, předpodmíněných pomocí Laplaceova operátoru. Následně je pozornost zaměřena na vlastní čísla matic vzniklých diskretizací pomocí konformní metody konečných prvků. Za předpokladu spojitosti funkce $K(x)$ je dokázáno, že spektrum příslušné předpodmíněnému nekonečně dimenzionálnímu operátoru *je ekvivalentní* konvexní obálce oborů hodnot funkcí diagonálního tenzoru $\Lambda(x)$ ze spektrálního rozkladu $K(x) = Q(x)\Lambda(x)Q^T(x)$. V diskrétním případě je dále dokázáno, že hodnoty funkce $k(x)$ dobře aproximují *všechna vlastní čísla* příslušné předpodmíněné matice.

Podle našeho nejlepšího vědomí jsou tyto výsledky první, které poskytují takto detailní informaci o celém spektru nekonečně dimenzionálních operatorů a příslušných konečně-prvkových matic. Tato informace je snadno dostupná pomocí hodnot funkcí $k(x)$ a $K(x)$. Dosažené výsledky mohou motivovat novou cestu ve studiu předpodmínění symetrických problémů.

Klíčová slova: Krylovovské metody, spektrální informace, konvergence, zaokrouhlovací chyby, parciální diferenciální rovnice, diskretizovaná úloha, předpodmínění.