

Disertační práce Jana Fonioka

## Homomorfismy a strukturální vlastnosti relačních systémů

Námětem předkládané práce jsou homomorfismy relačních struktur, zejména pak otázky spojené s existencí takových homomorfismů mezi danými objekty.

V první kapitole autor především podává základní definice a zavádí potřebné značení. Jsou zde též diskutovány některé vnitřní vlastnosti relačních objektů a konkrétní konstrukce týkající se homomorfismů (o “pouhou” existenci homomorfismů půjde později; píše “pouhou” v uvozovkách, protože s existencí homomorfismů, třebaže konkrétně nespécifikovaných, jsou spojeny zásadní a velmi obtížné problémy). Autorovou snahou je vidět otázky relačních systémů jako otázky ostrukturovaných hypergrafů; věnuje proto značné úsilí tomu, aby tento pohled čtenáři přiblížil.

Kapitola druhá se týká homomorfismových dualit. Nejprve jsou diskutovány duální dvojice objektů, t.j. dvojice  $A, B$  takové, že pro libovolný objekt  $X$  téhož typu existuje homomorfismus  $X \rightarrow B$  právě když neexistuje žádný homomorfismus  $A \rightarrow X$ . Autor zde též popisuje dvě významné konstrukce duálních dvojic pocházející odjinud, a ty potom zobecňuje. Dále pak přechází k obecným otázkám kolem *konečných dualit*, t.j. situací, kdy pro dvě konečné množiny objektů  $\mathcal{A} : A_1, A_2, \dots, A_n$  a  $\mathcal{B} : B_1, B_2, \dots, B_m$  platí, že existuje homomorfismus  $X \rightarrow B_i$  pro některé  $i$  právě když neexistuje homomorfismus  $A_j \rightarrow X$  pro žádné  $j$ . V této části se setkáváme s řadou zajímavých nových fakt, které směřují k jedné z hlavních výsledků práce (2.4.26) charakterisujícímu existenci soustavy  $\mathcal{B}$  takové, aby  $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$  byla dualita tím, že prvky z  $\mathcal{A}$  musí být  $\Delta$ -lesy. V závěru kapitoly se pak autor ještě zabývá extrémálními aspekty konečných dualit.

Kapitola třetí je věnována struktuře existence homomorfismu jakožto předuspořádané třídy objektů. Připomíná souvislosti skoků na jedné straně a dualit na straně druhé, zejména pak v důležitém případě, kdy získané předuspořádání je Heytingovského charakteru. Centrální je zde oddíl o antiřetězcích, v němž nacházíme další dva hlavní výsledky, první z nich (3.4.12) o maximálních antiřetězcích, a druhý (3.4.13) podávající popis všech

konečných maximálních antiřetězců. Kapitola je uzavřena poznámkou o vztahu mezi štěpením antiřetězců a dělicími body.

V závěru práce nacházíme krátkou kapitolu v níž jsou diskutovány některé otázky komplexity spojené s výsledky předchozího textu.

Vcelku je možno konstatovat, že práce obsahuje nové, zajímavé, netriviální a užitečné výsledky. Také po stránce formální je ji možno pochválit: je dobře organizována, úvodní stránky vhodně zasvěcují čtenáře do potřebného systému pojmů a následující text se (také díky tomu) dobře čte. A co se týče otázky nejformálnější: práce je napsána pečlivě a neuvědomuji si, že bych narazil na nápadný překlep.

**Shrnutí.** Na základě uvedených skutečností mohu konstatovat, že předkládaná práce splňuje požadavky na disertační práce kladené, a navrhuji, aby po úspěšné obhajobě byla za disertační práci uznána.

Červen 2006

