Posudek školitele na doktorskou disertační práci Mgr. J. Stebela:

„*Shape Optimization for Navier-Stokes equations with viscosity*".

Doktorská práce se zabývá problematikou tvarové optimalizace systému, který je řízen Navierovými-Stokesovými rovnicemi s algebraickým modelem turbulence. Cílem práce bylo komplexní studium dané problematiky, tj. od analýzy spojitého modelu, přes jeho diskretizaci až po numerickou realizaci jednoduchého modelového příkladu. Tato práce navazuje na předchozí autorovu diplomovou práci. V mnoha směrech ji však prohlubuje a rozšiřuje.

Vlastní práce se sestává z úvodní části, 6 kapitol a 2 appendixů. V úvodu autor uvádí základní rovnice mechaniky tekutin a jejich vztah k problematice studované v této práci. První část (kapitoly 1 a 2) je věnována analýze spojité formulace. Kapitola 1 se podrobně zabývá studiem stavové úlohy. Kvůli použitému modelu turbulence je potřeba problém zformulovat a řešit v Sobolevových prostorech s váhou. Hlavním výsledkem je Věta 1.4, ve které je dokázána existence alespoň jednoho řešení slabé formulace v rychlosti a tlaku, eventuelně jeho jednoznačnost za doplňujícího předpokladu o „malosti" vstupních dat. Důkaz je proveden pomocí regularizace původní formulace, odvození vhodných a-priorních odhadů a Galerkinovy metody. Kapitola 2 je věnována problematice tvarové optimalizace. Základem je důkaz spojité závislosti řešení stavové úlohy na změnách tvaru oblasti. K tomu je však třeba dokázat netriviální výsledek a sice stejnoměrnou omezenost tlaku vzhledem k uvažované třídě přípustných oblastí. Vlastní existence řešení úlohy tvarové optimalizace je pak už jen jednoduchým důsledkem. Druhá část práce (kapitoly 3-5) se zabývá diskretizací úlohy tvarové optimalizace. Kapitola 3 je věnována diskretizaci a konvergenční analýze pro stavovou úlohu. Tato je aproximována pomocí smíšené metody konečných prvků a sice lineárními funkcemi obohacenými o tzv. bublinkové funkce 3. řádu pro aproximaci rychlosti a lineárními funkcemi, které aproximují tlak. Nejprve dokazuje existenci a jednoznačnost řešení diskrétní úlohy. Za předpokladu splnění Babuška-Brezziho podmínky (3.9) ukáže, že jak diskrétní rychlost, tak tlak konvergují k řešení spojité formulace. V kapitole 4 je popsána diskretizace úlohy tvarové optimalizace. Přípustné funkce, které definují přípustné oblasti ve spojité formulaci jsou nyní nahrazeny po částech kvadratickými Bezierovými polynomy. Autor dokazuje existenci řešení diskrétní úlohy tvarové optimalizace a analyzuje vztah těchto řešení k řešení spojité formulace. Kapitola 5 se zabývá vlastní numerickou realizací úlohy tvarové optimalizace. Specielní pozornost je věnována technice automatického derivování ke získání gradientních informací, které jsou třeba pro řešení stavové úlohy Newtonovou metodou a pro minimizaci cenové funkce. V závěru této kapitoly jsou uvedeny numerické výsledky modelového příkladu, který popisuje proudění tekutiny ve vstupní části stroje na výrobu papíru. Práce je zakončena dvěma appendixy, ve kterých J. Stebel shrnul některé pomocné výsledky, které byly v textu použity.

Samotná práce je napsána velmi pěkně, srozumitelně a na dobré technické úrovni. Obsahuje minimum chyb, které však nemají vliv na celkovou úroveň práce. Chtěl bych také zdůraznit, že díky komplexnímu charakteru zpracování této problematiky, práce zasahuje do několika oborů matematiky a sice teorie parciálních diferenciálních rovnic a jejich aproximací pomocí metody konečných prvků, optimalizace a vědecko-technických výpočtů („scientific-computing). Způsob zpracování svědčí o tom, že autor tyto znalosti velmi dobře zvládnul a umí s nimi pracovat. Dle mého názoru cíle práce byly splněny.

Závěr: na základě výše uvedených skutečností doporučuji, aby disertační práce Mgr. J. Stebela byla přijata k obhajobě .

V Praze 22. 6. 2007

školitel