

# Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě  
Univerzity Karlovy

- |   |   |
|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> posudek vedoucího | <input type="checkbox"/> posudek oponenta |
| <input checked="" type="checkbox"/> bakalářské práce  | <input type="checkbox"/> diplomové práce  |

Autor: **Marek Pospíšil**

Název práce: **Numerické řešení Ernstovy rovnice**

Studijní program a obor: Fyzika, Obecná fyzika

Rok odevzdání: **2020**

Jméno a tituly vedoucího: Mgr. Tomáš Ledvinka Ph.D.

Pracoviště: Ústav teoretické fyziky MFF UK

Kontaktní e-mail: tomas.ledvinka@mff.cuni.cz

## Odborná úroveň práce:

- vynikající  velmi dobrá  průměrná  podprůměrná  nevyhovující

## Věcné chyby:

- téměř žádné  vzhledem k rozsahu přiměřený počet  méně podstatné četné  závažné

## Výsledky:

- originální  původní i převzaté  netriviální kompilace  citované z literatury  opsané

## Rozsah práce:

- veliký  standardní  dostatečný  nedostatečný

## Grafická, jazyková a formální úroveň:

- vynikající  velmi dobrá  průměrná  podprůměrná  nevyhovující

## Tiskové chyby:

- téměř žádné  vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet  četné

## Celková úroveň práce:

- vynikající  velmi dobrá  průměrná  podprůměrná  nevyhovující

## Slovní vyjádření, komentáře a připomínky vedoucího/oponenta:

Axiálně symetrické stacionární gravitační pole představuje velmi dobré přiblížení po většinu života kompaktních objektů jako jsou neutronové hvězdy a černé díry, a to i pokud jsou obklopeny hmotou rozprostřenou do podoby disku. Ačkoli je v obecné teorii k popisu gravitačního pole potřeba použít tenzorové veličiny, např. metrický tenzor vystupující jako neznámá v Einsteinových rovnicích, vnější gravitační pole lze hledat i jako řešení jediné nelineární komplexní eliptické Ernstovy rovnice. Ta umožnila nalézt mnoho analytických řešení vakuových Einsteinových rovnic. Pokusy o její numerické řešení jsou vzácné, možná i proto, že jde o rovnici singulární. Cílem bakalářské práce bylo seznámit se se spektrálními metodami pro řešení podobných rovnic a vyzkoušet jejich vhodnost při hledání řešení Ernstovy rovnice.

Předložená bakalářská práce se nejprve věnuje základům obecné teorie relativity a černoděrovým řešením Einsteinových rovnic. Protože pro studenty jde často o novou látku, představují obvykle takovéto úvodní kapitoly první příležitost seznámit se s oborem. Na příkladě Schwarzschildovy metriky tak autor reprodukuje učebnicový postup odvození řešení Einsteinových rovnic jako soustavy parciálních diferenciálních rovnic. U Kerrovy metriky se pak seznámí s rolí souřadnicových transformací, které jsou u černoděrových řešení nezbytné k pochopení povahy prostoročasu. Ke konci kapitoly se pak ukazuje, jak konkrétně vypadají Einsteinovy rovnice popisující gravitační pole buzené stacionárně rotující ideální tekutinou.

V druhé kapitole se práce věnuje souřadnicím, které se v další kapitole ukáží jako vhodné pro převedení polních rovnic do podoby Ernstovy rovnice. Spolu s jejím odvozením se ve třetí kapitole objeví diskuze podoby Kerrova řešení a vysvětlí princip iterativního řešení Ernstovy rovnice. V poslední, čtvrté kapitole je vyložena princip pseudospektrální metody řešení obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic včetně jednoduchého příkladu rovnice singulární. Pro autora šlo o novou látku a tak se zbytek kapitoly i práce věnuje těmto numerickým metodám, které si vyzkouší na několik příkladech, z nichž ten nejsložitější představuje již nelineární, nicméně stále regulární verze Ernstovy rovnice pro statická gravitační pole.

Domnívám se, že předložená bakalářská práce ukazuje, že se přes počáteční obtíže, jejichž stopy lze v práci zahlédnout, autor seznámil se všemi potřebnými komponentami problému: vlastnostmi eliptických parciálních diferenciálních rovnic, rolí okrajových podmínek, komplikacemi v podobě nelinearity a základy pseudospektrální metody řešení takových rovnic. Důvod, proč práci nemohu hodnotit stupněm výborně nespočívá v tom, že se práce nedostane k cíli (to u původního výzkumu nelze automaticky předpokládat), ale v tom, že témata v práci obsažená měla být podána zřetelněji a větší mírou původního přístupu. (Např. část 1.3 příliš následuje [3] aniž by obsahovala původní ilustrace a reflektovala souvislosti s tématem práce. Podobně i kapitola 2. V části 3.4 měla být diskutována také úplná, komplexní verze Ernstovy rovnice. V kapitole 4 byl kód poskytující řešení vybraných problémů zprovozněn na poslední chvíli a nebylo tak možno jej využít k podrobné diskuzi chování řešené modelové rovnice a použité numerické metody.)

## Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:

Jaké okrajové podmínky jsou potřeba k získání (3.21) z (3.3) resp. (3.4)? Jaký je jejich význam?

### Práci

doporučuji

nedoporučuji

uznat jako bakalářskou.

### Navrhuji hodnocení stupněm:

výborně  velmi dobře  dobře  neprospěl/a

Místo, datum a podpis vedoucího: V Praze, 31. 8. 2020