Univerzita Karlova

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vývoj přijímacích zkoušek z matematiky na osmiletá gymnázia

Development of math entrance exam for entry to eight-year grammar schools

Lucie Cisariková

Vedoucí práce: doc. RNDr. Naďa Vondrová, Ph.D.

Studijní program: Specializace v pedagogice

Studijní obor: Anglický jazyk se zaměřením na vzdělávání — Matematika se zaměřením na vzdělávání

2020

Odevzdáním této bakalářské práce na téma *Vývoj přijímacích zkoušek z matematiky na osmiletá gymnázia* potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucí práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze dne 23. 7. 2020

Ráda bych poděkovala doc. RNDr. Nadě Vondrové, Ph.D., za vedení a průběžné připomínkování mé práce a za čas, který mi věnovala. Dále bych ráda poděkovala Mgr. Vlastě Kotýnkové za poskytnutí zadání přijímacích testů, které jsem využila k analýze zkoumaného tématu.

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá přijímacími zkouškami z matematiky na osmiletá gymnázia. Zatímco do roku 2016 kritéria pro přijetí uchazečů o studium připravovaly školy samotné, nyní skládají žáci jednotnou přijímací zkoušku. Cílem práce je popsat dva různé způsoby organizace přijímacího testu z matematiky, poukázat na jejich odlišnosti a vymezit jejich obsah.

V první části je zpracováno téma jednotných přijímacích zkoušek připravovaných Centrem pro zjišťování výsledků vzdělávání. S odkazem na školský zákon je představeno pilotní ověřování nového způsobu organizace přijímacího řízení. Dále jsou popsána specifika testu zadávaného se záznamovým archem a také rozdělení úloh dle typu uváděné odpovědi. Vzhledem k obsahu zadávaných úloh je využito rozdělení do tematických celků podle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání s demonstrací konkrétních úloh zadaných v ilustračních testech nebo při řádných termínech přijímacího řízení.

Ve druhé části jsou analyzovány přijímací zkoušky zadávané před zavedením jednotné přijímací zkoušky na případové studii vybraného pražského gymnázia. Na základě analýzy dostupných testů je popsána formální stránka testového sešitu a dále jsou zde stanoveny nejčastěji použité typy úloh, jejichž metody řešení se napříč testy opakují nejhojněji. Práce uvádí odlišnosti školních přijímacích zkoušek ve srovnání s centrálně zadávanými zkouškami.

V závěru bakalářské práce jsou shrnuty podobnosti a odlišnosti obou zkoumaných způsobů přijímacích zkoušek. Text je průběžně doplněný obrázky, které reprezentují popisované úlohy.

KLÍČOVÁ SLOVA

CZVV, osmileté gymnázium, přijímací zkoušky, záznamový arch

ABSTRACT

The bachelor thesis deals with the math exam used for the entrance examination for entry to eight-year grammar schools. Up to the year 2016, the criteria for applicants were designed by the schools themselves, whereas nowadays the applicants are obliged to pass a unified national entrance exam. The aim of this bachelor thesis is to analyze two diverse approaches and forms of the entrance examination, describe their differences and provide an overview of their content.

The initial part aims to depict the unified national examination including the education law regulation, and the two-year trial process preceding the formal start of the new admission procedure. The basic characteristics of the examination are described with regard to a recording form and kinds of assigned tasks. In terms of tasks' content, the structure of the thesis is based on the curricular framework called *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* to exemplify particular tasks used in both mock and proper tests.

Based on a study case of a chosen grammar school, the subsequent part defines the entrance math exam used before the unified national examination. The thesis describes the tests according to their structure and the most frequently assigned tasks. In comparison to the unified examination, the thesis presents the most substantial differences.

The final part is then focused on the summary of the observed attributes as well as the differences of two analysed approaches. The thesis is supplemented with pictures of each individual described task, which help to illustrate the phenomena depicted in the thesis.

KEYWORDS

entrance examination, grammar school, mathematics tests

Obsah

Úvod

Nástupem do mateřské školy začíná v životě dítěte několikaletá cesta vzdělávacími institucemi. V pátém ročníku základní školy (tedy v šestém ročníku povinné školní docházky zahrnující jeden rok v mateřské škole) se mohou žáci ucházet o studium na víceletém gymnáziu, které zakončí po osmi letech studia maturitní zkouškou. Přijímací řízení na obory zakončené maturitní zkouškou prošlo v posledním desetiletí výraznou změnou. Jeho organizaci už nemají na starosti výhradně školy samotné, ale částečně podléhá jednotné zkoušce. Ta se skládá z testu z matematiky a českého jazyka a literatury a připravuje ji Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání.

Cílem této bakalářské práce je popsat způsob zavedení, strukturu a obsah jednotných přijímacích testů z matematiky, které od roku 2017 skládají všichni uchazeči o studium na osmiletém gymnáziu. Jejich sledovaný vývoj pokrývá jak formální stránku zadávaných testů, tak ukotvení obsaženého učiva v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání. Dílčím cílem práce je prostřednictvím obsahové analýzy testů identifikovat typy úloh častěji se objevujících v zadávaných testech. Dalším záměrem je s využitím případové studie jednoho pražského gymnázia představit obsah a formu přijímacích zkoušek před zavedením jednotné přijímací zkoušky a obě podoby zkoušky porovnat.

První část práce se věnuje jednotné přijímací zkoušce z matematiky, kterou již čtyři roky připravuje Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání. Na jednotných testech je poukázáno na způsob zavedení testu během dvou pilotních ročníků a na diskuzi týkající se nutného zastoupení otevřených úloh v testu. Kromě zakotvení nového typu přijímacího řízení ve školském zákoně jsou analyzována jeho formální specifika s odkazem na způsob zápisu do záznamového archu. Dále se práce věnuje motivaci, která vedla k uskutečnění centrálně organizovaného řízení. Součástí je také typologie použitých úloh a jejich konkrétní uplatnění v přijímacím testu z matematiky.

S využitím rozdělení do tematických okruhů podle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání bakalářská práce představuje na vybraných úlohách zadání, se kterými se žáci během jednotných přijímacích zkoušek opakovaně setkávají. U některých úloh se nám podařilo identifikovat časově úspornější metodu řešení, která zvýhodňuje zdatnějšího počtáře. Na závěr této části jsou shrnuty změny, kterými testy prošly během zkoumaných šesti let.

Druhá část bakalářské práce se věnuje případové studii školních přijímacích zkoušek zadávaných na Gymnáziu Jiřího Gutha-Jarkovského v Praze před zavedením jednotných přijímacích zkoušek. Toto gymnázium bylo vybráno na základě doporučení vedoucí práce, protože splňovalo požadavky na analyzovaný typ školského zařízení – gymnázium nabízející osmiletý obor vzdělávání, které před zavedením jednotné přijímací zkoušky připravovalo vlastní testy z matematiky pro potřeby vstupního řízení.

Jednotlivé oddíly druhé kapitoly popisují formu přijímacího testu z hlediska typu zadávaných úloh a způsobu, kterým byl test uchazečům představen. S odkazem na vývoj kurikulárních dokumentů pro základní vzdělávání oddíly následně zmiňují změny, kterých přijímací test v závislosti na vzdělávací programy dostál. Práce si dále všímá identifikovaných odlišností v souvislosti s očekávaným řešením konstrukčních úloh v případě školních a jednotných přijímacích zkoušek. Na čtyřech vybraných typech úloh demonstruje nejčastější druhy zadání, která se v různých obměnách v testech objevila, a metody řešení, jejichž uplatnění se po uchazeči o studium vyžadovaly.

Text je průběžně doplněn obrázky úloh, jejichž forma nebo obsah jsou v práci blíže popisovány. Přílohou bakalářské práce je dvanáct testových sešitů z Gymnázia Jiřího Gutha-Jarkovského, ze kterých autorka při tvorbě práce čerpala.

1 Jednotná přijímací zkouška

Na jaře 2017 absolvovali poprvé všichni uchazeči o studium na osmiletých gymnáziích jednotnou přijímací zkoušku. Ta se skládá ze dvou písemných testů – matematiky a českého jazyka a literatury. Dvouleté pilotní testování nového kritéria přijetí na gymnázia v letech 2015 a 2016 i realizaci v současné době má na starosti Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání (dále CZVV). Tato kapitola se postupně bude zabývat zavedením testu z matematiky, jeho formou a obsahem a popíše vývoj, který zadávaný přijímací test od prvního pilotního ročníku zaznamenal. Analyzováno bylo celkem čtrnáct testů od ilustračního testu v roce 2015 po ilustrační test v roce 2020.

1.1 Zavedení testu

Motivací pro zavedení jednotné přijímací zkoušky na osmiletá gymnázia byla mimo jiné nedostatečná možnost srovnání znalostí žáků dříve než při maturitní zkoušce (Zíka, 2015, s. 4). Společná část této závěrečné zkoušky od roku 2011 probíhá jednotně podle § 77 zákona č. 561/2004 Sb., její didaktické testy připravuje CZVV a údaje o úspěšnosti maturantů lze použít pro porovnání výsledků s ohledem na typ školy, region apod. (Zákon č. 561/2004 Sb.). I proto se zavedení jednotné přijímací zkoušky nabízí jako vhodná možnost, jak získat ucelené informace o úrovni znalostí žáků napříč republikou již dříve, a navíc svým obsahem sjednocuje požadované znalosti, které by uchazeči o studium měli mít osvojené při nástupu do nové školy. Takový závěr zveřejnila ve svém stanovisku i Společnost učitelů matematiky JČMF (dále SUMA JČMF) (2014), která dále předpokládá, že jednotně stanovená nepodkročitelná hranice vědomostí by žáky a jejich učitele mohla motivovat k lepšímu výkonu.

Obsah jednotného přijímacího testu z matematiky vychází z Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (dále RVP pro ZV), a uchazečům o studium na osmiletém gymnáziu by tak k úspěšnému vypracování testu měly stačit znalosti získané během jejich studia na prvním stupni základní školy (Zíka, 2015, s. 12). Je ovšem pravdou, že formát testu je specifický a zřejmě nepodobný formátu, se kterým se žáci setkávají při běžné výuce matematiky na základních školách (více v oddíle 1.2.2).

Pro plynulejší přechod na jednotné přijímací zkoušky proběhlo v letech 2015 a 2016 pilotní testování. Tyto dva zkušební ročníky nového způsobu přijímacích zkoušek poskytly ředitelům možnost seznámit se s odlišným způsobem zadání i vyhodnocení před ostrým spuštěním. Školy se mohly dobrovolně rozhodnout pro účast v pilotním testování a i míra, kterou zohlední výsledky jednotných testů, zůstala v jejich režii (Zíka, 2015, s. 5). Cílem pokusného ověřování bylo odhalení a odstranění nedostatků, které jednotná přijímací zkouška mohla přinést při své organizaci a ve svém obsahu.

Již od roku 2015 také platí, že si uchazeči o studium na osmiletých gymnáziích mohou vyzkoušet cvičné zadání, které zpravidla několik měsíců před termínem ostrých přijímacích zkoušek CZVV zveřejňuje na svých webových stránkách. Tento ilustrační test by měl sloužit jako vodítko, jaké typy úloh a jejich obtížnost lze u přijímacího testu očekávat. V roce 2018 CZVV jako ilustrační test použilo testový sešit, který byl zadán v předchozím roce při jednom ze dvou opravných termínů.

1.1.1 Pilotní ročník 2015

Podle CZVV, které kromě pilotního ověřování organizuje i jednotnou část maturitní zkoušky, bylo výhodou, že systém pro zpracování velkého množství přihlášek a testování samotné lze založit na zkušenosti s maturitní zkouškou, která probíhá v podobném rozsahu (Zíka, 2015, s. 6). Odevzdané záznamové archy se podobně jako u didaktických maturitních testů skenují a odesílají k centrálnímu hodnocení CZVV, a dá se tedy předpokládat, že osmiletá gymnázia disponují technickým vybavením k pořádání centrálně zadávané zkoušky. Kromě toho CZVV doporučuje, aby byli k realizaci jednotného přijímacího testování přednostně vyzváni zadavatelé kvalifikovaní pro pořádání maturitní zkoušky (Zíka, 2015, s. 22). To mělo zřejmě vést k úspoře dalšího proškolování zadavatelů, kteří se s podobným systémem seznamovali již za účelem konání maturitní zkoušky.

Ilustrační test v roce 2015, který byl vůbec prvním testem zveřejněným jako příprava na jednotnou přijímací zkoušku, obsahoval 17 úloh. Jen o jednu úlohu méně se potom objevilo při řádném termínu, ve kterém bylo možné získat více bodů za konstrukční úlohu, která patří do souboru otevřených úloh (viz oddíl 1.2.1). V obou případech bylo možné za otevřené úlohy získat maximálně třicet bodů z celkových padesáti, což představuje 60 %

z nejvyššího možného bodového hodnocení. Nutnost zastoupení otevřených úloh vyplývá i ze závěrečného doporučení po tomto pilotním ročníku: „Dosažitelné bodové hodnocení za otevřené úlohy musí činit minimálně 50 % dosažitelného bodového hodnocení za celý test.“ (Zíka, 2015, s. 7). Kromě této změny ve snížení počtu úloh na úvodní straně testu přibyl ještě pokyn, který určuje, jak budou ohodnoceny uzavřené úlohy, u kterých není dodržen pokyn správného zaznamenání vybrané odpovědi.

V řádném termínu tohoto ročníku se řešitelé setkali s úlohou, ve které měli zaznamenat do záznamového archu celý svůj výpočet. Takovou úlohu řadíme mezi široce otevřené úlohy a z hodnocení tohoto pilotního ověřování vyplývá, že by body za takové úlohy měly tvořit alespoň 15 % z celkového hodnocení testu (Zíka, 2015, s. 7). Tak tomu bylo i v tomto testovém sešitu, ve kterém bylo možné za široce otevřené úlohy získat až 12 bodů z 50 možných.

Za povšimnutí stojí poslední úlohy, které se objevily v ilustračním i řádném termínu na jaře 2015. Podobně zadaná úloha se totiž až na jednu výjimku v žádném dalším testu neobjevila. V případě ilustračního testu bylo úkolem řešitele ohraničit a vyšrafovat část útvaru podle podmínek ze zadání a při řádném termínu bylo úkolem vyznačit cestu ve čtvercové síti, která respektovala zadaná kritéria. S úlohou, ve které by řešitel zaznamenával svoje grafické řešení, později již CZVV ve svých testech mimo konstrukční úlohy nepracovalo až do ilustračního testu v roce 2020 (viz oddíl 1.4).

Další ze závěrů, který CZVV zveřejnilo jako doporučení před ostrým zavedením jednotné přijímací zkoušky po prvním pilotním testování na jaře 2015, byl návrh dalšího roku pilotního ověřování, do kterého již měla být zahrnuta navrhovaná doporučení (Zíka, 2015, s. 8).

1.1.2 Pilotní ročník 2016

Ve druhém roce, kdy CZVV připravovalo pokusnou přijímací zkoušku z matematiky a českého jazyka a literatury, byla opět účast škol dobrovolná a jednalo se o poslední ročník před plošným zavedením jednotné přijímací zkoušky na všech osmiletých gymnáziích. Časová dotace i počet úloh v tomto roce zůstaly stejné jako v předchozím řádném termínu, a i rozvržení bodového hodnocení za otevřené a uzavřené úlohy se nezměnilo.

Kromě meziročního srovnání, ve kterém se formálně testy výrazně nelišily, je zajímavé zmínit i srovnání mezi ročníky, které testy od CZVV skládají. Zadání poslední úlohy v řádném termínu 2016 bylo totiž totožné se zadáním, které čekalo v testovém sešitu uchazeče o šestiletá gymnázia. V kladených otázkách se ovšem zadání již neshoduje plně a žáci 7. ročníku v řešení pracovali s vyššími čísly. Podobný jev, kdy se stejné zadání s upravenými otázkami uplatní i u o dva roky starších žáků, se objevil i v dalších testech, například v 1. řádném termínu v roce 2017.

Jelikož se jednalo o poslední pokusné ověřování před ostrým zavedením jednotných přijímacích zkoušek, týkají se doporučení uvedená v Souhrnné zprávě spíše organizace samotné zkoušky. Je vyjádřena mimo jiné obava, že nebyl otestován systém, ve kterém každý řešitel skládá zkoušku dvakrát, což přináší vyšší náročnost přípravy přijímacích zkoušek. Na druhou stranu se ale potvrdilo, že jistá podoba s rozsahem a zadáváním státní části maturitních zkoušek stejnou organizací je velmi nápomocná. Souhrnná zpráva dále doporučuje, aby jednotné přijímací zkoušky měly alespoň poloviční váhu při stanovení kritéria o přijetí uchazeče na dané osmileté gymnázium (Zíka, 2016, s. 7).

1.1.3 Jednotná přijímací zkouška od roku 2017

Na jaře 2017 se konala první jednotná přijímací zkouška povinná pro všechny uchazeče o studium na osmiletých gymnáziích s výjimkou těch škol, na které se skládají talentové zkoušky (kromě gymnázií se sportovní přípravou) (Zíka, 2017, s. 4). Od tohoto roku mohou uchazeči skládat jednotnou přijímací zkoušku ve dvou řádných termínech, pokud si podali dvě přihlášky, jak popisuje § 60a odst. 4 zákona č. 561/2004 Sb. školský zákon (Zákon č. 561/2004 Sb.). V roce 2017 se tak jednalo o první ročník, ve kterém se jednotné přijímací zkoušky konaly ve více dnech, protože při pokusném ověřování se tato forma netestovala (Zíka, 2017, s. 7). Platí navíc, že z obou termínů přijímacích zkoušek, kterých se žák účastní, ředitel osmiletého gymnázia bere při stanovení rozhodnutí o přijetí v potaz pouze lepší z výsledků, kterého řešitel dosáhl. I podle SUMA JČMF (2014) může tento způsob vyhodnocení přispět k méně stresujícímu průběhu zkoušky.

Ze závěrečných zpráv vydaných CZVV na konci let 2017, 2018 a 2019 vyplývá, že rozložení úloh v testu získalo jednotnou strukturu (viz rozdělení typů úloh v oddíle 1.2.1) a například otevřené úlohy získaly větší zastoupení než v pilotních ročnících a tvoří dvě třetiny z maximálního bodového zisku (Zíka, 2017; CZVV, 2018; CZVV, 2019).

Příslušný školský zákon dále vymezuje, že jednotná přijímací zkouška musí tvořit alespoň 60 % kritéria, podle kterého ředitel školy rozhodne o přijetí uchazeče (Zákon č. 561/2004 Sb.). Zbývající dvě pětiny je potom možné využít na hodnocení školní přijímací zkoušky, kterou stanovuje a připravuje škola samotná. Obvykle se tak jedná o další ověření znalostí, kterými by žák podle daného gymnázia měl disponovat (například znalost cizího jazyka).

Kromě dvou řádných termínů se jednotné přijímací zkoušky zadávají ještě ve dvou náhradních termínech pro uchazeče, kteří se nemohli zúčastnit v prvních dvou stanovených datech. Příslušné testové sešity zpravidla nejsou volně zveřejněny na webových stránkách CZVV. Důvodem může být jejich možné využití v dalším roce jako ilustračního testu, jak již bylo zmíněno v oddíle 1.1.

1.2 Forma testu

Testový sešit, který obsahuje zadání všech úloh didaktického testu, lze rozdělit do tří částí.

V první části jsou uvedeny základní organizační údaje, které specifikují počet úloh, maximální bodový zisk a pomůcky povolené k použití při řešení testu. Až do roku 2017 byl v samotném didaktickém testu uváděn i časový limit určený pro řešení testu, ten se ale později přesunul přímo na záznamový arch. Důvodem může být odlišná časová dotace pro žáky se speciálními vzdělávacími potřebami. Kromě toho je na titulní straně blíže specifikovaný způsob, jakým mají být výsledky v záznamovém archu zapsané a opravené v případě, že řešitel změní svou předchozí volbu.

Povolenými pomůckami k řešení testu jsou psací a rýsovací pomůcky, naopak například kalkulačka nebo tabulka vzorců pro výpočet obvodu či obsahu geometrických útvarů se při řešení testu používat nesmí. Pomůcky k řešení konstrukční úlohy nejsou v samotném didaktickém testu blíže určeny, v dokumentu Specifikace požadavků od CZVV je ovšem řečeno, že řešitel „dodržuje zásady rýsování, používá pravítko s měřítkem, trojúhelník s ryskou a kružítko“, a dá se tak předpokládat, že právě tyto pomůcky by si žák 5. ročníku měl k přijímacím zkouškám připravit (CZVV, 2017, s. 5).

Druhou část testu tvoří otevřené úlohy (viz oddíl 1.2.1). Nejčastěji se jedná o úlohy v první polovině testu a o poslední úlohu. Úkolem žáka je vyřešit zadané úlohy a podle pokynů v didaktickém testu zapsat výsledek svého řešení do záznamového archu. Jedná se buď o úlohy úzce otevřené, ve kterých je úkolem řešitele zaznamenat pouze výsledek, nebo široce otevřené, které kromě samotného výsledku vyžadují i zápis celého výpočtu. Takové úlohy se ale v posledních letech v testech spíše neobjevují, a široce otevřená tak zůstává zpravidla jen konstrukční úloha.

U konstrukční úlohy, která je obvykle zadávaná jako sedmá v pořadí, má navíc řešitel celou svoji konstrukci včetně popisků obtáhnout propisovací tužkou. V záznamovém archu je pevně zadaná poloha některých geometrických objektů a řešitel k nim rýsuje svoje řešení určené jednotlivými podúlohami. Díky jednotně stanovené výchozí pozici je zaručeno, že všechna správná řešení budou u řešitelů vypadat identicky. Za návodný může být považován také rámeček, kterým je vymezen prostor v záznamovém archu, do kterého má být umístěna výsledná konstrukce. Jestliže se tedy konstrukce dostává mimo tuto plochu, žák se zřejmě dopustil chyby.

V úlohách, ve kterých se pracuje s jednotkami hmotnosti, délky nebo času, bývá již otázka položena tak, aby v záznamovém archu stačilo uvést výslednou hodnotu bez příslušné jednotky. Je tedy pravděpodobné, že za absenci jednotky v záznamovém archu řešitel neztrácí žádné body.

Za třetí část testu lze označit soubor uzavřených úloh (viz rozdělení v oddíle 1.2.1). Podle jejich typu žák vybírá či přiřazuje ze zadaných možností dle vlastního výpočtu či úvahy. V testech zadávaných v rámci projektu Trends in International Mathematics and Science Study (dále TIMSS) se řešitelé také setkávají s otevřenými i uzavřenými úlohami. Ze závěrů TIMSS plyne, že první zmíněné považují žáci za náročnější a mají tendenci tyto úlohy přeskakovat kvůli nezbytné formulaci závěru výpočtu a nutnosti vlastního zapsání výsledku (Česká školní inspekce, 2019, s. 160). Jak bylo ovšem zmíněno v oddíle 1.1.3, právě za otevřené úlohy lze v jednotné přijímací zkoušce získat až 33 bodů z celkových 50 možných bodů, a jejich řešení je tak nedílnou součástí celého testu.

1.2.1 Typy úloh

V předchozím textu již bylo zmíněno, že se řešitel v testovém sešitu setkává s úlohami různého typu. Zjednodušeně je lze rozdělit na otevřené a uzavřené typy úloh, ovšem i mezi nimi je možné pozorovat další rozdíly a podskupiny.

Za otevřené úlohy označujeme ty úlohy, ve kterých nejsou nabídnuté možnosti k výběru či přiřazení a po řešiteli se vyžaduje záznam vlastního výpočtu či výsledku. U úzce otevřených úloh stačí do záznamového archu zapsat pouze konečný výsledek, který by měl obsahovat i patřičnou jednotku, pokud není již zadání vystavěno tak, aby uvedení jednotky nebylo nutné (viz obr. 1).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Aleniny, Bořkovy i Cyrilovy čerstvě nakrájené houby snížily svou hmotnost během první noci o třetinu a po týdnu už měly jen desetinu hmotnosti čerstvě nakrájených hub.

Aleniny čerstvě nakrájené houby měly hmotnost 1 650 gramů. Bořkovy nakrájené houby ztratily na váze během první noci 720 gramů a Cyrilovy houby měly po týdnu hmotnost 210 gramů.

(CZVV)

max. 5 bodů

4 **Vypočtěte**, kolik gramů vážily **po první noci**

4.1 Aleniny houby;

4.2 Bořkovy houby;

4.3 Cyrilovy houby.

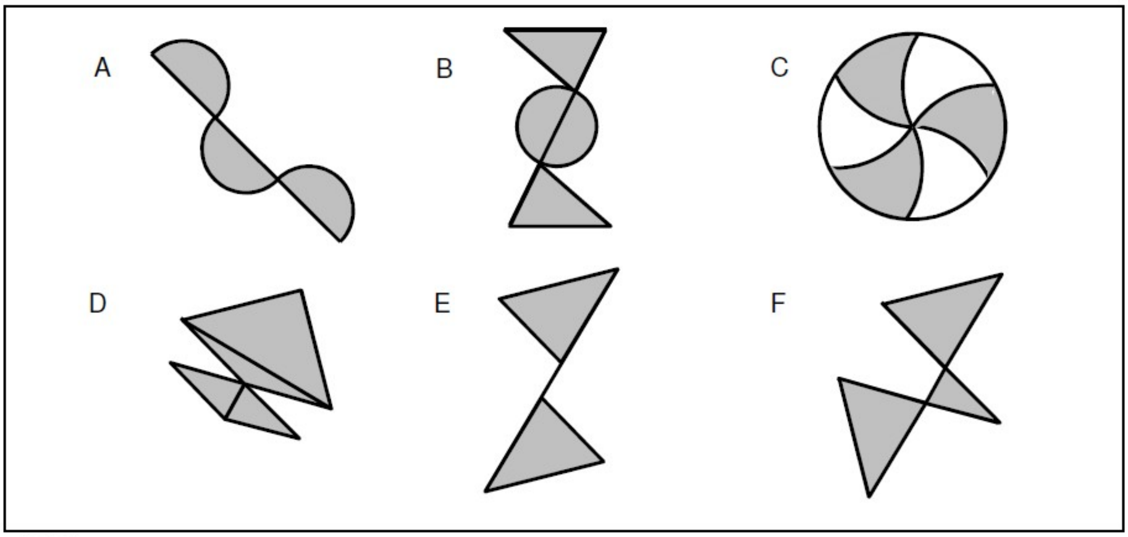
Obrázek 1: Úloha 4 v 1. řádném testu 2018 (Test CZVV, 2018, s. 3)

U široce otevřených úloh žáci naopak uvádějí do záznamového archu celý postup svého výpočtu (CZVV, 2017, s. 6). Typickým příkladem je proto konstrukční úloha, ve které řešitel rýsuje každý krok svého řešení. Podle Byčkovského (2007) jsou otevřené úlohy takové, které vyžadují od žáka vlastní interpretaci odpovědi. Jako úzce otevřené úlohy pak označuje ty se stručnou odpovědí, v jednotných přijímacích testech tedy nejčastěji výsledek výpočtu.

Uzavřené úlohy mohou řešiteli nabídnout možnost volby z připravené škály odpovědí několika různými způsoby. Setkáváme se tak například s dichotomickými, přiřazovacími a tzv. multiple-choice úlohami (CZVV, 2017).

U dichotomických úloh se typicky objevují tvrzení, u kterých je nutné volbou „pravdivé“, či „nepravdivé“ potvrdit, nebo vyvrátit jejich pravdivost. V tomto případě by řešitel měl věnovat zvýšenou pozornost slovům, která tvrzení modifikují a mohou změnit jejich pravdivostní hodnotu, jakými jsou např. přesně, právě apod. (viz podúloha 9.3 na obr. 2). Dalším typem uzavřené úlohy je přiřazení vybrané odpovědi z nabídky k souboru několika otázek nebo výběr vhodné odpovědi k jedné otázce. U všech uzavřených úloh platí, že pro každou úlohu existuje právě jedno správné řešení. S takovým pokynem se řešitel setkává hned na úvodní straně testu, a jestliže ho výpočet či úvaha vede k více správným výsledkům, pravděpodobně se dopustil chyby.

VÝCHOZÍ OBRÁZEK K ÚLOZE 9



(CZVV)

max. 4 body

9 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (9.1–9.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
9.1	Všechny tři obrazce A, B, C jsou osově souměrné.	☐	☐
9.2	Oba dva obrazce A, D jsou osově souměrné.	☐	☐
9.3	Přesně tři ze šesti obrazců A–F jsou osově souměrné.	☐	☐

Obrázek 2: Úloha 9 v ilustračním testu 2017 (Test CZVV, 2017, s. 6)

1.2.2 Vyplňování testu

V úvodu oddílu 1.1 bylo zmíněno, že by uchazeči o studium na osmiletém gymnáziu měli disponovat dostatečnými znalostmi ze své výuky na prvním stupni. Nabyté vědomosti ale nemusí nutně korespondovat se schopností správně vyplnit záznamový arch, a i tomu by se žáci měli ve své přípravě na přijímací zkoušku věnovat. Učitelé matematiky v testu běžně zadávaném na základní škole raději vidí postup řešení než jen samotný výsledek či výběr z nabídnutých možností. Nespornou výhodou je, že díky zaznamenanému postupu lze snadněji vyvodit, jaká látka dělá žákům problémy a čemu se ve výuce více věnovat. To ovšem není cílem přijímacích zkoušek, pro které je důležitější snazší možnost objektivního skórování jednotlivých úloh (Kalous a kol., 2002, s. 22).

Pro správné vyplnění záznamového archu je klíčový čitelný zápis a respektování pokynů uvedených na úvodní straně testu, podle nichž lze i opravit výsledek většiny otevřených úloh či změnit výběr u úloh uzavřených. Jediné úskalí s případnou opravou nastává u konstrukční úlohy, u které je třeba výsledek obtáhnout propiskou, a tudíž po narýsování do záznamového archu již nelze konstrukci měnit. I tento fakt potvrzuje, že by si uchazeči měli zkusit alespoň některé ze zadání z minulých let, aby je forma testu u přijímacích zkoušek nepřekvapila a zbytečně neztratili body za nepřesný záznam do archu. Zadání didaktických testů z minulých let jsou volně dostupná na webových stránkách CZVV. Kromě toho by měli být žáci vedeni k tomu, aby si na zápis do záznamového archu vyhradili dostatečně dlouhý čas, protože pouze data uvedená v záznamovém archu jsou později hodnocena. Podobně by jim mělo být zdůrazněno, že vzhledem k tomu, že za špatnou odpověď není řešitel penalizován ztrátou bodů, měli by vyvinout maximální snahu, aby v záznamovém archu nezůstalo žádné prázdné pole.

1.3 Obsah testu

V předchozím textu bylo popsáno formální rozložení testu, které se během uplynulých pěti let výrazně nezměnilo. Z hlediska obsahu testu podléhají jeho úlohy RVP pro ZV, který vymezuje čtyři tematické celky, do kterých je možné úlohy podle jejich zaměření zařadit. Jedná se o:

- čísla a početní operace,
- závislosti, vztahy a práce s daty,
- geometrie v rovině a v prostoru,
- nestandardní aplikační úlohy a problémy (RVP pro ZV, 2017, s. 31).

Podobné rozdělení tematických celků využívá například i TIMSS, které od roku 1995 pořádá testování žáků 4. ročníků základních škol vždy se čtyřletými odstupy (Česká školní inspekce, 2017, s. 3). TIMSS ve svém rozdělení nezmiňuje čtvrtou kategorii z RVP pro ZV, zatímco tři předchozí se víceméně překrývají s kategoriemi TIMSS:

- čísla,
- geometrické tvary a měření,
- znázornění dat (Česká školní inspekce, 2017, s. 8).

V širším popisu své koncepce ale TIMSS dále zmiňuje: „Matematické uvažování vyžaduje logické, systematické myšlení. Zahrnuje však také intuitivní a induktivní uvažování vycházející z modelů a pravidelností, které lze využít při řešení tříd problémů v nových nebo v neznámých situacích." (Česká školní inspekce, 2017, s. 16) Právě nestandardní aplikační úlohy a problémy zmíněné v RVP pro ZV by bylo možné tímto pojetím charakterizovat. V testech zveřejněných CZVV v minulých letech se například několikrát objevila řada obrazců, které se v každém dalším kroku pravidelně zvětšovaly. Zřejmě se jedná o typ úloh, který primárně netestuje matematické znalosti jako takové, ale spíš odhalení pravidelnosti, která je za jednotlivými obrazci skrytá. RVP pro ZV ostatně čtvrtou zmíněnou kategorii dále vymezuje jako propojující prvek, který by se měl prolínat všemi tematickými okruhy (2017, s. 31).

Pro účely popisu konkrétních úloh v přijímacích testech z matematiky od CZVV bylo zvoleno rozdělení dle RVP pro ZV, který vymezuje obsah a náročnost úloh v testovém sešitu pro uchazeče o studium na osmiletých gymnáziích. Je ovšem důležité poznamenat, že ne všechny úlohy je možné striktně zařadit pouze do jediné z kategorií a v řadě případů na sebe obsahy jednotlivých oblastí přirozeně navazují a prolínají se v rámci jednotlivých úloh.

1.3.1 Číslo a početní operace

Podle popisu v předchozím oddíle sestává druhá část testového sešitu z otevřených úloh, mezi nimiž se typicky hned mezi prvními objevují úlohy, které testují znalosti tematické oblasti Číslo a početní operace. Správná numerace je pouze jedním z aspektů, ve kterém musí žák při řešení přijímacího testu prokázat své dovednosti. Napříč zadanými testy od

CZVV se setkáváme s úlohami, které ověřují uplatnění předností početních operací (viz obr. 3), správné využití závorek (kulatých i hranatých) (viz obr. 4), zaokrouhlování, využívání operátorů < a >, čtení a znázorňování na číselné ose, hledání neznámého čísla atd.

max. 4 body

1 Vypočtěte:

1.1

$(112 - 112 : 7) : 6 =$

Obrázek 3: Úloha 1.1 v 1. řádném testu 2017 (Test CZVV, 2017, s. 2)

max. 4 body

1 Vypočtěte:

1.1

$16 \cdot (100 + 20 + 3) - (3 + 20 + 100) \cdot 10 + 6 \cdot (3 + 20 + 100) - (100 + 20 + 3) \cdot 0 =$

1.2

$8\,000 : [400 : (200 : 8)] =$

Obrázek 4: Úloha 1 v 2. řádném testu 2018 (Test CZVV, 2018, s. 2, mírně graficky upraveno)

U některých úloh je zřejmé, že existuje více způsobů výpočtu, přičemž některý z nich bývá výrazně úspornější a žák si metodu řešení úohy může libovolně vybrat. Díky takovým úlohám může zkušenější řešitel získat časovou výhodu, kterou využije u náročnějších úloh. Obvykle se jedná o využití vlastností početních operací, konkrétně komutativnosti sčítání a násobení a strategické porozumění zadání, ve kterém se objevuje například 0 mezi činiteli při násobení.

max. 4 body

1 Vypočtěte:

1.1

$200 \cdot 4 \cdot 60 + 60 - 60 \cdot 2 \cdot 400 =$

Obrázek 5: Úloha 1.1 v 2. řádném testu 2017 (Test CZVV, 2017, s. 2)

Z úlohy uvedené na obrázku 5 vyplývá, že řešitel, který si všimne analogie mezi prvním a třetím členem, ušetří čas strávený násobením a výsledek je uveden hned v zadání úlohy. I v úloze 1.1 na obrázku 4 bylo možné postupovat rychleji, pokud si žák kromě přednosti výpočtu v závorkách uvědomí komutativnost sčítání (v tomto případě se jednalo o členy v závorkách). Následně řeší úlohu:

$$16 \cdot 123 - 123 \cdot 10 + 6 \cdot 123 - 123 \cdot 0$$

V dalším kroku bylo možné pokračovat násobením jednotlivých dvojic členů, opět ale výpočet mohl vést efektivnější cestou s využitím komutativnosti násobení a dále chápáním čísla 123 jako jednoho objektu. Ve vyšších ročnících by bylo možné ho zastoupit například neznámou proměnnou x a mezivýpočet by pak vypadal takto:

$$16 \cdot x - x \cdot 10 + 6 \cdot x - x \cdot 0$$

Takovou abstrakci však v řešení žáků 5. ročníku nelze očekávat, protože práce s proměnnými spadá až mezi učivo 2. stupně (RVP pro ZV, 2017, s. 35). V případě uchazečů o osmileté gymnázium by tedy bylo možné proměnnou nahradit nějakým známým objektem a jeho počet pak získat výpočtem:

$$16 - 10 + 6 - 0$$

V závěrečném kroku se objevuje násobení ($12 \cdot 123$). Zatímco ti, kteří postupovali všemi kroky bez efektivních zkratek v počítání, násobili již po prvotní úpravě závorek, pro řešitele uvědoměle využívající těchto nástrojů se jedná o první násobení a počítání s vyššími hodnotami. Tato vybraná úloha se objevila jako první v testovém sešitu zadaném při druhém řádném termínu na jaře 2018 a je zřejmé, že bez použití zmíněných metod urychlení výpočtu řešitel úlohou stráví výrazně delší čas. Navíc je součin dvou a trojciferného čísla náchylnější k chybě.

Využívání závorek ve výpočtech se v testech od CZVV objevuje v průběhu let pravidelně a testováno je v obou směrech. Nestačí tedy jen chápat, jak závorky ovlivní přednost operací, ale řešitel by je měl být schopen sám aktivně využít ve výpočtu tak, aby zápis rovnosti platil (viz úloha na obr. 6).

Pro podobné úlohy zřejmě neexistuje univerzální postup, jakým bezpečně odhalit správné řešení, a řešitel se minimálně na začátku výpočtu musí spolehnout na svůj odhad, který dále ověří. Pro řešitele 5. ročníku ale může být návodné, že se výpočty odehrávají pouze v oboru nezáporných celých čísel. Například desetinná čísla je třeba umět číst a znázornit, žák s nimi ale v úlohách zatím přímo nepočítá (CZVV, 2017, s. 4).

max. 4 body

3 V zápisu výpočtu doplňte jednu dvojici závorek ( ) tak, aby platila rovnost:

3.1 $25 + 10 : 5 - 4 = 35$

3.2 $56 : 8 - 1 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = 0$

Obrázek 6: Úloha 3 v ilustračním testu 2017 (Test CZVV, 2017, s. 2, mírně graficky upraveno)

Kromě úloh, jejichž ilustrace byly uvedeny výše, se do tématu Číslo a početní operace řadí i úlohy, ve kterých je cílem řešitele najít a doplnit neznámé číslo, aby platila rovnost či nerovnost. Ve vyšších ročnících by obdobná úloha mohla být zadána s proměnnou a řešena jako rovnice pomocí ekvivalentních úprav. Řešitel z 5. ročníku si ale v úloze na obrázku 7 musí vystačit s otázkami typu „Jaké číslo musím odečíst od 140, aby mi zbylo 45?“.

2 body

2 Doplňte číslo do rámečku tak, aby platila rovnost:

$140 - 5 \cdot \boxed{} = 45$

Obrázek 7: Úloha 2 v ilustračním testu 2015 (Test CZVV, 2015, s. 2)

S úkolem hledat neznámé číslo se ostatně řešitel může setkat i v zadáních, ve kterých je číslo popsané slovy a řešitel má prokázat své porozumění zápisu víceciferného čísla jako souboru jednotek, desítek, stovek atd. Při práci s čísly dále žáci prokazují své dovednosti týkající se zaokrouhlování čísel (viz obr. 8).

max. 2 body

2 V čísle 3* *58 chybí dvě číslice, a to na místě tisíců a stovek. Po zaokrouhlení čísla na stovky dostaneme číslo 34 000.

2.1 Určete číslo před zaokrouhlením.

2.2 Číslo 34 000 zaokrouhlete na desetitisíce.

Obrázek 8: Úloha 2 v ilustračním testu 2018 (Test CZVV, 2018, s. 2)

V úloze na obrázku 8 žák zaokrouhluje v obou podúlohách. V první části je třeba zvážit, na jakou pozici je vázáno zaokrouhlování na stovky. Obecně platí, že číslo zaokrouhlené na stovky je vždy beze zbytku dělitelné stem. V tomto případě je tedy nosná číslice na pozici desítek, po zaokrouhlení vychází ale číslo, které je dělitelné beze zbytku dokonce tisícem.

Právě tato indicie by měla řešitele vést k odhalení číslice 9 na pozici stovek a číslice 3 na pozici tisíců. Druhá část je v této úloze zadaná nezávisle na první podúloze. Znamená to tedy, že řešitel mohl uspět v obou částech nezávisle na sobě.

Předposledním vybraným typem úloh, který spadá do kategorie Číslo a početní operace, jsou písemné algoritmy početních operací, jak je zmiňuje RVP pro ZV (2017, s. 32). U těchto úloh se setkáváme se zadáními, ve kterých jsou vynechané některé číslice. Existuje pouze jediné správné řešení, jak neúplný zápis doplnit tak, aby platil (viz úlohu 4.1 v obrázku 9). Kromě toho se v některých ročnících objevila i úloha, ve které měl řešitel nejprve určit správný výsledek výpočtu podle podmínek v zadání a na základě toho doplnit chybějící číslice.

max. 4 body

4 Nahraďte každou hvězdičku (∗) číslicí tak, aby byl zápis pravdivý.

4.1

$$\begin{array}{r} 7\,*\,5\,* \\ -\,2\;3\,4\,5 \\ \hline *\;\,2\,*\,9 \end{array}$$

4.2 Rozdíl dvou čtyřciferných čísel má být <u>největší</u> možné číslo.

$$\begin{array}{r} 7\,*\,5\,* \\ -\,*\;2\,*\,9 \\ \hline *\;\,*\,*\,* \end{array}$$

Obrázek 9: Úloha 4 v ilustračním testu 2017 (Test CZVV, 2017, s. 2)

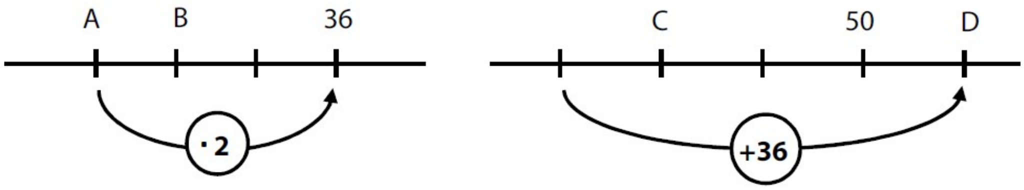
V úloze 4.2 na obrázku 9 je důležité, aby řešitel správně dekódoval podmínku ze zadání. Nejenže má být výsledné číslo co největší, ale zároveň se musí jednat o rozdíl dvou čtyřciferných čísel. Z tohoto důvodu ve druhém řádku nebude na pozici tisíců číslice 0, protože menšitel by pak představoval pouze trojciferné číslo.

Při řešení přijímacího testu žáci nesmějí používat kalkulačku, kterou by například i u těchto výpočtů mohli ověřit správnost svého řešení. Namísto náhodného zkoušení číslic a následného dořešení úlohy mají výhodu ti, kteří znají dobře algoritmus výpočtu a rozumějí jeho jednotlivým složkám. Ve druhé zmíněné úloze si tedy například mohou dopomoci takto: „Chci-li největší možný rozdíl, musím od největšího možného čísla odečíst co nejmenší.“

Posledním typem úloh, který se v testech od CZVV pravidelně objevuje, jsou úlohy s použitím číselné osy, přičemž podle RVP pro ZV by žák měl být schopen číst údaje i z podobných schémat jako například z teploměru (2017, s. 33). V úloze uvedené na obrázku 10 lze hodnotu písmene A určit rovnou, protože se jedná o polovinu čísla 36. U druhé číselné osy je ovšem potřeba, aby řešitel dobře rozuměl tomu, že jednotlivé díly představují stejnou hodnotu. Čtyři díly představují hodnotu 36, a proto má jeden díl hodnotu 9. Díky pevně stanovené pozici čísla 50 na číselné ose je pak možné dopočítat neznámá čísla C a D.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Na první číselné ose jsou vyznačeny tři stejně velké díly, na druhé ose čtyři.
A, B, C, D představují čtyři neznámá čísla.



(CZVV)

max. 5 bodů

6

6.1 Určete neznámá čísla A a B.

6.2 Určete neznámá čísla C a D.

Obrázek 10: Úloha 6 v 1. řádném testu 2017 (Test CZVV, 2017, s. 4, mírně graficky upraveno)

1.3.2 Závislosti, vztahy a práce s daty

Podle RVP pro ZV se u žáků 5. ročníku očekává schopnost pracovat s daty a určovat vztahy, které mohou být popsané v textu nebo schematicky v tabulce či grafu, a dále správně převádět jednotky (2017, s. 34). S takovými úlohami se řešitel v testových sešitech od CZVV setkává ve formě otevřených i uzavřených úloh, a to nejčastěji ve slovních úlohách. Pro potřeby bakalářské práce byly vybrány čtyři metody řešení, které se v různých formách zadání objevují v testech nejčastěji, a lze je tak považovat za nezbytné znalosti, kterými by měl uchazeč o studium na osmiletém gymnáziu disponovat. Konkrétně jde o řešení slovních úloh popisujících růst nebo pokles různých veličin, převody jednotek, počítání se zlomky a dělení celku na různě velké části.

Žák by měl být schopen vyhledat v zadání informace důležité pro řešení kladené úlohy a následně odhalit závislosti mezi jednotlivými objekty. Jde například o nákupy a manipulaci s penězi, zvyšující se počet výrobků za delší čas jejich produkce apod. Klíčové je porozumění faktu, že se zvětšující se první veličinou roste ve stejném poměru i veličina druhá.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

V prvním a druhém skladu je dohromady 60 rolí záclon. Na každé roli je 25 metrů záclon. Záclony se prodávají za jednotnou cenu.
V prvním skladu je na všech rolích dohromady navinuto půl kilometru záclon a vyprodají se celkem za 80 000 korun.

(CZVV)

max. 4 body

6

6.1 Vypočtěte, kolik rolí záclon je ve druhém skladu.

6.2 Vypočtěte, za kolik korun se vyprodají všechny role záclon z druhého skladu.

Obrázek 11: Úloha 6 v ilustračním testu 2017 (Test CZVV, 2017, s. 3, mírně graficky upraveno)

V úloze uvedené na obrázku 11 musí řešitel správně převést jednotky délky, protože zadání kombinuje metry a kilometry, a zjistí, že v prvním skladu je uskladněno 500 m záclon. Se znalostí délky záclony navinuté na jedné roli žák dále odhalí, že v prvním skladu bylo umístěno 20 rolí (viz tabulka 1). Na jednu roli se vejde 25 m záclon a 20krát víc záclon bude navinuto na 20krát větší množství rolí. Ve druhém skladu tedy musí být umístěno 40 rolí, což je dvojnásobné množství oproti prvnímu skladu. Díky této úvaze lze zodpovědět i otázku 6.2, protože dvojnásobné množství bude prodané za dvakrát vyšší cenu.

	počet rolí	návin na rolích (1 role ... 25 m)	prodejní cena
1. sklad	500 m : 25 m = 20	**0,5 km** = 500 m	**80 000 Kč**
2. sklad	60 − 20 = 40		2 · 80 000 Kč = 160 000 Kč
celkem	**60**		

Tabulka 1: Výpočet úlohy z obrázku 11

Výpočet by bylo možné vést i přes stanovení ceny jedné role, vzhledem ke kladeným otázkám se ale uvedený způsob zdá efektivnější. Kromě této závislosti se v testech ojediněle objevuje i situace popsatelná pomocí nepřímé úměrnosti (viz obr. 12), ačkoliv je takto konkrétně pojmenovaná až v okruzích pro uchazeče o studium na šestiletých oborech vzdělávání (CZVV, 2017, s. 13). To je přirozené, protože podle RVP pro ZV je přímá a nepřímá úměrnost zařazena až na 2. stupeň.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Ve škole se musí denně uklidit 12 tříd. Pan školník zvládne uklidit první polovinu všech tříd za 1 hodinu a 45 minut.

Někdy mu s úklidem pomáhají ještě dva pomocníci. Úklid kterékoli třídy trvá školníkovi i každému pomocníkovi stejně dlouhou dobu.

(CZVV)

max. 4 body

5

5.1 Vypočtěte, jak dlouho trvá celý úklid, jestliže i druhou polovinu tříd uklízí pan školník sám.

5.2 Vypočtěte, jak dlouho trvá celý úklid, jestliže druhou polovinu tříd uklízí pan školník společně s oběma pomocníky.

Obrázek 12: Úloha 5 v řádném testu 2015 (Test CZVV, 2015, s. 3)

Převody jednotek se v testech objevují buď zahrnuté v zadání slovních úloh, nebo jako samostatné úlohy. V těch pak bývají uvedené různé výroky zahrnující jednotky míry a úkolem řešitele je zpravidla rozhodnout o jejich pravdivosti (viz obr. 13), nebo má doplnit hodnoty tak, aby vznikly platné rovnosti (viz obr. 14).

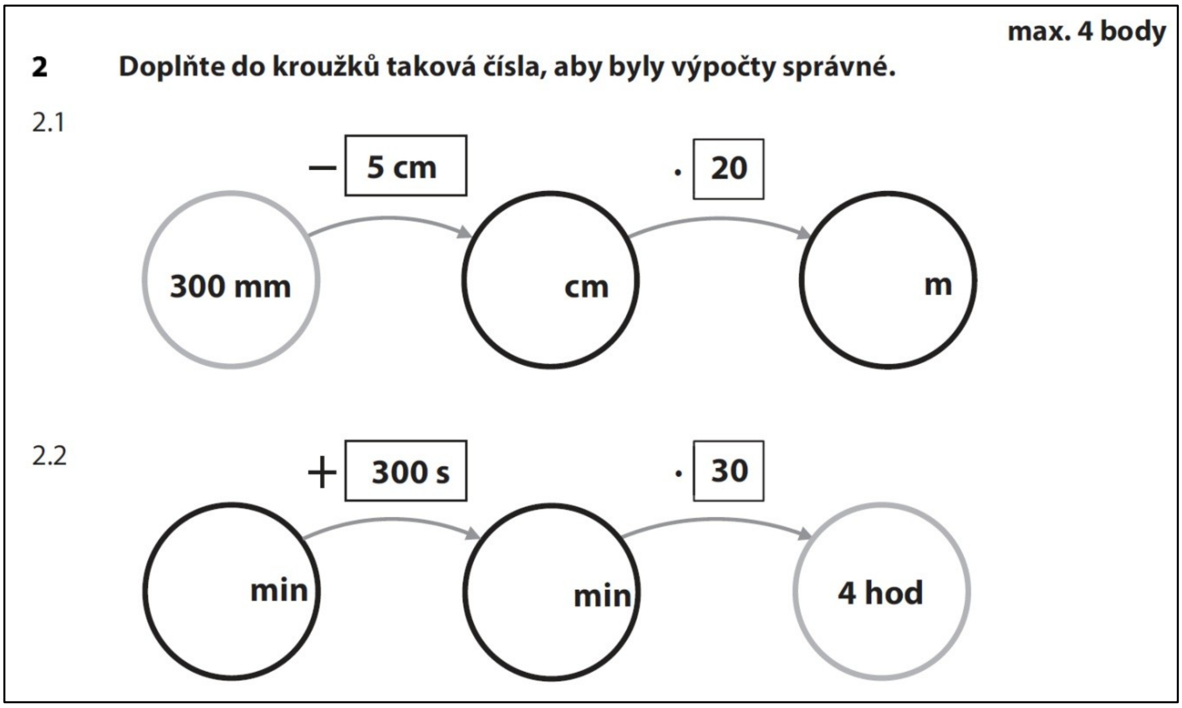
max. 3 body

10 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (10.1–10.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
10.1	2 m + 13 cm = 213 cm	☐	☐
10.2	Délky 25 cm a 75 cm se liší o 1 m.	☐	☐
10.3	Délka 2 km je 4krát větší než délka 500 m.	☐	☐

Obrázek 13: Úloha 10 v ilustračním testu 2015 (Test CZVV, 2015, s. 5)

V úloze na obrázku 13 se jedná o dichotomickou úlohu, v níž je klíčová znalost vztahů mezi hlavní jednotkou a vedlejšími jednotkami délky. Podobně se v jednotných přijímacích zkouškách objevují i jednotky hmotnosti a času. V úloze na obrázku 14 je zadání zaznamenáno v diagramu. Schopnost porozumět takovému grafickému znázornění patří podle RVP pro ZV k požadovaným výstupům v 5. ročníku (2017, s. 34).



Obrázek 14: Úloha 2 v ilustračním testu 2019 (CZVV, 2019, s. 2)

Diagramy ve formě sloupcových či koláčových grafů se kromě druhého řádného termínu v roce 2018 objevily ve všech zadávaných testech. Typická jsou zadání, ve kterých chybí některá z informací pro přesné čtení všech údajů z grafu samotného. Doprovodný text ovšem obsahuje popis vztahů, díky kterému lze údaje dopočítat. Na dvou vybraných úlohách lze demonstrovat, jakým způsobem by uchazeč o studium na osmiletém gymnáziu mohl pracovat se zlomky a dělit celek na různě velké části.

Na obrázku 15 je v koláčovém grafu zaznamenáno, jak jsou ve třídě zastoupeni žáci podle počtu sourozenců. Konkrétní počty ale uvedené nejsou a zmiňuje se o nich až doprovodný text pod grafem. Z něj vyplývá, že z celkového počtu třiceti žáků mají dvě třetiny jednoho či více sourozenců, zatímco zbývající třetina žáků sourozence nemá. Úkolem řešitele je tedy rozdělit číslo 30 na dvě části, přičemž počet dětí, které mají sourozence, je dvakrát větší než počet dětí bez sourozenců. Takovému zadání odpovídají čísla 10 a 20 a již tento dílčí výpočet stačí pro zodpovězení otázky 11.

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOHÁM 11–12

V grafu jsou všichni žáci třídy rozděleni podle počtu svých sourozenců do čtyř skupin.

Ve třídě je celkem **30 žáků** a s nimi do třídy nechodí žádný z jejich sourozenců.

Pouze jeden žák má 3 sourozence.

Skupina žáků se 2 sourozenci tvoří šestinu žáků třídy.

Žáků, kteří mají nějakého sourozence (jednoho, dva, nebo tři), je dvakrát více než těch, kteří žádného sourozence nemají.

(CZVV)

2 body

11 Kolik žáků třídy nemá žádného sourozence?

A) 8

B) 10

C) 11

D) 12

E) 15

2 body

12 Kolik sourozenců mají dohromady všichni žáci třídy?

A) 27

B) 28

C) 29

D) 30

E) jiný počet

Obrázek 15: Úlohy 11 a 12 v 2. řádném testu 2019 (Test CZVV, 2019, s. 8)

	počet	celkem sourozenců
žáci s 1 sourozencem	$20 - 5 - 1 = 14$	$14 \cdot 1 = 14$
žáci se 2 sourozenci	$30 : 6 = 5$	$5 \cdot 2 = 10$
žáci se 3 sourozenci	1	$1 \cdot 3 = 3$
	20	$14 + 10 + 3 = 27$

Tabulka 2: Výpočet úlohy z obrázku 15

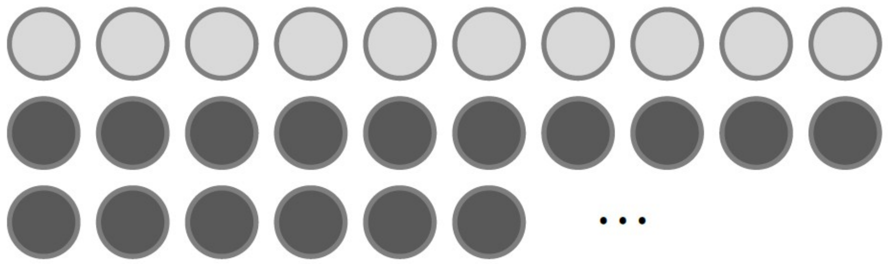
Pro zodpovězení 12. otázky je potřeba přesně stanovit počty žáků dle jednotlivých skupin. Žák se třemi sourozenci je jediný, což zadání přímo zmiňuje. Žáci se dvěma sourozenci tvoří šestinu z celkového počtu a zbylí žáci z dvaceti mají právě jednoho sourozence (viz tabulka 2). Po řešiteli se tedy vyžaduje určení jedné šestiny, další práce se zlomky v této úloze není potřeba.

Kromě koláčového grafu se v testu od CZVV objevují i sloupcové grafy. I u těch zpravidla v diagramu chybí některá z informací, kterou je potřeba dopočítat na základě údajů z doprovodného textu, například měřítko svislé osy či hodnotu některého sloupce, jehož výška není známa.

Při dělení celku na dvě různě velké části ovšem nebývá vždy popsaná jedna část jako násobně větší než druhá, jako tomu bylo v úloze na obrázku 15. Často je v zadání popsaný rozdíl, o kolik se jednotlivé díly liší (viz obr. 16).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 5

Na stole bylo 10 světlých kuliček a o něco více tmavých kuliček.



Ema a Ivo si rozdělili **všech 10 světlých** kuliček tak, že Ema si vzala o 4 kuličky více než Ivo.
Ema si pak vzala ještě několik tmavých kuliček a Ivo si jich vzal dvakrát více než Ema.
Dohromady obě děti odebraly **jen tolik tmavých** kuliček, aby měly celkový počet kuliček stejný.

(CZVV)

max. 4 body

5 Vypočtěte,

5.1 kolik světlých kuliček si vzala Ema;

5.2 kolik tmavých kuliček si vzal Ivo;

5.3 kolik kuliček si celkem vzala Ema.

Obrázek 16: Úloha 5 v 1. řádném testu 2018 (Test CZVV, 2018, s. 4)

V podúloze 5.1 na předchozím obrázku je úkolem řešitele rozdělit číslo 10 na dvě části, které se liší o čtyři. V tomto případě se jedná o tak nízkou hodnotu, že i bez využití obecné metody výpočtu je pravděpodobné, že by žák došel ke správnému výsledku pouze odhadem a jeho ověřením. Ze zadání plyne, že Ema má o čtyři světlé kuličky více. Tyto přebytečné kuličky je možné odečíst a zbylých šest kuliček už mají Ema s Ivem rozdělené rovnoměrně. Takový postup navrhuje i CZVV v Průvodci řešením zveřejněném k tomuto testu (2018, s. 8).

1.3.3 Geometrie v rovině a v prostoru

Úlohy, které se řadí do této kategorie, najdeme mezi otevřenými i uzavřenými úlohami. Typickým zástupcem otevřených úloh jsou konstrukční úlohy, ve kterých je úkolem řešitele zkonstruovat popsané objekty, pojmenovat je podle zadání a svou konstrukci následně obtáhnout propisovací tužkou.

Konstrukční úlohy ověřují znalost základních geometrických objektů a rovinných útvarů, které určuje RVP pro ZV. V jednotném přijímacím testu se tak řešitel může setkat s konstrukcí rovnoběžek, kolmic, trojúhelníků, čtverců, obdélníků a kružnic, přičemž v zadání není přesně určeno, jakým způsobem má být například konstrukce obdélníku provedena (RVP pro ZV, 2017, s. 33). Zatímco někteří žáci volí konstrukci pomocí kolmic vedených ve vrcholech obdélníku, jiní raději využijí vlastností jeho úhlopříček. V obou případech se ale výsledné obrazce přirozeně shodují.

V případě trojúhelníků se v přijímacích testech zadávaných v minulých letech několikrát objevily speciální typy trojúhelníků – rovnostranné, rovnoramenné a pravoúhlé, přičemž ne vždy byla tato charakteristika přímo pojmenována, a řešitel tak tuto vlastnost odvodil až z podmínek ze zadání. V podúloze 7.3 na obrázku 17 tak nebylo explicitně zmíněno, že má být trojúhelník rovnoramenný, z popsaných vlastností to ale jednoznačně vyplývá.

Ačkoliv se v posledních letech v testech objevují konstrukční úlohy, kterým odpovídá více řešení (viz oddíl 1.4), v prvních ročnících bylo jediné řešení vymezeno podmínkou, že některý ze zadaných bodů má ležet uvnitř, či vně hledaného obrazce. Díky tomu pak jednotlivé podúlohy vedly k jedinému správnému řešení.

max. 6 bodů

7

7.1 **Sestrojte** kružnici *k* se středem *S*, která prochází bodem *N*. Další průsečík kružnice *k* a přímky *p* **označte** *K*.

7.2 Body *K*, *N* jsou dva ze čtyř vrcholů obdélníku *KLMN*. Všechny vrcholy tohoto obdélníku leží na kružnici *k*. **Sestrojte** chybějící vrcholy *L*, *M* a obdélník **narýsujte**.

7.3 Body *M*, *N* jsou vrcholy trojúhelníku *MNO*, který má stejně dlouhé strany *MN* a *NO*. Chybějící vrchol *O* leží na polopřímce *SN*. **Sestrojte** bod *O* a trojúhelník **narýsujte**.

Obrázek 17: Část úlohy 7 v 2. řádném testu 2017 (Test CZVV, 2017, s. 5)

V zadání konstrukčních úloh se neobjevují pevně stanovené délky některých objektů nebo jejich částí. Například poloměr kružnice je vždy stanoven vzdáleností dvou již umístěných bodů namísto uvedení konkrétní délky poloměru v jednotkách délky. V ilustračním testu v roce 2020 (viz obr. 18) nevyplývá délka obdélníku v podúloze 7.1 z dané pozice již známých objektů, nýbrž z vlastnosti, že ho lze rozdělit na dva čtverce. Tato informace ze zadání jednoznačně určuje rozměry obdélníku a od řešitele se očekává grafické sečtení dvou úseček. Zadání rozměrů geometrického útvaru tímto způsobem se v testech objevilo vůbec poprvé.

7.1 Bod *A* je vrchol obdélníku *ABCD*.
Uvnitř jedné strany tohoto obdélníku leží bod *M* a uvnitř protější strany bod *N*.
Obdélník *ABCD* je možné rozdělit na dva čtverce.

Sestrojte vrcholy *B*, *C*, *D* obdélníku *ABCD*, **označte** je písmeny a obdélník **narýsujte**.
Najděte všechna řešení.

Obrázek 18: Část úlohy 7.1 v ilustračním testu 2020 (Test CZVV, 2020, s. 6)

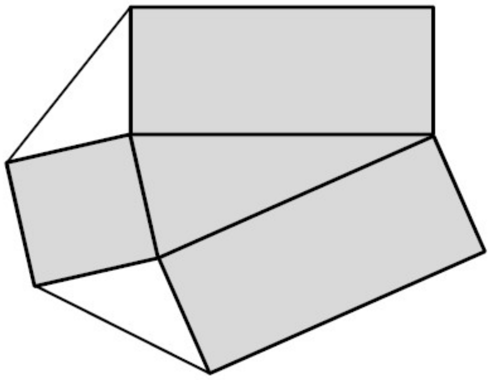
Kromě již zmíněných konstrukčních úloh spadají do této oblasti i zadání týkající se výpočtů obvodu a obsahu některých rovinných útvarů. Ty jsou buď umístěné v mříži, nebo jsou jejich rozměry jednoznačně určené popisem v zadání.

Z popisu zadání úlohy na obrázku 19 plyne, že délka strany čtverce a šířka obdélníku se shodují a že šedý trojúhelník je rovnoramenný. Z tohoto důvodu je šířka obdélníku 4 cm, protože právě o tuto délku se liší obvod samotného obdélníku a obvod šedého trojúhelníku. Délku obdélníku lze pak již určit z jeho zadaného obvodu (12 cm). Zmíněné údaje vystačí k řešení podúlohy 8.2.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Šedý obrazec tvoří 2 shodné obdélníky, čtverec a trojúhelník. Oba bílé trojúhelníky jsou rovnoramenné.

Obvod obdélníku je 32 cm a obvod šedého trojúhelníku je 28 cm.



(CZVV)

max. 4 body

8

8.1 Vypočítejte délku a šířku obdélníku.

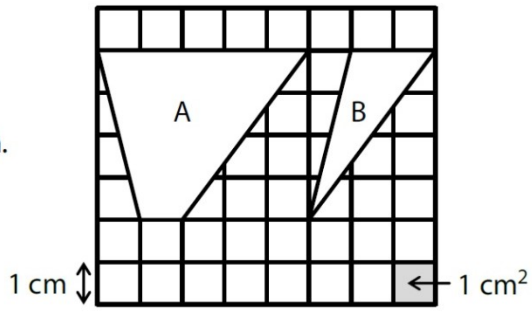
8.2 Vypočítejte obvod **šedého** obrazce.

Obrázek 19: Úloha 8 v ilustračním testu 2017 (Test CZVV, 2017, s. 5, mírně graficky upraveno)

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Čtvercová síť je tvořena čtverečky s délkou strany 1 cm a obsahem 1 cm^2.

Ve čtvercové síti jsou zakresleny bílé obrazce A, B s vrcholy v mřížových bodech.



(CZVV)

max. 4 body

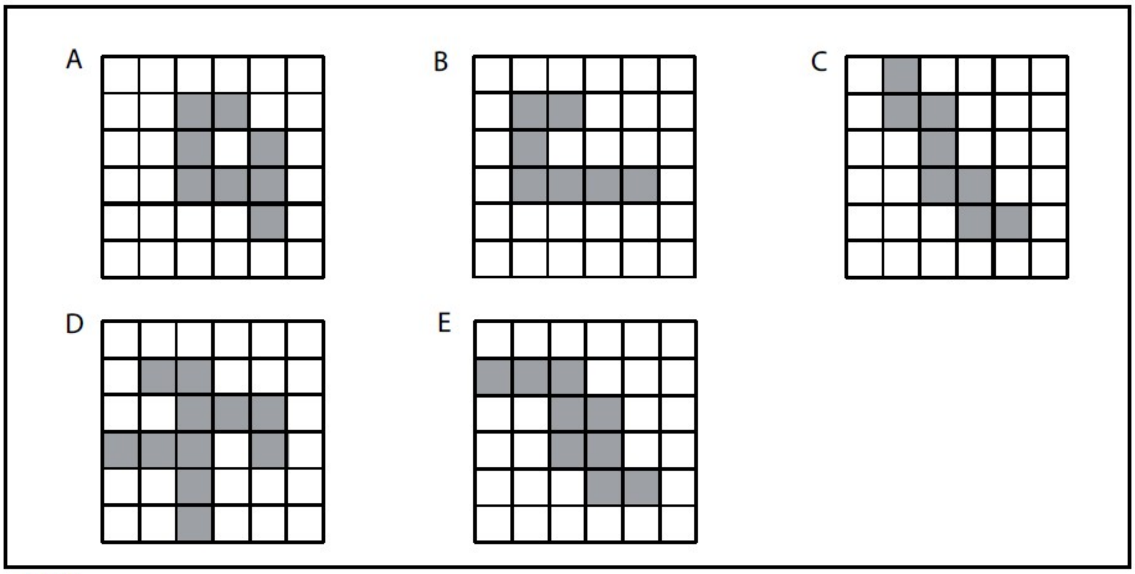
8 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (8.1–8.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
8.1	Obsah obrazce A je 10 cm^2.	☐	☐
8.2	Obsah obrazce B je třikrát menší než obsah obrazce A.	☐	☐
8.3	<u>Obvod</u> obrazce B je o 4 cm menší než obvod obrazce A.	☐	☐

Obrázek 20: Úloha 8 v 1. řádném testu 2018 (Test CZVV, 2018, s. 6)

Při počítání obvodu zadaného útvaru není vždy nutné dopočítávat konkrétní hodnoty. U otázky 8.3 na obrázku 20 není třeba dopočítávat konkrétní délky stran čtyřúhelníku A a trojúhelníku B. Navíc je k tomu třeba využít Pythagorovu větu, která je ovšem vyžadována až po uchazečích o čtyřleté obory vzdělávání (CZVV, 2017, s. 25). Díky umístění obou útvarů v mříži je možné snadněji nahlédnout, že dvě strany se svojí délkou u obou obrazců A a B shodují. Pro zodpovězení otázky 8.3 tedy stačí porovnat délky stran, které jsou reprezentovány mřížovými úsečkami ležícími přímo na stranách čtvercové sítě.

VÝCHOZÍ OBRÁZKY K ÚLOZE 12



(CZVV)

2 body

12 V jednom z pěti obrázků je možné doplnit jediný tmavý čtvereček tak, aby byl tmavý útvar souměrný podle osy souměrnosti (šikmé, svislé nebo vodorovné).

Ve kterém obrázku je to možné?

A) v obrázku A

B) v obrázku B

C) v obrázku C

D) v obrázku D

E) v obrázku E

Obrázek 21: Úloha 12 v ilustračním testu 2018 (Test CZVV, 2018, s. 8)

Poslední vybraný typ úloh, který spadá do této kategorie, se týká osové souměrnosti. Žák 5. ročníku by měl umět rozpoznat a znázornit osově souměrné útvary ve čtvercové síti a určovat osu souměrnosti (RVP pro ZV, 2017, s. 34). V minulosti byly v testech CZVV zadané úlohy, ve kterých měl řešitel rozhodnout, zda jsou zadané útvary osově souměrné, případně doplnit obrazec tak, aby se osově souměrným stal (viz úloha na obrázku 21).

Uplatnění osové souměrnosti v konstrukčních úlohách se na této úrovni nevyžaduje, spadá totiž až mezi požadované výstupy žáků 2. stupně (RVP pro ZV, 2017, s. 37).

1.3.4 Nestandardní aplikační úlohy a problémy

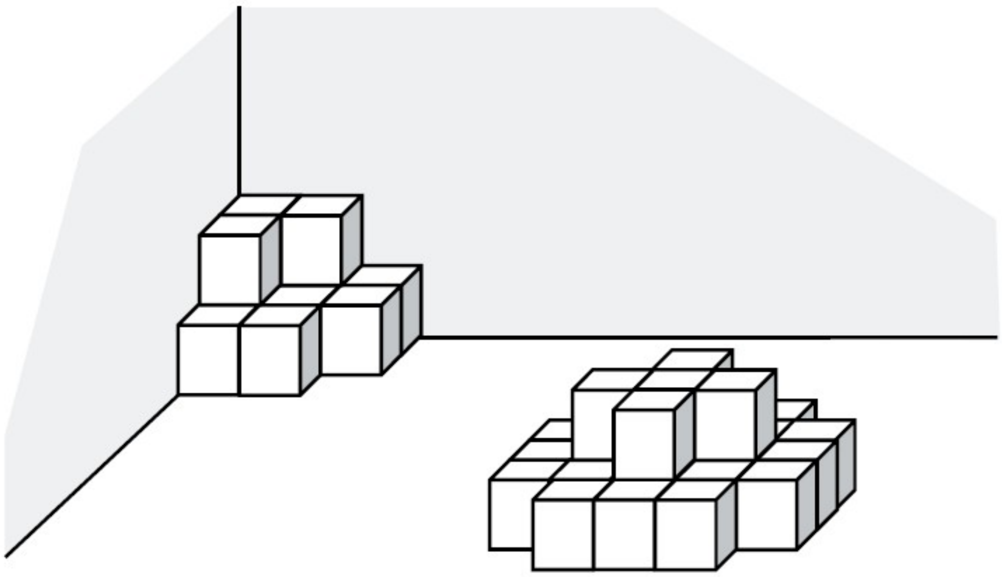
Čtvrtý tematický okruh RVP pro ZV stanovuje schopnost komplexně analyzovat a řešit úlohy z běžného života a prakticky uplatňovat logické uvažování (2017, s. 31). Z úloh zadaných v jednotných přijímacích zkouškách se do této kategorie řadí logické řady, pravidelně opakující se jevy a úlohy vyžadující prostorovou představivost. U obrázkových řad a v případě pravidelně opakujících se jevů lze navíc očekávat, že na jejich řešení žák neuplatní pouze určitý matematický algoritmus natrénovaný na modelových příkladech, ale naopak bude podnícen k nalezení vlastního způsobu řešení, tedy hledání pravidla. Takový je podle Gondy a Emanovského i současný trend ve výuce matematiky, podle kterého by žáci neměli řešit pouze rutinní úlohy, a do vyučování by měly být častěji implementovány tzv. autentické úlohy, které reflektují situace reálného světa (2018, s. 13).

Prostorovou představivost v testech od CZVV typicky ověřují zadání určující pozici několika těles, s nimiž má žák mentálně manipulovat. V minulých letech bylo úkolem žáka určit například počet těles použitých ve stavbě, vybrat z nabídky možností obrázek zobrazující pohled na stavbu ze zadaného směru, doplnit půdorys stavby apod. U staveb z krychlí je důležité brát v potaz informaci ze zadání, kde se stavba nachází a jaké má vlastnosti.

V úloze na obrázku 22 jsou zobrazené dvě různé stavby. Zatímco Lukáš postavil podle doprovodného textu v úvodu úlohy stavbu pravidelnou, a existují tedy krychle v zákrytu, které nejsou v obrázku přímo viditelné, v případě Emy a umístění stavby v rohu místnosti je jasné, že spodní vrstva se skládá z osmi krychlí a v zákrytu se již žádné další krychle nenachází.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 13–14

Lukáš si postavil z kostek pravidelnou dvoupatrovou stavbu.
Ema si v rohu místnosti postavila jen část této stavby.



(CZVV)

2 body

13 O kolik kostek se obě stavby liší?

A) méně než o 15

B) o 15

C) o 16

D) o 17

E) více než o 17

Obrázek 22: Úloha 13 v řádném testu 2016 (Test CZVV, 2016, s. 8)

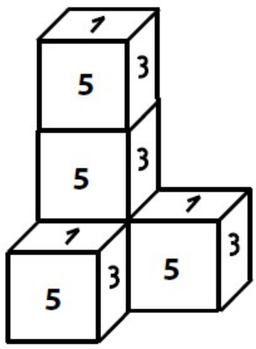
Při stanovení počtu krychlí v jednotlivých stavbách je vhodné postupovat systematicky po jednotlivých patrech tak, aby se zmírnilo riziko opomenutí některé z krychlí, která nemusí být v obrázku patrná. Takový postup ostatně doporučuje i CZVV u podobné úlohy v ilustračním testu 2020 v Průvodci řešením (2020, s. 22). Po stanovení počtu krychlí v jednotlivých stavbách zmiňované úlohy řešitel ještě určí rozdíl, o který se počet použitých krychlí liší.

Hrací kostky se v jednotných přijímacích zkouškách dosud objevily pouze jednou při řádném termínu v roce 2015 (viz obr. 23), na rozdíl od jejich hojného využití ve školních přijímacích zkouškách popsaných dále v oddíle 2.2.4. Úkolem řešitele navíc ve zmíněné úloze nebylo doplnění chybějících čísel na stěny kostek, jak bude později analyzované na podobné úloze na obrázku 43 ze školních přijímacích zkoušek, nýbrž stanovení počtu viditelných stěn. Kromě stěn, kterými se některé krychle vzájemně dotýkají, žák ještě podle dodatečného pokynu v testovém sešitu vyloučil stěny, kterými se stavba dotýká podložky.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 13–14

Na každé stěně hrací kostky je napsáno jedno z čísel 1, 2, 3, 4, 5 nebo 6. Součet čísel na protějších stěnách hrací kostky je vždy 7, tedy proti číslu 1 je 6, proti 3 je 4 a proti 5 je 2.

Milan postavil **z pěti** hracích kostek stavbu. Všechny kostky natočil stejně, a to tak, že nahoře je číslo 1, vpředu 5 a vpravo 3.



(CZVV)

2 body

13 Kolik čísel je napsáno na povrchu stojící stavby?

(Nepatří mezi ně čísla na spodní ploše stavby.)

A) 16

B) 17

C) 19

D) 21

E) více než 21

Obrázek 23: Úloha 13 v řádném testu 2015 (Test CZVV, 2015, s. 8)

Kromě ověření prostorové představivosti řešitele se v některých testech objevily úlohy, které popisovaly opakující se jevy. Ty se buď týkaly objektů, které měnily pozici, případně se zvětšoval jejich počet v pravidelných časových intervalech, nebo šlo o sekvenci uspořádaných obrazců. V jednom případě žák zakresloval část opakujícího se motivu složeného ze šipek do pásu čtvercové sítě (viz obr. 28).

Na obrázku 24 je úloha popisující dvě obrazovky, na kterých se postupně zvětšují zobrazená čísla po každém zaznění zvukového signálu. Ze zadání plyne, že při každém pípnutí se rozdíl mezi čísly zvětší o 2. Zatímco na začátku byla čísla na obrazovkách stejná, jejich rozdíl se postupně zvětšuje o násobky 2. Toto pozorování pak řešitel využije při řešení prvních dvou podúloh, ve třetí navíc může využít ještě vlastnosti, že součet zobrazených čísel se zvětšuje vždy o 4. Z podúlohy 14.1 víme, že součet čísel byl na začátku 18, a bylo tedy nutné 500 pípnutí, aby se součet zvětšil o 2 000 na 2 018.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

Na obrazovce počítače jsou dvě čísla – jedno v modrém a druhé v červeném poli.
Na počátku jsou obě čísla stejná.
Při každém pípnutí se obě čísla zvětší – v modrém poli o 1 a v červeném o 3.
V jednu chvíli se na obrazovce objeví v modrém poli číslo 49 a současně v červeném poli číslo 129.

(CZVV)

max. 4 body

14

14.1 Určete, jaké číslo je v modrém poli **na počátku**.

14.2 Určete číslo **v modrém** poli v okamžiku, kdy je o 30 menší než číslo v červeném poli.

14.3 Určete číslo **v červeném** poli v okamžiku, kdy je součet čísel v obou polích 2 018.

Obrázek 24: Úloha 14 v 1. řádném testu 2018 (Test CZVV, 2018, s. 10, mírně graficky upraveno)

Postup navrhovaný výše vede k efektivnímu nalezení výsledků bez zbytečného vypisování čísel, která se na obrazovkách postupně objevovala. I takovou metodou výčtu ovšem lze postupovat, je ale jisté, že na kompletní vypsání všech jednotlivých hodnot řešitel vyčerpá značnou část časového limitu určeného pro řešení testu. Již v oddíle 1.3.1 navíc bylo zmíněno, že některá zadání v testovém sešitu zjevně podněcují žáka k efektivnímu počítání, díky kterému je možné redukovat počet provedených operací, což přirozeně eliminuje případné chyby.

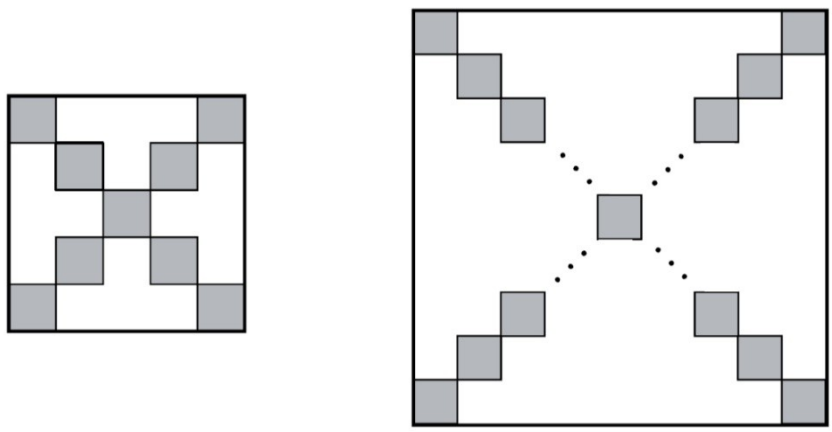
Jiné úlohy z tohoto tematického okruhu obsahují ve svém zadání kromě popisu i grafické znázornění, jak vypadala situace na počátku logického uspořádání. V úloze na obrázku 25 vidíme dva čtverce, na jejichž úhlopříčkách jsou umístěné tmavé čtverečky. Pokud se tedy zvětší každá strana čtverce o 4 cm, přibudou v obrázku dohromady čtyři tmavé čtverečky.

Zatímco někteří řešitelé se vydají cestou stanovení maximálního počtu tmavých čtverečků, které by se do čtverce vešly, a následného odečtení čtyř bílých ploch, jiní nahlédnou, že k prostřednímu čtverečku je možné přičíst čtyři ramena obsahující stejný počet čtverečků. Při druhém způsobu řešení žák v podúloze 16.2 hledá číslo, které je možné použít místo symbolu * v následující rovnosti.

$1 + 4 \cdot * = 29$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Ve čtverci jsou obě úhlopříčky překryty **tmavými čtverečky** s délkou strany 4 cm podobně jako na obrázku. Zbytek plochy čtverce je bílý.



(CZVV)

max. 4 body

16 **V záznamovém archu** uveďte všechny **výpočty**.

16.1 Vypočtěte délku strany čtverce, který má celkem **9 tmavých čtverečků**.

16.2 Vypočtěte délku strany čtverce, který má celkem **29 tmavých čtverečků**.

16.3 Vypočtěte celkový **počet tmavých čtverečků**, je-li délka strany čtverce 140 cm.

Obrázek 25: Úloha 16 v řádném testu 2016 (Test CZVV, 2016, s. 10, mírně graficky upraveno)

Je pravděpodobné, že žák, který si testové sešity z minulých let vypracoval, dojde k řešení dříve, nelze ovšem předpokládat, že by se s totožnou úlohou setkal při dalším termínu jednotných přijímacích zkoušek. V podúloze 16.3 je zadaná délka strany čtverce, která je složená z neznámého počtu 4centimetrových dílků. Tento počet dále představuje součet jednoho prostředního čtverečku a dvou shodných čísel, která označují počet čtverečků v jednom rameni. V návaznosti na postup uplatněný u úlohy 16.2 mohl řešitel postupovat takto:

$$140 : 4 = 35$$

$$35 = 1 + 2 \cdot *$$

Symbolem * je v tomto případě označen počet tmavých čtverečků v jednom rameni a tato hodnota je již dostačující pro dokončení podúlohy.

V oddílu 1.1.2 již bylo zmíněno, že se některé úlohy opakují napříč ročníky. Jedná se i o úlohu na obrázku 25, kterou s odlišnými číselnými hodnotami měli zadanou i uchazeči o studium na šestiletém gymnáziu (CZVV, 2016, s. 10).

1.4 Vývoj testu

Při srovnání prvního publikovaného testu v roce 2015 s ilustračním testem z roku 2020 si lze všimnout několika změn, které zřejmě reagovaly na podněty a výsledky dvouletého zavádění jednotných přijímacích zkoušek v letech 2015 a 2016 (více v oddíle 1.1). Zatímco počet úloh se z původních 17 v ilustračním testu v roce 2015 snížil na 14 úloh v posledním zveřejněném testovém sešitu v roce 2020 (byly odebrány dvě otevřené úlohy a jedna uzavřená), časový limit se o deset minut prodloužil na aktuálních 70 minut.

Porovnáme-li první ilustrační test z roku 2015 se všemi dalšími testy, které CZVV postupně zadávalo, získaly otevřené úlohy včetně konstrukční větší podíl bodového hodnocení. V prvním testu bylo možné za správnou konstrukci získat nejvíce 4 body z 50, ve všech dalších testech už ale maximální bodový zisk tvoří 6 bodů z 50. Kromě bodování se částečně změnil i způsob zadání těchto úloh. Zatímco v prvních ročnících popisovala každá podúloha postupné kroky, jak při řešení úlohy postupovat (viz obr. 26), v letech 2019 a 2020 se setkáváme spíše s popisem požadovaného útvaru a úkolem řešitele je podle zadaných podmínek najít správné řešení (viz obr. 27).

max. 6 bodů

7

7.1 **Sestrojte** kružnici k, která má střed v bodě S a prochází bodem B.

7.2 Průsečíky kružnice k s přímkou p **označte** A a C.

7.3 **Sestrojte** chybějící vrchol D obdélníku $ABCD$ a obdélník **narýsujte**.

7.4 **Sestrojte** přímku q, která prochází bodem B a je kolmá k přímce SB. Její průsečík s přímkou p **označte** U.

7.5 Na polopřímce SB **sestrojte** vrchol T rovnoramenného trojúhelníku STU s rameny SU a ST a trojúhelník STU **narýsujte**.

Obrázek 26: Část úlohy 7 v ilustračním testu 2016 (Test CZVV, 2016, s. 4)

max. 6 bodů

7

7.1 Bod A je vrchol obdélníku $ABCD$.
Strana AB tohoto obdélníku leží na přímce p,
bod S leží **uvnitř** některé ze tří **zbývajících** stran obdélníku $ABCD$.
Jeden krajní bod strany, která obsahuje bod S, leží na kružnici k.

Sestrojte a **označte** písmeny chybějící vrcholy B, C, D obdélníku $ABCD$ a obdélník **narýsujte**.
Najděte všechna řešení.

7.2 Body A, O jsou vrcholy trojúhelníku AOP. Vrchol P tohoto trojúhelníku leží na přímce p.
Strana AO má stejnou délku jako jedna z dalších stran trojúhelníku AOP.

Sestrojte a **označte** písmenem chybějící vrchol P trojúhelníku AOP a trojúhelník **narýsujte**.
Najděte všechna řešení.

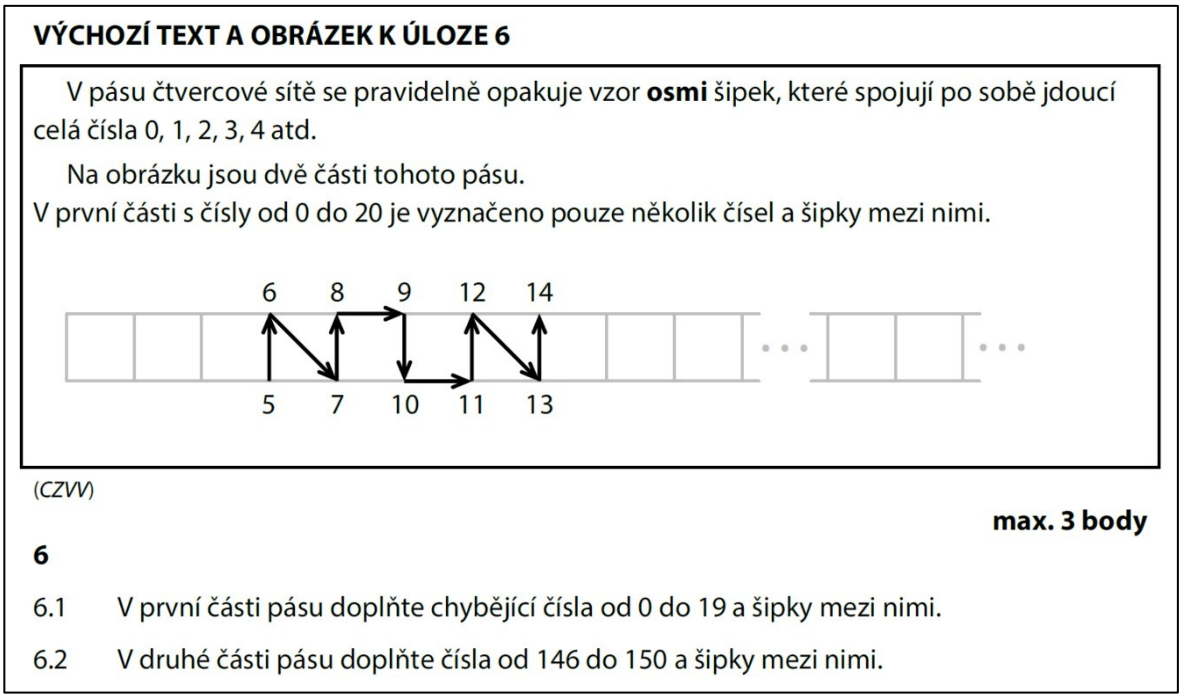
Obrázek 27: Část úlohy 7 v 2. řádném testu 2019 (Test CZVV, 2019, s. 5)

Stále častěji se také v testovém sešitu objevuje takové zadání konstrukční úlohy, kterému odpovídá více řešení. V takovém případě je v zadání žák upozorněn, aby uvedl všechna řešení, která odpovídají zadaným podmínkám. Jestliže má úloha pouze jediné řešení, tento pokyn u ní zapsán není. V souvislosti s hledáním všech odpovídajících řešení je vhodné ještě zmínit, že zadání neudávají, v jakém směru mají být pojmenované vrcholy geometrických útvarů. V úloze uvedené na obrázku 26 řešitel označí průsečíky kružnice k s přímkou p písmeny A a C, v jakém pořadí je ovšem pojmenuje, není blíže specifikováno. Z tohoto důvodu se konstrukce svým pojmenováním může u dvou řešitelů lišit.

V ilustračním testu z roku 2020 je možné si všimnout, že na sebe jednotlivé konstrukční podúlohy nenavazují a jsou přímo zadány ve dvou samostatných obrázcích. V prvních třech letech jednotných přijímacích zkoušek na sebe jednotlivé podúlohy navzájem navazují. Nalezení správného útvaru například ve druhé podúloze bylo podmíněno bezchybnou konstrukcí předchozího dílčího úkolu. Poslední zadané testy ale vykazují spíše tendenci omezit takovou provázanost jednotlivých částí, aby žák mohl splnit jednotlivé podúlohy odděleně a nepovedený první krok nezabránil realizaci celého úkolu.

U jiných typů úloh se nepodařilo vysledovat žádné podobné tendence vývoje testových zadání.

Do záznamového archu řešitelé zpravidla zaznamenávají číselně vyjádřené výsledky, celý postup u konstrukčních úloh a křížky označují vybranou možnost u uzavřených úloh. Jak bylo ovšem zmíněno v oddíle 1.1.1, ve dvou prvních testech bylo úkolem žáka řešení úlohy graficky zaznamenat. Takové zadání se objevilo znovu až v ilustračním testu z roku 2020, ve kterém měl uchazeč o studium na osmiletém gymnáziu doplnit do pásu čtverců šipky, jejichž umístění se pravidelně opakovalo (viz obr. 28).


VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

V pásu čtvercové sítě se pravidelně opakuje vzor **osmi** šipek, které spojují po sobě jdoucí celá čísla 0, 1, 2, 3, 4 atd.

Na obrázku jsou dvě části tohoto pásu.
V první části s čísly od 0 do 20 je vyznačeno pouze několik čísel a šipky mezi nimi.

(CZVV)

max. 3 body

6

6.1 V první části pásu doplňte chybějící čísla od 0 do 19 a šipky mezi nimi.

6.2 V druhé části pásu doplňte čísla od 146 do 150 a šipky mezi nimi.

Obrázek 28: Úloha 6 v ilustračním testu 2020 (Test CZVV, 2020, s. 5)

2 Přijímací zkoušky před zavedením jednotné zkoušky

Na jaře 2016 měla osmiletá gymnázia naposledy možnost plně ovlivnit kritéria, podle kterých rozhodla o přijetí uchazečů o studium. Od dalšího roku vstoupila v platnost změna školského zákona a uchazeči o studium na osmiletých gymnáziích skládají v rámci přijímacího řízení jednotnou zkoušku z matematiky a českého jazyka a literatury (viz kap. 1).

Jelikož do roku 2017 neexistoval jednotný způsob přijímacího řízení na osmiletá gymnázia, kritéria stanovená pro přijetí uchazečů se na jednotlivých školách lišila. Některá gymnázia připravovala přijímací zkoušky vlastní, zatímco jiná využila didaktické testy nabízené soukromými společnostmi. Vzhledem ke stanovenému cíli této bakalářské práce bylo pro případovou studii vybráno Gymnázium Jiřího Gutha-Jarkovského, které nabízí osmiletý studijní obor a v období před jednotnými přijímacími zkouškami připravovalo do přijímacího řízení vlastní testy z matematiky.

Pro potřeby této bakalářské práce zapůjčila Mgr. Vlasta Kotýnková, vyučující Gymnázia Jiřího Gutha-Jarkovského, dostupné testy z ročníků před zavedením jednotné přijímací zkoušky. Se svolením vyučující jsou analyzované testy uvedeny v příloze bakalářské práce. Konkrétně jde o testové sešity ze dvou termínů v letech 2010, 2013, 2014, 2015, 2016 a po jednom testu z let 2006 a 2011. Z uvedených dat vyplývá, že se jednotné přijímací zkoušky na škole konaly až v roce 2017 a gymnázium se neúčastnilo pilotních ročníků ve dvou předchozích letech (viz oddíl 1.1). Jen ke čtyřem z dvanácti testů byla zapůjčena i vzorová řešení, která měli k dispozici hodnotitelé při opravování odevzdaných testů. Vzhledem k tomuto omezenému počtu se průvodními hodnoceními nebudeme zabývat.

Zatímco u jednotných testů od CZVV žáci mohou skládat test ve dvou termínech, přijímací test z matematiky na konkrétní gymnázium skládal uchazeč pouze jednou. Jak uvedla Mgr. Kotýnková, ve všech uvedených ročnících se přijímací zkoušky z matematiky konaly ve dvou termínech, aby se jich mohli zúčastnit i uchazeči o studium, kteří si podali přihlášky na více studijních oborů, a jejichž termíny přijímacích testů kolidovaly. Znamená to tedy, že uchazeč skládal na vybraném gymnáziu přijímací zkoušku nejvýše jednou. Z tohoto důvodu lze pozorovat výraznou podobnost testových sešitů mezi 1. a 2. termínem během jednoho ročníku. Vzhledem k tomu, že gymnázia nejsou povinna zveřejňovat přijímací testy z minulých ročníků, zadání jedné úlohy se v případě zkoumaného gymnázia opakovalo při dvou různých termínech s odstupem čtyř let.

2.1 Forma testu

Přijímací testy zadávané na vybraném gymnáziu kombinují otevřené i uzavřené úlohy, přičemž první zmíněné svým podílem výrazně převyšují. Široce otevřené úlohy, které vyžadují obsáhlejší odpovědi, jsou vhodné k ověřování vědomostí a dovedností jako celku, zatímco například u dichotomických úloh má řešitel šanci uhodnout správnou odpověď i bez výpočtu (Kalhous a kol., 2002, s. 223–224). Napříč ročníky se například setkáváme se slovními úlohami, které svou otázkou indikují dichotomickou úlohu, dodatečný pokyn „Svoji odpověď zdůvodněte.“ je ale modifikuje na úlohy široce otevřené (viz obr. 29).

10. Sára by chtěla mít svého psa. Maminka jí říká: „ Takový pes stojí ročně určitě více než 500 Euro.“ Sára si tedy zjistila, s jakými náklady na psa musí počítat:
- Pololetně: daně 35 Euro, pojištění 43 Euro, očkování 20 Euro.
- Měsíčně: krmivo 12 Euro, maso 11 Euro, vitamíny 5 Euro.

Má Sářina maminka pravdu? Svoji odpověď zdůvodněte. (Euro je evropská měnová jednotka)

Obrázek 29: Úloha 10 v 2. testu 2015 (Příloha 10)

V přijímacích testech zpravidla není vymezeno, jakou metodu by uchazeč měl využít k řešení zadané úlohy. Zatímco někteří se rozhodnou pro ryze numerický výpočet, jiným bude spíše vyhovovat schematické znázornění. Testový sešit 2006 obsahuje úlohu, jejíž zadání přímo určuje, aby řešení zahrnovalo obrázek (viz obr. 30). Z tohoto pokynu lze usuzovat, že i žákův náčrtek se stal předmětem hodnocení.

3) **Hřiště má tvar obdélníku. Jirka ho přešel po obvodu třikrát a celkem udělal 1542 kroky. Zjistil, že šířka hřiště jsou 103 kroky.** *Určete délku, šířku a obvod obdélníkového hřiště v centimetrech, je-li délka jednoho kroku 65 cm. Nakreslete obrázek.*

Obrázek 30: Úloha 3 v testu 2006 (Příloha 1)

Při přijímacích zkouškách obdrželi uchazeči testový sešit se zadáním jednotlivých úloh, do kterého přímo zaznamenávali celé postupy řešení, případně vybírali z nabídky odpovědí u uzavřených úloh. Na rozdíl od testů CZVV tedy výsledky nebyly zapisovány do záznamového archu a u všech úloh (včetně uzavřených) bylo možné sledovat metodu výpočtu či jiného způsobu řešení. Zřejmě i z tohoto důvodu nebylo třeba vypisovat pokyny týkající se správného zápisu výsledků do samostatného oddílu, jako tomu je u jednotných přijímacích zkoušek na úvodní straně, a instrukce byly přirozenou součástí jednotlivých úloh.

V žádném z dostupných testových sešitů není uvedené bodování, řešitelé tedy při vypracování testu nevěděli, jaké ohodnocení připadá jednotlivým úlohám. Podle Byčkovského by ovšem mělo platit, že kromě srozumitelného zadání každá úloha didaktického testu zahrnuje i způsob svého hodnocení (2007, s. 16). Z rozhovoru s Mgr. Kotýnkovou dále vzhledem k hodnocení úloh vyplývá, že v zadáních, která vyžadují stanovení hodnoty včetně uvedení jednotky, je zápis jednotky nedílnou součástí hodnocení. Podobně u slovních úloh se v závěru vyžadovala interpretace nalezeného výsledku odpovědí.

Počet úloh se v jednotlivých ročnících liší, nejméně jich je zadáno v testových sešitech v letech 2015 a 2016 (13 úloh), nejvíce v roce 2011 (20 úloh), přičemž podle údajů poskytnutých Mgr. Kotýnkovou byl pro vyhotovení jednotlivých testů stanoven časový limit 60 minut. Z dostupných testů lze stanovit, že v 1. a 2. termínu v rámci jednoho roku je počet úloh totožný. Ve čtvrtině dostupných zadání je testový sešit rozdělen na dvě samostatné části – test z matematiky a test z logiky –, v ostatních jsou logické úlohy zahrnuté v jediném testovém sešitu a netvoří oddělený soubor takto zaměřených úloh.

Obecně testy zadávané přímo gymnáziem nevyžadovaly tak výrazné ukotvení své formální stránky (záznamové archy, jednoznačné rozlišení otevřených a uzavřených úloh apod.). Důvodem je násobně nižší počet odevzdaných testů než při centrálně zadávaných přijímacích zkouškách a také fakt, že se na jejich hodnocení podílí pouze jednotky učitelů.

2.2 Obsah testu

Školní přijímací test, který skládá uchazeč o studium na osmiletém gymnáziu, by měl vycházet z úloh, které korespondují s obsahem učiva 1. stupně základní školy. Ten je od roku 2007 specifikován v RVP pro ZV. V dostupných přijímacích testech se projevila změna obsahu požadovaného učiva, kterou RVP pro ZV ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace zaznamenal oproti původnímu kurikulárnímu dokumentu Vzdělávací program základní škola. Příkladem mohou být desetinná čísla. Zatímco v původním programu spadalo sčítání a odčítání desetinných čísel řádu desetin a setin do učiva 5. ročníku, v aktuálním RVP pro ZV patří tato látka až mezi očekávané výstupy za 2. stupeň (Vzdělávací program Základní škola, 2001, s. 71; RVP pro ZV, 2017, s. 33).

Analýzou všech dostupných testů bylo zjištěno, že se v nich v různých modifikacích objevují čtyři typy úloh:

- přirozená čísla a základní početní operace s nimi,
- konstrukční úloha,
- převody jednotek,
- prostorová představivost.

Toto rozdělení bude použito při následující analýze zadávaných úloh, které svým obsahem spadají do zmíněných kategorií. Kromě těchto čtyř typů testy sestávají z úloh, při jejichž řešení uplatní žák různé další metody výpočtu, žádná z nich se již ale neopakuje ve všech dostupných testech, a nelze ji tak označit za všeobecnou součást testů zadávaných tímto osmiletým gymnáziem.

2.2.1 Přirozená čísla a základní početní operace s nimi

Všech dvanáct zapůjčených testů je zahájeno úlohou, která by většinou svého obsahu spadala v aktuálním RVP pro ZV do tematického okruhu Číslo a početní operace. Ten blíže určuje, že žák 5. ročníku využívá početní operace v oboru přirozených čísel při pamětném a písemném počítání (RVP pro ZV, 2017, s. 33). Úvodní úlohy všech testů jsou zaměřené právě na ověření této dovednosti.

S výjimkou úloh, které přímo pracují s čísly a matematickými symboly, se napříč testy setkáváme i se zadáními, která slovně popisují stanovený úkol (viz obr. 31). V tomto případě tedy kromě správné numerace žák prokázal výběrem popsané číslice do magického čísla i znalost významu řádů.

2. Doplň do rámečku magické číslo. První číslici (psáno zleva) najdeš na místě stovek ve výsledku sčítání $7256+12392$. Druhou číslici najdeš na místě desítek ve výsledku násobení $1596 \cdot 72$ a třetí na místě jednotek ve výsledku dělení $3328 : 52$.

Obrázek 31: Úloha 2 v 2. testu 2013 (Příloha 6)

V přijímacích testech zadávaných na vybraném gymnáziu se několikrát objevuje úloha obsahující kulaté závorky, které ovšem na výsledek nemají vliv (viz obr. 32). Pokud by druhá dvojice kulatých závorek v podúloze a) nebyla, řešitel by i přesto došel ke stejnému závěru. Důvodem uvedení nadbytečné závorky může být záměr autorů testu, aby žák nepracoval se zbytečně vysokými čísly, u kterých je pravděpodobnější, že by se mohl snadněji dopustit chyby.

1) Vypočti:

a) $37 + 32 . 6 + (25 - 5 . 4) . 4 - 13 . 9 + 2 . (39 : 3) =$

b) $\frac{5}{8}$ z $264 =$

body

Obrázek 32: Úloha 1 v 2. testu 2011 (Příloha 4)

Nový formát úloh tohoto typu přinesly testy v roce 2016. V obou termínech se úvodní úloha testového sešitu skládá ze čtyř podúloh. Ty řešitel nejprve vypočítal a následně z nich vybral tu podúlohu, jejímž výsledkem bylo nejmenší číslo a v úloze na obrázku 33 navíc liché. Ačkoliv se jednotlivá zadání shodují zadanými čísly, výsledkem jsou čtyři odlišná čísla v důsledku pozice použitých závorek. Kromě správného uplatnění předností matematických operací tak řešitel mohl pozorovat, jak je výsledek ovlivněn právě umístěním závorek v zadání.

Zároveň lze na této úloze demonstrovat kombinaci otevřené a uzavřené úlohy, dá se ovšem předpokládat, že samotné zakroužkování nejmenšího lichého čísla nesplnilo kritéria pro udělení maximálního počtu bodů za tuto úlohu.

1. Vypočítej a mezi výsledky najdi nejmenší liché číslo, které zakroužkuj:

a) $315 - 123 : 3 + 6 \cdot 2 =$

b) $315 - (123 : 3 + 6 \cdot 2) =$

c) $315 - (123 : 3 + 6) \cdot 2 =$

d) $(315 - 123) : 3 + 6 \cdot 2 =$

Obrázek 33: Úloha 1 v 2. testu 2016 (Příloha 12)

2.2.2 Konstrukční úloha

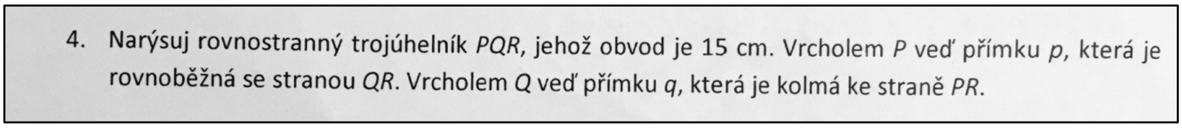
Úloha vyžadující konstrukční řešení se objevuje ve všech dostupných testech, které byly mezi lety 2006 a 2016 na sledovaném gymnáziu zadané. Z rýsovacích pomůcek je k řešení jednotlivých podúloh potřeba pravítko s měřítkem, pravítko s ryskou a kružítko. Na rozdíl od testů CZVV řešitel v testech pracuje s pevně stanovenou délkou například strany obdélníku, a pravítko s měřítkem je tedy nutnou pomůckou ke správnému řešení. U jednotných přijímacích zkoušek se s takto zadaným údajem nesetkáváme a vzdálenost obvykle plyne z pozice již známých bodů (viz odd. 1.3.3).

11. Narýsuj libovolnou přímku p

a) narýsuj přímku q, rovnoběžnou s přímkou p ve vzdálenosti 4 cm
b) na přímce p si libovolně zvol bod M
c) sestroj obdélník MNOP tak, aby body M a N ležely na přímce p a body O a P na přímce q a obsah obdélníku byl 12 cm^2.
d) sestroj úhlopříčky tohoto obdélníka a jejich průsečík označ S
e) sestroj kružnici k se středem v bodě S a poloměrem 2,5 cm.

Obrázek 34: Úloha 11 v 1. testu 2014 (Příloha 7)

Kromě testů z roku 2015 zadání přesně neurčuje pozici výchozího objektu, na základě které jsou poté konstruované další prvky. Ve většině případů se tedy setkáváme s úlohami, jejichž úvodní pokyn přesně nevymezuje výchozí rozložení objektů a řešitel může libovolně zvolit pozici prvního útvaru, a to buď přímo (viz obr. 34), nebo na základě svého předchozího výpočtu. Ve čtvrtině nám dostupných testů se totiž objevuje zadání, které nejprve vyžaduje výpočet délky strany čtverce nebo rovnostranného trojúhelníku ze zadaného obvodu (viz obr. 35).


4. Narýsuj rovnostranný trojúhelník *PQR*, jehož obvod je 15 cm. Vrcholem *P* veď přímku *p*, která je rovnoběžná se stranou *QR*. Vrcholem *Q* veď přímku *q*, která je kolmá ke straně *PR*.

Obrázek 35: Úloha 4 v 2. testu 2013 (Příloha 6)

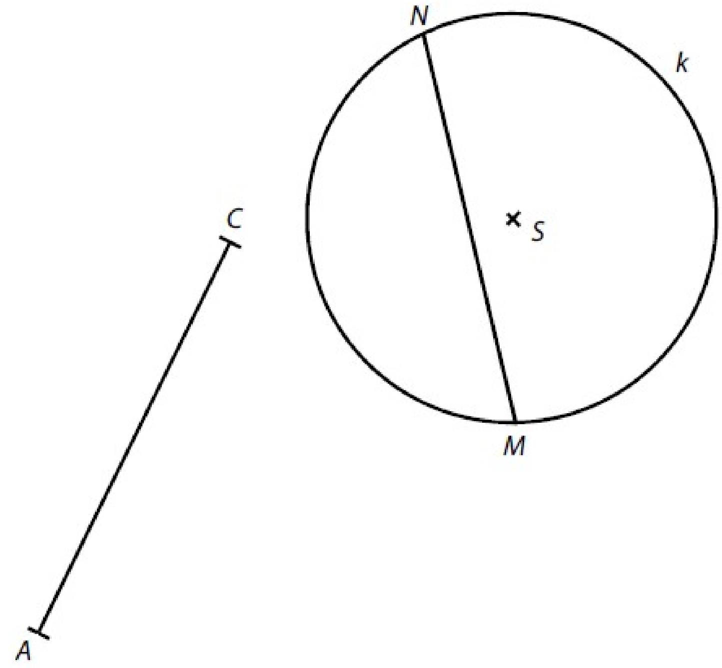
Úlohy přijímací zkoušky zahrnují konstrukce útvarů, které stanovuje v tematickém okruhu Geometrie v rovině a prostoru aktuální RVP pro ZV, konkrétně jde o sestrojení rovnoběžek, kolmic, čtverců, obdélníků, trojúhelníků a kružnic (2017, s. 34). Jednotlivé podúlohy na sebe ve většině případů navazují, což vede k závislosti pozice dalších objektů na správném umístění objektů předchozích. Na úskalí takové výstavby testového zadání upozorňuje Byčkovský (2007, s. 22). Například v posledním ilustračním testu 2020 od CZVV jsou na rozdíl od předchozích testů zadané dvě oddělené konstrukční úlohy, aby se omezila provázanost jednotlivých podúloh.

Na obrázku 34 je možné nahlédnout úlohu, u které se podle Mgr. Kotýnkové od řešitele očekávalo právě jedno řešení obdélníku *MNOP*. Jeho vrcholy za sebou musely následovat v pořadí *M*, *N*, *O* a *P* a dále měl být objekt pojmenovaný proti směru hodinových ručiček. Tato matematická konvence stanovuje, že směr pojmenování by měl korespondovat s kladným geometrickým směrem. Oproti tomu CZVV u svých konstrukčních úloh směr pojmenování vrcholů nevymezuje. Z toho lze usoudit, že u jednotné přijímací zkoušky by v této úloze žák měl najít zřejmě čtyři obdélníky v závislosti na umístění přímky *q* a na pojmenování vrcholů po nebo proti směru hodinových ručiček.

Například úloha z jednotných přijímacích zkoušek uvedená na obrázku 36 vyžaduje v podúloze 7.2 konstrukci rovnoramenného trojúhelníku *MNO*. Pokyny navíc přímo zmiňují, že takové trojúhelníky existují dva, a řešitel je tedy konstruuje bez ohledu na směr pojmenování vrcholů, jak je znázorněno ve vzorovém řešení od CZVV (viz obr. 37). Žák tedy hledá i řešení, které bylo ve školních přijímacích zkouškách na vybraném gymnáziu považované za chybné.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V rovině leží úsečka *AC* a úsečka *MN* s krajními body na kružnici *k*. Bod *S* je střed kružnice *k*.



(CZVV)

max. 6 bodů

7

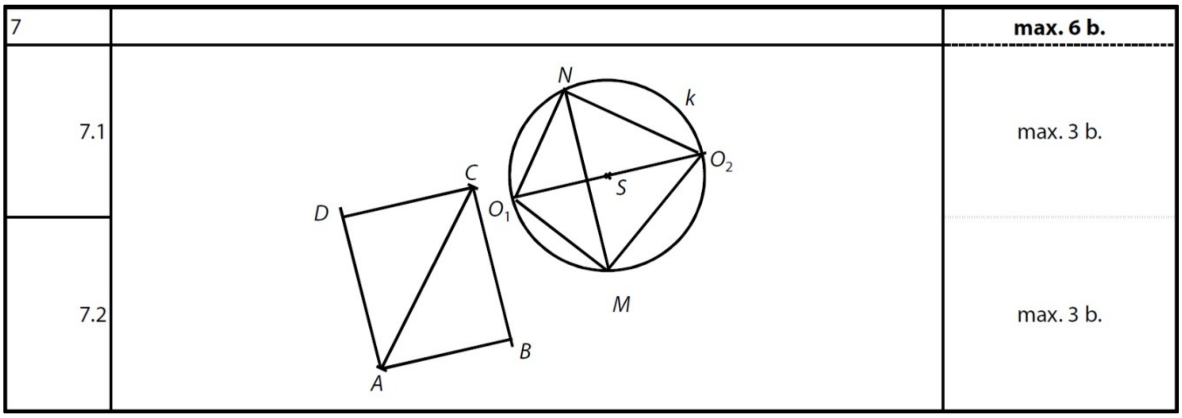
7.1 Úsečka *AC* je úhlopříčka obdélníku *ABCD*. Strana *AD* tohoto obdélníku je rovnoběžná s přímkou *MN*.
Sestrojte chybějící vrcholy *B*, *D* obdélníku *ABCD* a obdélník **narýsujte**.

7.2 Úsečka *MN* je základna rovnoramenného trojúhelníku *MNO*. Chybějící vrchol *O* leží na kružnici *k*. Osa souměrnosti trojúhelníku prochází středem *S* kružnice *k*.
Sestrojte vrchol *O* a trojúhelník *MNO* **narýsujte**.

Pozor! Existují dva různé trojúhelníky *MNO*. Narýsujte oba.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

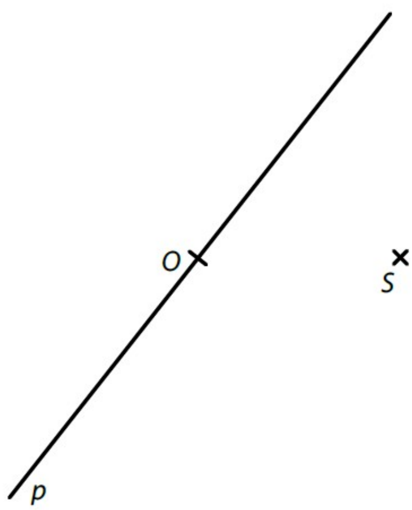
Obrázek 36: Úloha 7 v ilustračním testu 2018 (Test CZVV, 2018, s. 5)



Obrázek 37: Řešení úlohy 7 v ilustračním testu 2018 (Test CZVV, 2018, s. 1)

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7.2

V rovině leží body *O*, *S* a přímka *p* procházející bodem *O*.



(CZVV)

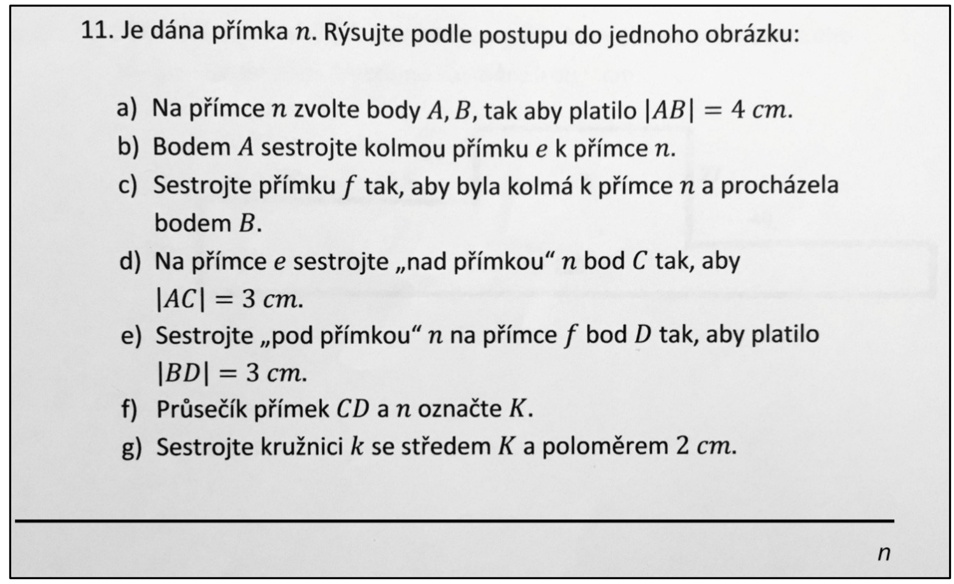
7.2 Bod *O* je vrchol pravoúhlého trojúhelníku *OPQ*.
Nejkratší strana *OP* tohoto trojúhelníku leží na přímce *p*.
Všechny vrcholy trojúhelníku *OPQ* mají stejnou vzdálenost od bodu *S* (leží na kružnici se středem *S*).

Sestrojte vrcholy *P*, *Q* trojúhelníku *OPQ*, **označte** je písmeny a trojúhelník **narýsujte**.
Najděte všechna řešení.

Obrázek 38: Podúloha 7.2 v ilustračním testu 2020 (Test CZVV, 2020, s. 7)

Konstrukční úloha, která vede k řešením bez ohledu na směr pojmenování, se v testech od CZVV objevuje v analyzovaných testech od ilustračního testu 2019 vždy. V ilustračním testu 2020 vede podúloha 7.2 na obrázku 38 dokonce ke dvěma řešením, z nichž ani jedno nerespektuje zmiňovanou matematickou konvenci o směru pojmenování vrcholů. V tomto případě není explicitně udáno, kolik řešení má žák sestrojit, jako tomu bylo na obrázku 36, zadání ovšem podotýká, že úkolem je nalézt všechna řešení. V oddíle 1.2.2 již bylo zmíněno, že by si žák měl testové sešity z minulých let cvičně vyzkoušet před ostrým termínem přijímacích zkoušek; uvedený způsob značení vrcholů se totiž může lišit od domluvy, kterou žáci dodržují při výuce na základní škole.

V jiných úlohách školní přijímací zkoušky je jednoznačnost řešení určena přidanou vlastností, na základě které má hledaný bod ležet v určité konkrétní poloze (např. „nad“ jinou zadanou přímkou, viz obr. 39). V takovém případě je již pozice bodu určena jednoznačně a výsledný útvar by měl u všech řešitelů vypadat stejně s ohledem na zvolenou pozici bodů A a B z podúlohy a).


11. Je dána přímka n. Rýsujte podle postupu do jednoho obrázku:

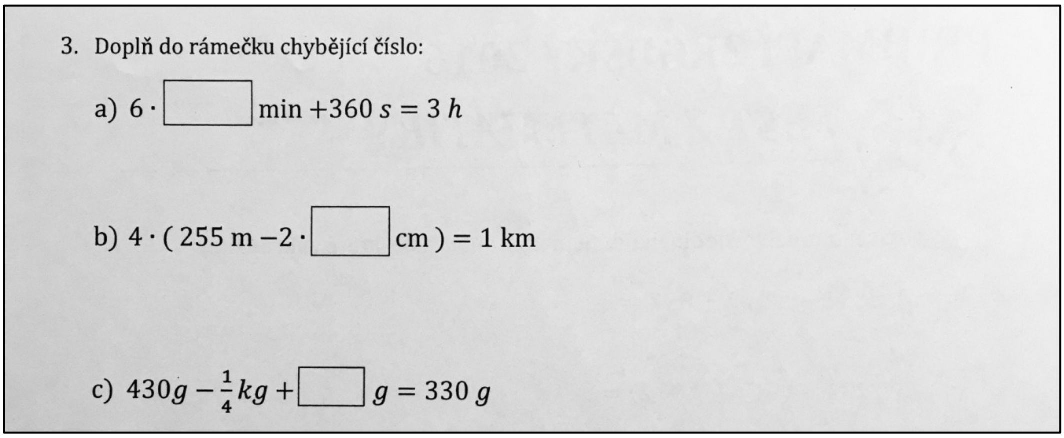
a) Na přímce n zvolte body A, B, tak aby platilo $|AB| = 4\ cm$.
b) Bodem A sestrojte kolmou přímku e k přímce n.
c) Sestrojte přímku f tak, aby byla kolmá k přímce n a procházela bodem B.
d) Na přímce e sestrojte „nad přímkou“ n bod C tak, aby $|AC| = 3\ cm$.
e) Sestrojte „pod přímkou“ n na přímce f bod D tak, aby platilo $|BD| = 3\ cm$.
f) Průsečík přímek CD a n označte K.
g) Sestrojte kružnici k se středem K a poloměrem $2\ cm$.

Obrázek 39: Úloha 11 v 2. testu 2015 (Příloha 10, mírně graficky upraveno)

Konstrukce samotná není u těchto úloh vždy jediným předmětem hodnocení, úkolem řešitele bylo například zapsat délku nalezené úsečky nebo správně interpretovat polohu dvou přímek, které se ve výsledném obrázku vyskytují.

2.2.3 Převody jednotek

Třetím typem úloh jsou zadání, která ověřují převody jednotek délky, hmotnosti a času. Ty se objevují ve všech dostupných testech. Buď se jedná o úzce otevřenou úlohu, ve které žák uvádí k zadané jednotce chybějící hodnotu tak, aby rovnost platila (viz obr. 40), nebo je převod jednotek nezbytnou součástí komplexnějšího zadání, ve kterém žák dále stanovuje například obvod nebo obsah útvaru (viz obr. 41).



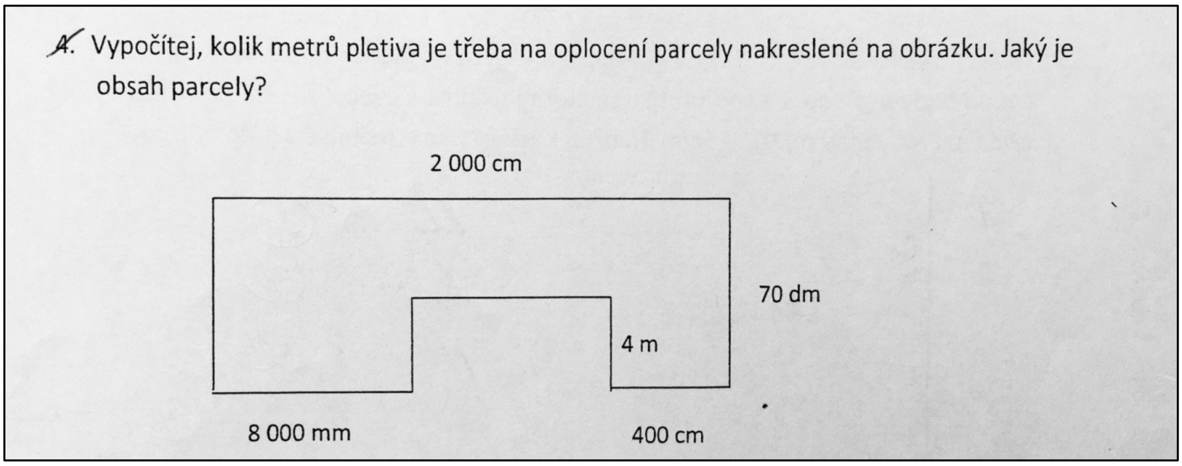
3. Doplň do rámečku chybějící číslo:

a) $6 \cdot \boxed{}$ min $+360\, s = 3\, h$

b) $4 \cdot (255$ m $-2 \cdot \boxed{}$ cm $) = 1$ km

c) $430g - \frac{1}{4}kg + \boxed{}\, g = 330\, g$

Obrázek 40: Úloha 3 v 1. testu 2016 (Příloha 11)



4. Vypočítej, kolik metrů pletiva je třeba na oplocení parcely nakreslené na obrázku. Jaký je obsah parcely?

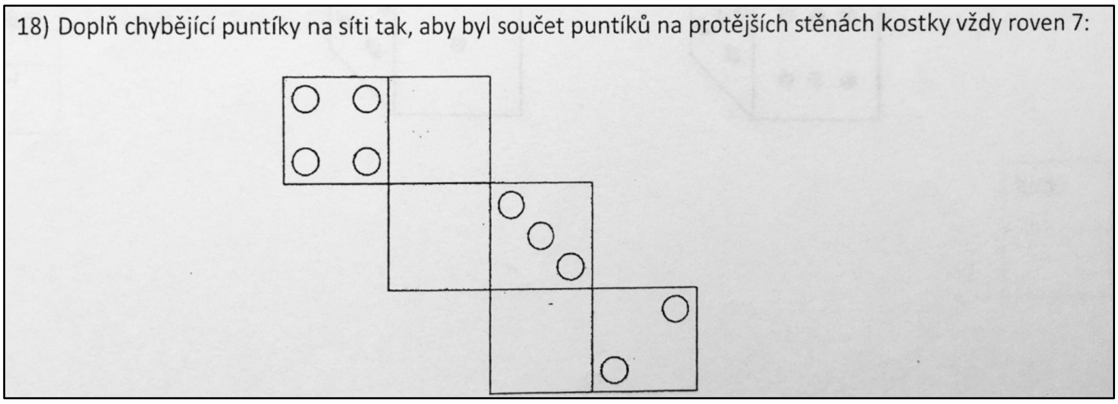
Obrázek 41: Úloha 4 v 2. testu 2010 (Příloha 3)

V úloze na obrázku 41 jsou rozměry několika stran uvedeny ve čtyřech různých jednotkách délky. Pro stanovení délek zbývajících stran je nutné nejprve převést všechny zadané délky na libovolně zvolenou jednotku a následně je sečíst pro zjištění celkové délky obvodu parcely. V tomto případě je navíc určené, že výsledek má řešitel uvést v metrech. Školní přijímací zkoušky s takovou specifikací požadované jednotky spíše nepracují a obvykle tedy není určené, ve které konkrétní jednotce má být výsledek uvedený. Naopak v jednotných přijímacích testech od CZVV je tento jev běžný a zadání vyžaduje odpověď v uvedené jednotce (viz oddíl 1.2.1).

Při výpočtu obsahu parcely v téže úloze může řešitel postupovat různými způsoby. Kromě rozdělení celku na několik částí (například 3 obdélníky) a stanovení součtu jejich obsahů mohl pozemek doplnit na obdélník se stranami 2 000 cm a 70 dm a následně od jeho obsahu odečíst obsah obdélníku ve spodní části. Vzhledem k tomu, že první podúloha vyžadovala určení délek všech stran parcely, disponuje žák všemi údaji, aby obsah stanovil. V této druhé podúloze není vymezeno, v jaké jednotce má být výsledek uvedený, dá se ovšem předpokládat, že by měl přirozeně korespondovat s jednotkou v první části, tedy metry a metry čtvereční.

2.2.4 Prostorová představivost

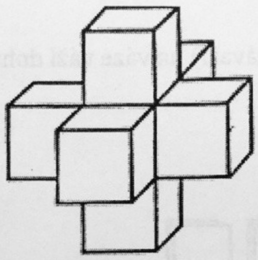
V aktuálním RVP pro ZV je prostorová představivost zahrnuta v tematickém celku Nestandardní aplikační úlohy a problémy (2017, s. 35). V testech, které zadávalo vybrané gymnázium, se typicky setkáváme s úlohami, jejichž zadání popisuje umístění několika krychlí nebo hracích kostek. V případě hracích kostek je většina úloh vystavěna na zavedeném uspořádání, že součet hodnot na protilehlých stěnách je číslo 7. Úkolem řešitele je tedy správně doplnit hodnoty na prázdné stěny podle popsaného kritéria ze zadání. Úloha na obrázku 42 má dvě možná řešení.



Obrázek 42: Úloha 18 v testu 2011 (Příloha 4)

Jiné úlohy s hracími kostkami vyžadují kromě správného doplnění číslic na stěny i další uplatnění prostorové představivosti. V úloze na obrázku 43 je cílem žáka nejprve doplnit čísla na prázdné stěny podle instrukcí v zadání mimo stěny, které k sobě přiléhají ve spojích. V podúlohách b) a c) řešitel pracuje s číslicemi, které buď přímo doplnil do obrázku, nebo se nachází na stěnách vnějšího pláště stavby, které nejsou v grafickém znázornění přímo viditelné. V poslední podúloze je dáno, že všechny krychle z původní stavby zůstanou na své pozici, a uchazeč měl po rozpoznání nejdelší hrany stavby skládající se z hran tří krychlí určit, že po přidání nejmenšího množství kostiček vznikne krychle o rozměrech 3 × 3 × 3.

13. Petr postavil ze sedmi hracích kostek stavbu. Všechny kostky natočil stejně, a to tak, že na každé kostce je nahoře číslo 5, vpředu číslo 3 a vpravo číslo 6. U hrací kostky platí, že čísla jsou na stěnách napsaná tak, že součet čísel na protějších stěnách kostky je vždy 7 – proti 1 je číslo 6, proti 2 číslo 5 atd.…



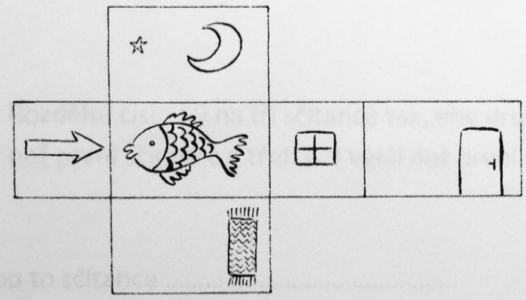
a) Doplň podle zadání čísla na kostky tvořící uvedenou stavbu.
b) Kolik čísel je napsáno celkem na povrchu stojící stavby? Nepatří mezi ně čísla na spodní ploše stavby. Na povrchu stavby je napsáno..................... čísel.
c) Jaký je součet všech čísel na povrchu stavby? Opět se nezapočítávají čísla na spodní ploše stavby. Součet čísel na povrchu stavby je ....
d) Jaký nejmenší počet kostiček musí Petr přidat, aby doplnil původní stavbu tak, aby měla tvar krychle? Kostičky z původní stavby musí zůstat na stejném místě, nemůže je tedy přesouvat. Petr musí přidat nejméně .... kostiček.

Obrázek 43: Úloha 13 v 1. testu 2016 (Příloha 11)

Byla-li v zadání popsaná krychle, na jejíchž stěnách se nachází různé obrazce, cílem řešitele bylo správně doplnit síť pláště daného tělesa nebo rozhodnout, v jakém vztahu jsou jednotlivé obrazce vůči sobě.

Na obrázku 44 je dichotomická úloha, v jejíchž podúlohách žák rozhoduje o pravdivosti tvrzení (více o typech úloh v oddíle 1.2.1). Ze sítě pláště pokoje, která je zakreslena v zadání, plyne, že pokoj má tvar kvádru. Kromě podúlohy b) lze všechny podúlohy vyřešit nezávisle na orientaci kvádru. Ačkoliv v textu není přímo specifikováno, které stěny jsou podstavami kvádru, je možné je přirozeně určit z umístění jednotlivých objektů v pokoji.

2. Tereza se těší na vlastní pokoj a plánuje zařízení v japonském stylu. Své nápady sepsala a nakreslila do obrázku:



Zkontrolujte, zda vše nakreslila správně. Doplňte ano – ne:

a) Pod oknem bude podložka na spaní. ....
b) Na stropě bude měsíc a hvězda. ....
c) Hvězda bude nad podložkou. ....
d) Proti dveřím bude velká ryba. ....
e) Na stěně proti oknu bude šipka. ....
f) Šipka bude ukazovat na dveře. ....

Obrázek 44: Úloha 2 v 2. testu 2015 (Příloha 10)

Závěr

Bakalářská práce se věnovala přijímacím zkouškám z matematiky na osmiletá gymnázia a zkoumala dvě období, ve kterých byly testové sešity připravovány různými subjekty. Zatímco nyní ředitelé škol přijímají žáky z větší části podle výsledku uchazeče u jednotné přijímací zkoušky od CZVV, ještě před pěti lety měly obsah přijímacího řízení plně na starosti školy samotné.

V souvislosti s jednotně zadávanými přijímacími testy bylo cílem práce popsat jejich zavedení, ke kterému došlo během dvou pilotních ročníků. Práce shrnuje závěry, které z pokusného ověřování plynuly pro plošné zavedení nového způsobu přijímacího řízení. Z těch plyne, že organizace jednotných přijímacích zkoušek a společné části maturitní zkoušky stejným subjektem, tedy CZVV, usnadnila přechod na centrálně zadávanou přijímací zkoušku. Rozsah znalostí požadovaných po uchazečích je stanovený učivem 1. stupně podle RVP pro ZV a zároveň je vymezená nezastupitelná role otevřených úloh v přijímacím testu z matematiky. Ty musí tvořit alespoň 50 % bodového hodnocení z celkových 50 bodů, tento podíl byl ovšem následně zvýšen až na 66 %. Široce otevřenou úlohou přitom ve většině testů zůstává jen úloha konstrukční.

Na základě obsahové analýzy dostupných testů byla na vybraných úlohách demonstrována specifika jednotlivých zadání, přičemž u některých byla představena efektivnější metoda výpočtu, která vede k časové úspoře při řešení testu. U konstrukčních úloh byla v posledních publikovaných testech pozorována tendence zadávat jednotlivé podúlohy tak, aby na sebe přímo nenavazovaly. Častěji se setkáváme také se zadáními konstrukčních úloh, která vedou k více možným řešením a která popisují spíše vlastnosti hledaného objektu než jednotlivé kroky konstrukce.

Dalším cílem bylo na případové studii osmiletého gymnázia rozebrat formu a obsah školních přijímacích zkoušek z matematiky před rokem 2017. Ty nebyly ve srovnání s CZVV tak formálně svázané, uchazeči například zapisovali své řešení přímo do testového sešitu, a gymnázium tedy vůbec nepracovalo se záznamovými archy. Kromě toho se ve školních přijímacích testech objevují otevřené úlohy častěji než u testů CZVV. Naopak na rozdíl od CZVV žáci neznali bodování jednotlivých úloh při řešení testu. Příklad zadávaných konstrukčních úloh poukazuje na odlišné požadavky týkající se směru označení vrcholů geometrických útvarů, a tedy možný odlišný počet odpovídajících řešení takového zadání.

Jednotně zadávané testy od CZVV se týkají téměř všech uchazečů o studium na osmiletých gymnáziích (výjimku tvoří školy s talentovou zkouškou mimo gymnázia se sportovní přípravou) a žáci mohou ke své přípravě využít volně dostupných testových sešitů publikovaných na webových stránkách CZVV. Je také vhodné se v přípravě na přijímací zkoušky věnovat správnému způsobu zápisu do záznamového archu. Řešení testů z minulých let může pomoci také k odhalení případných odlišností v testech CZVV od běžných konvencí, které žák využívá v rámci studia na své základní škole.

Zpracování bakalářské práce mě vedlo k hlubší analýze jednotlivých testů zadaných během obou popisovaných období a k promyšlení jejich vztahu k příslušným vzdělávacím programům. Ze studia tohoto tématu dále plyne, že znalost testovaného učiva je pouze jedním z aspektů, který vede k úspěšnému složení přijímací zkoušky, nedílnou součástí je totiž v případě jednotných přijímacích zkoušek i výše zmíněný správný zápis do záznamového archu. Pro vlastní výukovou praxi si proto odnáším i nutnost vést uchazeče o studium na osmiletých gymnáziích k pečlivému seznámení se s formálními pokyny testového sešitu.

Seznam použitých informačních zdrojů

BYČKOVSKÝ, Petr a ZVÁRA, Karel, 2007. *Konstrukce a analýza testů pro přijímací řízení.* Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta. 79 s. ISBN 978-80-7290-331-3.

CZVV [Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání], 2017. *Specifikace požadavků pro jednotnou přijímací zkoušku v přijímacím řízení na střední školy v oborech vzdělávání s maturitní zkouškou* [online]. [cit. 16.4.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/specifikace-pozadavku/JP17_Specifikace_pozadavku_MA.pdf.

CZVV [Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání], 2018. Souhrnná závěrečná zpráva. *Jednotné přijímací zkoušky do oborů vzdělávání s maturitní zkouškou* [online]. [cit. 22.6.2020]. Dostupné z: https://data.cermat.cz/files/files/JPZ/JPZ2018_zaverecna_zprava.pdf.

CZVV [Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání], 2019. Souhrnná závěrečná zpráva. *Jednotné přijímací zkoušky do obor vzdělání s maturitní zkouškou 2019* [online]. [cit. 22.6.2020]. Dostupné z: https://data.cermat.cz/files/files/JPZ/Souhrnna_zaverecna_zprava_JPZ2019.pdf.

Česká školní inspekce, 2017. *Koncepce mezinárodní šetření TIMSS 2015* [online]. [cit. 12.5.2020]. Dostupné z: https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/PDF_el._publikace/Mezin%c3%a1rodn%c3%ad%20%c5%a1et%c5%99en%c3%ad/Koncepce_TIMSS_2015.pdf.

Česká školní inspekce, 2019. *Publikace s uvolněnými úlohami z mezinárodního šetření TIMSS* [online]. [cit. 11.5.2020]. Dostupné z: https://www.csicr.cz/Csicr/media/Prilohy/PDF_el._publikace/Mezin%c3%a1rodn%c3%ad%20%c5%a1et%c5%99en%c3%ad/Publikace-k-uvolnenym-uloham-TIMSS-2015_upr_2019_web.pdf.

GONDA, Dalibor a EMANOVSKÝ, Petr, 2018. Riešenie matematických úloh s kreativitou a porozumením. *Učitel matematiky*. Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. 2018, ročník 26, Sv. 1 (106), s. 12–14. ISSN 1210-9037.

JEŘÁBEK, Jaroslav a TUPÝ, Jan, 2017. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* [online]. Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy. [cit. 12.5.2020]. Dostupné z: http://www.msmt.cz/file/43792/.

JEŘÁBEK, Jaroslav a TUPÝ, Jan, 2005. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze. 92 s.

JEŘÁBEK, Jaroslav a kolektiv, 2001. *Vzdělávací program základní škola*. Praha: Fortuna. 344 s. ISBN 80-7168-595-X.

KALHOUS, Zdeněk a OBST, Otto, 2002. *Školní didaktika.* Praha: Portál. 447 s. ISBN 80-7178-253-X.

Společnost učitelů matematiky JČMF [Jednota českých matematiků a fyziků], 2014. *Stanoviska a vyjádření* [online]. 3.12.2014. [cit. 18.6.2020] Dostupné z: https://suma.jcmf.cz/suma/stanoviska/.

Zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon). [online]. 2004. [cit. 14.4.2020]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/dokumenty-3/skolsky-zakon-ve-zneni-ucinnem-od-11-7-2020

ZÍKA, Jiří, 2015. *Souhrnná závěrečná zpráva*. Pilotní ověřování organizace přijímacího řízení do oborů vzdělání s maturitní zkouškou s využitím centrálně zadávaných jednotných testů. [online]. Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, 2015. [cit. 16.4.2020]. Dostupné z: https://dokumenty.cermat.cz/Sdilene%20dokumenty/P%C5%98IJ%C3%8DMAC%C3%8D%20%C5%98%C3%8DZEN%C3%8D/Souhrnn%C3%A9%20zpr%C3%A1vy/Souhrnn%C3%A1%20zpr%C3%A1va%20-%20POP%C5%98%202015%20a%202016/2015/POPR2015-souhrnn%C3%A1%20zpr%C3%A1va-FIN.pdf.

ZÍKA, Jiří, 2016. *Souhrnná závěrečná zpráva*. Pokusné ověřování organizace přijímacího řízení do oborů vzdělání s maturitní zkouškou s využitím centrálně zadávaných jednotných testů [online]. Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, 2016. [cit. 12.5.2020]. Dostupné z: https://dokumenty.cermat.cz/Sdilene%20dokumenty/P%C5%98IJ%C3%8DMAC%C3%8D%20%C5%98%C3%8DZEN%C3%8D/

Souhrnn%C3%A9%20zpr%C3%A1vy/Souhrnn%C3%A1%20zpr%C3%A1va%20-%20POP%C5%98%202015%20a%202016/2016/POPR2016_souhrnna_zprava_final.pdf.

ZÍKA, Jiří, 2017. *Souhrnná závěrečná zpráva*. Jednotné přijímací zkoušky do oborů vzdělání s maturitní zkouškou [online]. Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, 2017. [cit. 22.6.2020]. Dostupné z: https://data.cermat.cz/files/files/JPZ/JPZ2017-zaverecna_zprava.pdf.

Seznam citovaných jednotných přijímacích testů

CZVV [Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání], 2015. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Ilustrační test. [cit. 18.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/MA5_jaro_2015_DT_ilustracni.pdf.

—, 2015. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Řádný test. [cit. 18.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/MA5_jaro_2015_DT.pdf.

—, 2015. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Záznamový arch. [cit. 23.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/MA5_jaro_2015_ZA.pdf.

—, 2016. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Ilustrační test. [cit. 18.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/MA5_jaro_2016_DT_ilustracni.pdf.

—, 2016. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Řádný test. [cit. 3.7.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/M5PZD16C0T01_Didakticky-test.pdf.

—, 2017. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Ilustrační test. [cit. 18.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/MA_IT_JPZ17_osmileta_testovy-sesit.pdf.

—, 2017. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Řádný test I. [cit. 18.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/MA_2017_5_A.pdf.

—, 2017. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Řádný test II. [cit. 18.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/MA_2017_5_B.pdf.

—, 2018. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Ilustrační test. [cit. 18.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/DT_M5_8_lety_obor.pdf.

—, 2018. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Klíč správného řešení. [cit. 13.7.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/KSR_M5_8_lety_obor.pdf.

—, 2018. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Průvodce řešením. [cit. 22.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/M5PAD18C0T01_reseni_final_ZA.pdf.

—, 2018. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Řádný test I. [cit. 22.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/M5PAD18C0T01_zadani.pdf.

—, 2018. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Řádný test II. [cit. 18.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/MA_2018_5_B.pdf.

—, 2019. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Ilustrační test. [cit. 22.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/JPZ2019_IT_MA_8leta_test_M5PID19C0T01.pdf.

—, 2019. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Řádný test II. [cit. 22.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/jednotna-prijmaci-zkouska/2019/MAT-8GYM-didakticky-test-2term.pdf.

—, 2020. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Ilustrační test. [cit. 18.6.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/IT_2020/M5PID20C0T01_ilustracni_test_2020_5_testovy_sesit.pdf.

—, 2020. *Jednotná přijímací zkouška.* [online]. Průvodce řešením. [cit. 2.7.2020]. Dostupné z: https://prijimacky.cermat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/8lete-mat/IT_2020/M5PID20C0T01_reseni_final.PDF.

Seznam příloh