

D. Pacák: Parameter Estimation in Stochastic Differential Equations

Diplomová práce navazuje na články, které jsem publikoval s J. Pospíšilem [19], P. Křížem [16] a některé další práce (odkazy na seznam literatury v práci). Jde v ní o odhad parametru v driftu pro lineární stochastické diferenciální rovnice, v nichž je řídicí proces gaussovský šum Volterrova typu. Tyto objekty rozšiřují pojem Ornstein – Uhlenbeckova procesu standardního i frakcionálního a základní výsledky o stochastické integraci, umožňující je studovat byly publikovány v posledních letech mj. P. Čoupkem (viz [7], [6]).

V práci šlo o to, odvodit výsledek o ergodicitě stacionárního i obecného řešení příslušné rovnice analogicky jako v [19], kde je to provedeno pro frakcionální Brownův pohyb a tohoto výsledku pak využít k důkazu silné konzistence momentových odhadů (za příslušných podmínek identifikovatelnosti, které měly být nalezeny).

Toto zadání bylo jasně splněno. Důkaz ergodických výsledků je poměrně netriviální (i když analogický jako obdobný důkaz v [19]). Přitom se ukázalo, že máme-li v rovnici jediný zdroj šumu, potřebné podmínky k tomu, aby celá teorie procházela, si vynucují, že řídicí proces musí už nutně být frakcionální Brownův pohyb. Pro odhad parametru bychom tak nedostali nic moc nového. Autor proto uvažoval jako řídicí člen smíšený Volterrovský proces. Tento proces byl v posledních letech využíván např. ve finanční matematice, protože umožňuje definovat „frakcionální“ analogii trhu bez arbitráže (tím se však diplomová práce nezabývá). Pro tento smíšený model pak byl odvozen příslušný momentový estimátor a podmínky jeho silné konzistence.

Práce je rozdělena do čtyř kapitol. Kapitola 1 je shrnutím známých výsledků o rovnicích s Volterrovským šumem, převážně na základě prací 7 a 6. V kapitole 2 je prezentována věta o existenci stacionárního řešení a dokázány potřebné ergodické výsledky, jak uvádím výše. V kapitole 3 jsou tyto zobecněny na případ smíšeného Volterrova procesu. Kapitola 4 se pak zabývá vlastním odhadem parametru.

Technicky vzato, velká část práce je tvořena novými výsledky – sekce 2.3 -ergodicita, kapitola 3 – rovnice se smíšeným šumem (v těchto případech, jak bylo výše zmíněno, dokázána tvrzení a postupy jsou dost analogická dříve známým speciálním případům, na druhé straně autor v některých větvích zjednodušil či pozměnil důkazy, protože původní zdroje pracovaly s nekonečně-rozměrnými procesy). Zejména pak je nová kapitola 4 a výsledky o odhadu parametru pro smíšený proces.

Kolega Pacák postupoval v práci samostatně, byť jsem mu poskytl některé návody či doporučení. Kapitola 4 má podle mého názoru potenciál pro případnou publikaci, musela by však být podstatně rozšířena. Práci doporučuji uznat jako diplomovou.