Oponentský posudek diplomové práce

Parameter Estimation in Stochastic Differential Equations

Daniela Pacáka

Autor se v práci zabývá stochastickými diferenciálními rovnicemi řízenými Volterrovým procesem a odhadem parametru posunutí. Práce úzce navazuje na předchozí výsledky vedoucího.

Název práce trochu klame, neboť těžiště práce je spíše v odvození existence řešení stochastické diferenciální rovnice a jeho vlastností. Samotnému odhadu je věnována jen poslední kapitola, ke které se dostanu později.

V první kapitole je čtenář seznámen s Volterrovými procesy a s konstrukcí integrálu (deterministické funkce) vzhledem k těmto procesům. Druhá kapitola je věnována speciální stochastické diferencíální rovnici, existenci jejího řešení a vlastnostem řešení, zejména stacionaritě a ergodicitě. Výsledky druhé kapitoly jsou zobecněny ve třetí kapitole nahrazením jednorozměrného Volterrova procesu jeho vícerozměrnou variantou. Konečně čtvrtá kapitola je věnována odhadu jednorozměrného parametru posunutí.

Několik připomínek k jednotlivým kapitolám. Kapitola 1 vychází ze známé literatury, což je řádně uvedeno a ocitováno. Jejím úkolem je seznámit čtenáře s Volterrovými procesy a s konstrukcí integrálu.

(1) Na straně 4 dole je definována funkce $R(s_1, t_1, s_2, t_2)$ a o dva řádky níže je napsáno „we set $R(\cdot) := \ldots$“. Jsou tedy obě definice totožné?
(2) Poněkud nesedí Hardyova-Litlewoodova nerovnost a důkaz věty 2. Pokud opravdu $q = p/(1-\beta p)$, pak v důkazu věty 2 máme $\beta = 2\alpha$ a $p = 2/(1-2\alpha)$. Při počítání q na straně 8 nahoře se pak dostaneme k výsledku $q = 2/(1-6\alpha)$. Kde je chyba?
(3) Liší se nějak $\|\cdot\|_{\mathcal{D}}$ a $\|\cdot\|_{\mathcal{D}(\mathbb{R};\mathbb{R})}$?
(4) V definici dole na straně 8 je nesoulad v argumentech definované $f*$, když se požaduje $t \in (s, t]$.

Kapitola 2 obsahuje kromě věty o existenci a jednoznačnosti řešení speciální stochastické diferenciální rovnice také podmínky pro stacionaritu a ergodicitu řešení.

(1) Které výsledky či důkazy jsou samoztatnou prací autora?
(2) Jaké jsou v lemmatu 6 předpoklady na proces B. Důkaz se omezuje na převzaté tvrzení pro frakcionální Brownův pohyb s tím, že pro „obecný případ“ je důkaz jen obměnou. Co je tím „obecným“ případem?

Ve třetí kapitole je situace z druhé kapitoly rozšířena na směs difúzí, kde uvažujeme p nezávislých m-rozměrných Volterrových procesů. V první části jsou uvažované Volterrovy procesy s obecně různými regularitami α_i. Od části 3.1 se mi však zdá, že je předpokládáno $\alpha_i = \alpha$ pro všechna i. Nebo je tomu v části 3.2 jinak?

Poslední kapitola se věnuje odhadu parametru. Jde o velmi specifický model, což je dáno studovanou rovnicí. O řídícím procesu je ovšem také nutno předpokládat více, nakonec se ukáže, že musí jít o frakcionální Brownův pohyb.

(1) Používátete odhad momentovou metodou. Nedal by se, vzhledem k předpokladu gaussovského procesu, uvažovat také o maximálně věrohodném odhadu?
(2) V důkazu lemmatu 8 používáte argument, že z nenulovosti a symetrie matice Q plyne, že musí existovat dvojice $k < l$ taková, že $Q_{kl} \neq 0$. Tato implikace ale obecně neplatí.
(3) Na straně 36 v důkazu věty 23 vycházíte z toho, že každá kovarianční matice je pozitivně semidefinitní. To obecně není pravda, kovarianční matice může být i negativně definitní, případně indefinitní. Nebo kovarianční maticí rozumíte varianční matici? Matice na řádku 9 zdola na straně 36 však není varianční matice.
(4) Jak byste byl schopen použít vzorec na třetím řádku na straně 37 pro odhad parametru, když v praxi je nemožné uvedený integrál spočítat?
(5) Je škoda, že přes (vynucený) předpoklad gaussovskosti jste se nepokusil o nědvození (asymptotické) normality odhadu.

Práce jistě splnila zadání a přes uvedené výtky ji považuji za vyhovující standardům diplomové práce. U obhajoby doporučuji zdůraznit vlastní vklad autora a vysvětlit ty z výše uvedených bodů, které nelze brát za překlep či formulační nedostatek.

Doporučuji tuto práci **uznat za diplomovou práci** pro obor Pravděpodobnost, matematická statistika a ekonometrie.

Daniel Hlubinka
Ve Zbraslavi 18. srpna 2020