

STANOVISKO K DIZERTAČNÍ PRÁCI A VYJÁDRĚNÍ KE STUDENTOVI

Název: Kompaktní moduly nad nesingulárními okruhy

Autor: Mgr. Peter Kálnai

Dizertační práce sestává ze tří publikovaných článků, z nichž dva jsou společné a jeden samostatný, dále z jednoho společného preprintu, který je momentálně zasláný do recenzního řízení, a úvodního souhrnu prezentovaných výsledků.

První dvě kapitoly se zabývají řešením obdobného problému jednak v kategorii modulů a poté obecně v kontextu abelovských kategoriích. Jedná se otázku, za jakých podmínek je třída objektů kompaktních vzhledem ke kovariantnímu funktoru Hom uzavřena na všechny součiny. Vzhledem k tomu, že je kompaktnost zobecněním konečné generovanosti, kterou v kategoriálním jazyce často nahrazuje, není jistě překvapivé, že je podmínka uzavřenosti na součiny splnitelná jen pro třídy okruhů blízkých velmi specifické, byť dobře popsané třídě samo-injektivních nesingulárních okruhů, respektive abelovských kategorií, které jsou svou strukturou blízké kategorii modulů nad takovými okruhy. Konstrukce třídy příkladů potom navíc závisí na modelu teorie množin, konkrétně na předpokladu neexistence silně nedosažitelného kardinálu. Podstatnou částí druhé kapitoly je nalezení dalších podmínek charakterizujících obecné (relativně) kompaktní objekty a některých kategorií, v nichž pojmy kompaktnosti a konečné generovanosti splývají

Třetí kapitola je věnována souvislostem Kötheho domněnky o neexistenci jednostranného nil ideálu za předpokladu neexistence oboustranného nil ideálu a struktury samo-injektivních von neumannovsky regulárních okruhů. Hlavním výsledkem této části dizertační práce je existence spočetného protipříkladu ke Kötheho domněnce jako podokruhu jednoduchého samo-injektivních von neumannovsky regulárního okruhu za předpokladu, že Kötheho domněnka neplatí. Samotný letitý problém sice tato konstrukce neřeší, ovšem dobře prozkoumaná struktura samo-injektivních von neumannovsky regulárního okruhů vzbuzuje jistou naději, že by předvedená konstrukce mohla k řešení problému přispět.

Závěrečná část práce se zabývá variantou Lazardovy domněnky, která souvisí možností aproximace pozitivního řešení Kötheho domněnky, již se zabývá třetí kapitola. Hlavním výsledkem je ekvivalentní popis podmínky pro ideál I obsažený v Jacobsonově radikálu, že pro všechny projektivní moduly P plyne z předpokladu konečné generovanosti faktoru P/PI nutně konečná generovanost modulu P .

Peter své výsledky prezentoval na několika konferencích (přednášel například na Conference on Rings and Polynomials, 2016, ve Štýrském Hradci v Rakousku) a vedle vědecké práce se v průběhu studia aktivně věnoval recenzní činnosti (pro AMS Mathematical Reviews/MathSciNet) a podílel se na výuce na KA.

Na základě dosažených výsledků vřele doporučuji, aby byla předložené práce uznána jako doktorská dizertace a Peteru Kálnaiovi byl udělen titul Ph.D.

Jan Žemlička
Katedra algebry
6.5.2020