

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘKÉ PRÁCE

Název: Dvojvýberový Wilcoxonov test v prípade existencie zhôd

Autor: Filip Kulla

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Bakalárska práca študenta Filipa Kullu sa venuje dvojvýberovým Wilcoxonovým testom a špeciálne problematike testovania v prípade existencie zhôd v združenom náhodnom výbere – tzv. ‘ties’. Samotná práca je koncipovaná do štyroch kapitol a doplnená je o dodatok s niekoľkými teoretickými podrobnosťami a odvodeniami. V prvej kapitole autor popisuje štandardny dvojvýberový Wilcoxonov test, ktorý predpokladá, že k zhodám v združenom výbere nedochádza (resp. zhody nastávajú s nulovou pravdepodobnosťou). Druhá kapitola sa venuje všeobecnejšiemu prípadu, keď sa zhody vyskytujú s nenulovou pravdepodobnosťou. Tretia kapitola dopĺňa niektoré teoretické vlastnosti pre variantu testu so zhodami a vo štvrej kapitole sú stručne porovnané empirické vlastnosti – konkrétne dosiahnutá empirická hladina testov v oboch prípadoch.

Z matematického hľadiska obsahuje práca podrobné a detailné odvodenie testových štatistík, vyjadrenie vzájomných vzťahov s Mann-Whitneyho testom, konkrétne prípady presného rozdelenia testových štatistík, ale aj odvodenie asymptotickej normality za platnosti nulovej hypotézy. K odvodeniu asymptotických vlastností sú využité znalosti z oblasti tzv. U-štatistík. Samotné teoretické odvodenia sú bez zásadných chýb a nedostatkov, namietať sa dá časté prospektívne odkazovanie, občasné používanie nezavedeného značenia, prípadne niektoré chýbajúce/neúplné/nesprávne, ale podstatné informácie (napr., niečo platí skoro isto, niečo konverguje za platnosti nulovej hypotézy, niečo platí iba za určitých podmienok a niečo, pri danej formulácii, nie je pravda vôbec).

Z formálneho hľadiska mi osobne v práci chýba trochu viac snahy pri vysvetlení/popísaní jednotlivých medzikrokov, prípadne konkrétna interpretácia používaných veličín a dosiahnutých výsledkov. Výrazne by to pomohlo plynulejšiemu čítaniu celej práce.

Aplikačnú časť – simulačnú štúdiu – považujem na najslabší faktor celej práce. Pôsobí na mňa zbytočne stručne, ale hlavne, pre účely porovnania empirických vlastností dvoch variant Wilcoxonovho testu – testu bez zhôd a testu so zhodami – by som vyžadoval simulačnú štúdiu v ktorej bude autor priamo kontrolovať celkovú proporciu výskytu zhôd. Namiesto toho autor kontroluje rozptyl, ktorý má síce vďaka zaokrúhľovaniu priamy vplyv na celkový výskyt zhôd, ale ich počet je v jednotlivých prípadoch náhodný a nekontrolovaný ani nereportovaný. Taktiež mi chýba porovnanie vzhľadom k empirickej sile testu.

Z celkového hľadiska považujem túto prácu za ideálnu a samotné vypracovanie za kvalitné a veľmi dobré. Formálna úprava, formulácia matematického aj nematematického textu je na dobrej úrovni a použité zdroje sú riadne uvedené. Práca obsahuje drobné nedostatky, bez zásadných teoretických chýb. Práca spĺňa predpoklady požadované MFF na bakalársku prácu a doporučujem komisii prácu uznať.

PŘIPOMÍNKY & POZMÁMKY

- Retrospektívne odkazovanie používané v práci nepôsobí dobre a z formálneho hľadiska je nesprávne. Dodatok by mal byť správne uvedený ako dodatok (napr. pomocou príkazu `\appendix` v \LaTeX -u), nie ako samostatná (naväzujúca) kapitola. Namiesto odkazu na "vetu 12 zo sekcie 5.1" by sa tak jednalo o odkaz na "vetu A.1 v Dodatku 1" (na str. 4, ale aj ďalších), čo sa už

dá považovať za korektné značenie. Dovolil by som si argumentovať aj proti názvom niektorých kapitol/podkapitol (názov “Odvodenie σ_{10}^2 z vety 5” mi príde ako hodne neštandardný).

- ❑ Symboly $\theta, \sigma_{10}^2, \sigma_{01}^2$ na str. 5 by mali byť formálne definované. Taktiež nie je úplne jasné (resp. v texte to nie je vysvetlené), čo sa rozumie pod zápisom $F(Z_i-)$, $F_X(Y_1-)$ alebo $F_X(y-)$. V práci tiež chýba definícia R_i (str. 17). Taktiež by mohlo byť explicitne jasné, že v niektorom výraze sa odpočíta stredná hodnota a výraz sa vydolí odmocninou z rozptylu (inak povedané, napr. na str.4, by logicky správne malo Tvrdenie 1 predchádzať rozhodovaciemu kritériu, ktoré je uvedené o niečo skôr). Analogická pripomienka by sa týkala aj niektorých ďalších výrazov na iných stranách.
- ❑ Str.4: Testová štatistika W_X nadobúda hodnoty $n(n+1)/2, \dots, nm + m(m+1)/2$.
- ❑ Väčšina konvergencií v distribúcii uvedených v práci platí za platnosti nulovej hypotézy. Táto informácia chýba napr., v priebehu dôkazu Vety 3.
- ❑ Pod pojmom “empirická distribučná funkcia Z ”, kde Z je náhodný výber (resp. náhodný vektor), by som si predstavil inú funkciu, než je uvedená v Defínícii 4.
- ❑ Spôsob prevedenia simulácii podľa mňa nie je najvhodnejší pre zadaný problém. Očakával by som, že simulácie budú zisťovať vplyv narastajúceho počtu zhôd na empirickú hladinu testu a že proporcia vyskytujúcich sa zhôd bude v simuláciach explicitne kontrolovaná autorom. Namiesto toho, pomocou kontroly rozptylu, autor síce docielil v simuláciach splnenie prvej časti predchádzajúcej vety, ale odpoveď na to, aký je explicitný vplyv celkového počtu zhôd na dosiahnutú hladinu testu, čitateľ v práci nenájde. Zároveň mi trochu chýba zisťovanie vplyvu na dosiahnutú silu testu, ktorú by som tak nejak automaticky pri podobnej simulácii očakával.

OTÁZKY

- ❑ V práci sa niekoľkokrát objavuje (v rôznych obmenách) nie celkom štandardný výraz

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{F}(Z_i) \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{P} EF(Z_i).$$

Nepodstatná námietka je ohľadom výskytu indexu i v limitnom výraze $EF(Z_i)$. Osobne si myslím, že prehľadnejšie a vzhľadom k značeniu aj korektnejšie, by bolo použiť napr. výraz $EF(Z^*)$, kde Z^* ma rovnaké rozdelenie ako Z_1, \dots, Z_N a je s nimi nezávislé.

Ako by ale autor interpretoval limitnú hodnotu $EF(Z_i)$? Ako táto hodnota vyzerá pre prípad, že Z_i má spojité rozdelenie, resp. diskrétno rozdelenie?

- ❑ Aký je teda formálny záver tretej kapitoly? Čo autor ukázal a aká je interpretácia výsledku?

Praha, 17.06.2020


Matúš Maciak
maciak@karlin.mff.cuni.cz