Posudek oponenta

Název práce: Prostor-vyplňující křivky
Autor: Lydia Ceháková

Shrnutí:

Jak název napovídá, práce seznamuje čtenáře s křivkami vyplňujícími prostor. V krátkém úvodu o křivkách jsou kromě Cantorovy bijekce, kterou dále v teorii potřebujeme, uvedeny různé koncepty pojetí křivky a jejich stručný historický vývoj. Ve druhé kapitole jsou představeny některé prostor-vyplňující křivky, kde hlavní pozornost je věnována Hilbertově a Peanově křivce. Pro tyto dvě křivky je dokázána jejich nediferencovatelnost. Na konci kapitoly se pak autorka v rychlosti zabývá i prostor-vyplňujícími křivkami ve 3D.

Práce je napsána velmi pěkně, je vhodně doplněna názornými obrázky, které pomáhají čtenáři s vybudováním představy o popsaných křivkách. Rovněž použité zdroje jsou hojně a správně citovány. Přesto se v textu objevily nepřesnosti. Některé z nich uvádím v následující sekci.

Konkrétní připomínky:

- str. 4, věta (Cantorova-Bernsteinova): V odkazu na tuto větu není uvedena strana, i když v dalších odkazech autorka strany uvádí. Bylo by vhodné mít formu odkazu sjednocenou.
- str. 10, úmluva 2: V posledním bodu má být $b \in \mathbb{R}$, nikoliv $b \in \mathbb{R}^2$.
- str. 11, obecná kostrukce křivky: Není spíše $\mathrm{diam}(\mathcal{F}_n(I_n)) = \frac{\sqrt{2}}{2^n}$?
- str. 11, 3. krok: Skutečně přiřazuje zobrazení f subčtverec subintervalu? Z předchozího textu se zdá, že f zobrazuje body z intervalu $[0,1]$ na body čtverce $[0,1]^2$ a subčtverce subintervalu přiřazují zobrazení F_n.
- str. 15, Aritmetické vyjádření: V posledním odstavci se hovoří o orientaci čtverců, ale tento pojem je vysvětlen až na další straně.

- str. 18, první dva řádky: Autorka píše, že v předchozích odstavcích je popsán způsob, jak získat Hilbertovu křivku. Ve skutečnosti v této části píše o orientovaných čtvercích a způsob získání Hilbertovy křivky zde není přesně uveden.

- str. 22, 23: Na straně 22 je použit pojem ternární soustava, na straně 23 trojková soustava. Bylo by lepší terminologii sjednotit.

- str. 25, první odstavec: Ačkoliv se tato část nazývá "Důkaz vlastnosti zobrazení", odstavec hovoří o jiné definici zobrazení f_p. To působí trochu zmateně.

- str. 25, popis obrázku 2.13: Z popisu se zdá, že iterujeme zobrazení f_n, z dalšího textu však plyne, že f_n je iterací zobrazení f. Jednotlivá zobrazení f_n zde nejsou přesně definována.

- str. 25, definice 6: Subčtverce $\mathcal{Q}_n$ jsou definovány na straně 10 pro Hilbertovu křivku. Pro Peanovu křivku by je chtělo zadefinovat jinak.

- str. 27, první odstavec: Ukázali jsme, že $f([0,1])$ je uzavřená a hustá v $[0,1]^2$, ale chceme použít následující lemma, které předpokládá kompaktnost $f([0,1])$. Fakt, proč je $f([0,1])$ kompaktní, by chtělo okomentovat.

- str. 33, poznámka pod čarou 39: Uvedená podmínka lze zjednodušit na $0 < a < 1, ab \geq 1$.

- str. 34, důkaz věty 7: t_n nepředstavuje posloupnost vnořených intervalů, jak je zde uvedeno, ale posloupnost reálných čísel. Dále autorka uvádí, že $\lim_{n\to\infty} t_n = s$, kde $s \in [0,1]$. Z předchozích řádků ale plyne, že $\lim_{n\to\infty} t_n = t$, kde t je zvoleno hned na začátku důkazu. K důkazu uvedené věty potřebujeme, aby $\lim_{s\to t} \left|\frac{\varphi_h(s)-\varphi_h(t)}{s-t}\right| = \infty$, nikoliv aby $\lim_{t\to s} |\varphi_h(t)| = \infty$.

- str. 34, důkaz věty 8: Neměl by rozvoj čísla x_n pokračovat dál, jak je tomu u rozvoje čísla x?

- str. 37, třetí odstavec: Autorka píše, že počet různých lomenic převyšuje 1500. Bylo by pěkné k této části uvést odkaz na literaturu.

Závěr:

I přes uvedené nepřesnosti se práce dobře čte a probíraná teorie je velmi pěkně vysvětlena. Právě způsob, jak srozumitelně je autorka schopna vysvětlit tuto ne zcela triviální teorii, považuji za hlavní přínos této práce. Práci doporučuji uznat jako závěrečnou práci a navrhuji ji hodnotit známkou výborně.

RNDr. Jakub Staněk, Ph.D.
V Praze, dne 17.6.2020