

# Posudek vedoucího na bakalářskou práci

**Autorka: Lydia Ceháková**

Název práce: *Prostor-vyplňující křivky*

---

Bakalářská práce slečny Cehákové se zabývá takzvanými prostor-vyplňujícími křivkami (často též: Peanovými křivkami; anglicky *space-filling curves*) a klade si za cíl čtenáře s přiměřenou matematickou erudicí seznámit se základy této zajímavé problematiky.

Prostor-vyplňující křivku lze interpretovat jako spojitou trajektorii, která v konečném čase navštíví jeden každý bod předem daného čtverce v rovině (resp. krychle v prostoru atd.). Jelikož je tato myšlenka v rozporu s přirozenou intuicí o křivkách jakožto jednodimenzionálních objektech nulového obsahu (resp. objemu), považuji za velmi vhodný autorčin nápad první kapitoly práce věnovat stručnému historickému přehledu vývoje chápání pojmu křivky. Je jasné, že jde o komplikovanou problematiku, o níž lze napsat celé knihy, a jedna kapitola v bakalářské práci nemůže věc v plné šíři postihnout. Celé knihy o tom ovšem už vznikly dávno a tyto zdroje autorka zcela samostatně vyhledala, prostudovala a podle mě úspěšně zpracovala do stručného přehledu, který dá čtenáři problematiky neznalému aspoň základní představu. Čtenář si tak především jasně uvědomí, že různé definice křivky nemusí být vzájemně ekvivalentní, speciálně pak že prostor-vyplňující křivka je křivkou podle jedné definice, ne však podle jiné.

Hlavní část práce je obsažena v druhé kapitole, která čtenáře postupně seznamuje s principem konstrukce a důkazu. Zde je třeba říci, že zhruba vysvětlit onu krásnou základní myšlenku lze několika způsoby a je to relativně jednoduché; není ale vůbec jednoduché konstrukci křivky popsat tak podrobně, aby pak bylo možné podat korektní důkaz jejích vlastností. Ať si totiž zvolíme kterýkoliv způsob popisu, technické práci se nikdy úplně nevyhneme; nedbáme-li však čtenářova pohodlí, ani to nemusí být příliš obtížné: důkazy jsou ostatně dostupné v odborné literatuře a stačilo by tedy přeložit je do češtiny. Není proto velký problém věc přiblížit srozumitelně (ovšem nepřesně) ani přesně (ovšem zcela nečitelně). Největší výzvou (a zároveň hlavním cílem) této práce podle mého názoru bylo tuto komplikovanou konstrukci podat způsobem přesným *a zároveň* srozumitelným. A já musím vyzdvihnout vytrvalost a trpělivost slečny Cehákové, která se nebránila text znovu a znovu – v mnoha iteracích – upravovat, doplňovat i měnit jeho strukturu, obvykle na základě svých obtížně srozumitelných připomínek psaných přímo do pdf, případně online konzultací. Neodpustím si na tomto místě postesk, že vzhledem k velkému množství komunikace, které při vzniku práce proběhlo mezi autorkou a vedoucím, měla karanténa poměrně znatelný nepříznivý vliv. Výsledek tohoto zdlouhavého procesu je nicméně podle mého názoru kvalitní po stránce matematické i didaktické – zvláště přihlédneme-li k obtížnosti zvoleného tématu.

Zdá se mi, že druhá kapitola by se mohla rozdělit na kapitoly dvě: kromě průvodce myšlenkami Hilbertovy a Peanovy křivky totiž obsahuje i řadu dalších souvisejících zajímavostí, které by mohly být obsahem třetí a poslední kapitoly práce: jiné konstrukce, křivky v dimenzi 3 atd., zejména však část o nediferencovatelnosti. Zajímavým důsledkem všech standardních konstrukcí prostor-vyplňujících křivek je totiž skutečnost, že jejich jednotlivé složky jsou

spojité funkce, které nemají v žádném bodě derivaci, jde tedy o objekty, které jsou zajímavé samy o sobě i z tohoto důvodu a, stejně jako prostor-vyplňující křivky, dost potrápily intuici dobových matematiků.

Nebudu se už více rozepisovat o všech matematických konceptech, které autorka musela zvládnout, aby mohla tuto látku tímto způsobem zpracovat. Dovolím si ale vypíchnout ještě některé další pozitivní věci související s touto bakalářskou prací a které se navíc staly vesměs bez přičinění vedoucích:

- Práce je vysoce kvalitně vysázena v TeXu.
- Štábní kultura je výborná, citace jsou v pořádku.
- Práce je bez pravopisných chyb a je psána dobrou češtinou. (Jak víme, toto bohužel zdaleka není samozřejmostí, tak to zde uvádím.)
- Všechny ilustrace v práci jsou velmi pěkné, významně přispívají k čitelnosti práce a jsou vytvořeny samotnou autorkou. Mnohé z nich jsou v principu převzaty z existující literatury; některé zvláště ilustrativní obrázky jsou však dílem autorky i co do jejich obsahu.
- Autorka zcela samostatně pracovala s mnoha různými kvalitními zdroji, z nichž větší část jsem ani neznal. Základní literatura je výhradně v angličtině, okrajově bylo potřeba čerpat i z některých textů v jiných cizích jazycích.
- Patričná pozornost byla věnována i drobným detailům. Některé obrázky byly upraveny pro zvýšení přehlednosti, volba slov měněna pro lepší propojení textu, jinde se zas hledal nejvhodnější překlad z angličtiny do češtiny atd.

**Závěr:** Jako každý delší text, i tento nepochybně stále má prostor pro zlepšení. Jistě se najdou drobné chyby, které proklouzly. Možná se dá místy najít vhodnější způsob jak to či ono čtenáři podat. Výsledná podoba textu je však podle mého názoru *výborná* a zaslouží si adekvátní hodnocení. Kromě textu samotného je navíc potřeba ocenit, že práce byla v tomto případě opravdu mnohovrstevnatá: kromě vlastní matematické podstaty ještě vydatná práce s odbornou i historickou literaturou na jedné straně, práce s TeXem a softwarem použitým na tvorbu obrázků na straně druhé. S radostí tak mohu říci, že kde práce moje očekávání nepředčila, tam ho přinejmenším naplnila; ve skutečnosti jsem toho názoru, že by se v podstatě (např. po drobném rozšíření) dala obhájit jako práce diplomová.

Martin Rmoutil