

Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy

- posudek vedoucího posudek oponenta
 bakalářské práce diplomové práce

Autor: Oliver Nagy
Název práce: Contour methods in the mathematical theory of phase transitions
Studijní program a obor: Fyzika, Teoretická fyzika (FTF)
Rok odevzdání: 2020

Jméno a tituly vedoucího: doc. RNDr. Miloš Zahradník, CSc.
Pracoviště: Katedra matematické analýzy, MFF UK
Kontaktní e-mail: mzahrad@karlin.mff.cuni.cz

Odborná úroveň práce:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Věcné chyby:

- téměř žádné vzhledem k rozsahu přiměřený počet méně podstatné četné závažné

Výsledky:

- originální původní i převzaté netriviální kompilace citované z literatury opsané

Rozsah práce:

- veliký standardní dostatečný nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Tiskové chyby:

- téměř žádné vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet četné

Celková úroveň práce:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky vedoucího:

Práce je z oboru matematické statistické fyziky zvaného „Gibbsovy stavy v mřížových modelech“ speciálně se zaměřením na tzv. Pirogov–Sinaiovu teorii fázových přechodů. Práce sestává z tří kapitol odlišného charakteru.

Úvodu do Pirogov–Sinaiovy teorie je věnována 2. kapitola práce, kterou bych charakterizoval jako předběžnou versi našeho plánovaného, budoucího společně napsaného úvodního učebního textu pro zájemce o tuto teorii. Dle mého přesvědčení totiž takovýto text dostatečně širě záběru a obecnosti ve světové literatuře dosud chybí. Klíčovým technickým pojmem této teorie, kromě porozumění struktuře základních stavů daného modelu a charakteru výrazných energetických bariér („kontur“) je oddělujících, je pojem „povrchového napětí“, přesněji řečeno schopnost té teorie vyjadřovat rigorózně nejružnější partiční funkce daného modelu s přesností až do „povrchových členů“. Pominu-li jiné, dle mého názoru mnohem méně efektivní metody, tak klíčovým technickým prostředkem Pirogov–Sinaiovy teorie umožňujícím toto rigorózně udělat je tzv. metoda cluster rozvojų (Mayerových rozvojų), která vznikla již dávno v teorii neideálního plynu a hraje samozřejmě v matematické fyzice zásadní roli v mnoha oblastech.

Přesto se zdá, že při studiu těchto rozvojų je dodnes co vyjasňovat, hlavně máme-li na zřeteli budoucí obtížné aplikace (popř. i pro modely s „nulovou masou“) vyžadující velmi pozornou matematickou analýzu příslušných neabsolutně konvergentních — až divergentních — řad, jejichž členy mají dostatečně složitou kombinatorickou strukturu. V daných clusterových sumách je pak vždy velké množství členů stejné absolutní hodnoty a různého znaménka, které se vzájemně anulují až při dostatečně pozorném pohledu.¹ Stručně řečeno, jde tedy o pozornou kombinatoriku členů cluster rozvojų modelů typu „neideální plyn“². Toto je obsahem 1. kapitoly práce, která je hlavní částí diplomky a svou původní motivací částečně tematicky navazuje už i na bakalářskou práci Olivera. Tato kapitola dle mého přesvědčení obsahuje zajímavé nové výsledky či aspoň nové, velmi detailní pohledy na kombinatoriku příslušných rozvojų. Není mi např. známo, zda náš nejdůležitější nový pojem — který jsme postupně vytvořili během naší společné práce — „samo-vyhýbajícího-se stromu“ byl předtím někým zkoumán resp. použit v kontextu podobném tomu našemu. Ukazujeme totiž, že při pozorné práci s cluster rozvojem neideálního plynu zbudou v příslušné sumě právě jen cluster takovéhoho typu „selfavoiding tree“! Což pak vede například k velmi přirozené formulaci identit, nikoliv jen nerovností, zpřesňujících vztahy tradičně někdy zvané Kotecký–Preiss nerovnosti.

Dle mého názoru tento náš společně vyvinutý přístup — který chceme společně později publikovat — nabízí i zajímavá témata pro budoucí numerické experimenty, ať již z hlediska zkoumání struktury velkých selfavoiding stromů poblíž poloměru konvergence dané cluster řady nebo z hlediska numerického zkoumání a přibližného řešení „Kotecký–Preiss identit“.

Závěrečná, 3. kapitola práce se zabývá „exotickými“ Dysonovými modely. Jsou to modely na jedno-rozměrné mříži, které — v důsledku rafinované volby interakcí dalekého dosahu — vykazují fázový přechod. Zde bylo naší ambicí pokusit se o konturový přístup k této problematice. Nejsme první v těchto pokusech, ale věřím, že naše předběžná analýza chování „energetických bariér“ tohoto modelu (jehož kontury musí být definovány tak, aby jednak samy o sobě již představovaly bariery velké energie

¹Což je samozřejmě důležité, hlavně pracujeme-li už poblíž kritického bodu, kde řada přestává konvergovat. Při velmi nízkých teplotách a velmi rychlé konvergenci lze nad tímto problémem do značné míry „mávnout rukou“ tak, jako tomu často bylo při minulých zkoumáních.

²Ovšem ale značného stupně obecnosti, kde „molekulou“ může být např. Isingovská kontura nebo třeba i orientovaný cyklus bodů na mřížce jako při výpočtu determinantu mřížového Laplaciánu

a zároveň jejich vzájemné silové působení musí být již relativně slabší) vede správným směrem a půjde hlouběji, než dosavadní pokusy v literatuře. K tomu, aby kapitola „Dysonovy modely“ mohla v budoucnu patřit mezi aplikace Pirogov–Sinaovy teorie je však třeba ještě vykonat dost práce.

Závěrem shrnu, že předložená diplomka je sice do značné míry výsledkem našeho společného zkoumání ale Oliverův příspěvek k ní je naprosto podstatný. Bez jeho intenzivní spolupráce a iniciativy by výsledky 1. a 3. kapitoly práce nevznikly. V důsledku mého úrazu a následného měsíce v nemocnici jsme nestihli před odevzdáním projednat některé závěrečné detaily textu práce, ale přesto jsem přesvědčen, že jde o vysoce nadprůměrnou práci.

Navrhuji známku výborně.

Práci:

- doporučuji
 nedoporučuji
uznat jako diplomovou.

Navrhuji hodnocení stupněm:

- výborně velmi dobře dobře neprospěl

Místo, datum a podpis vedoucího:

Praha, 29. ledna 2020