

## POSUDEK VEDOUCÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Autor práce	<i>Eliška Termerová</i>
Název práce	<i>Překládání papíru a jeho využití v geometrii a algebře</i>
Autor posudku	<i>doc. RNDr. Nad'a Vondrová, Ph.D.</i>

**Cíle (stanovení, splnění, reflexe splnění)**

Cílem práce bylo shromáždit na jednom místě různé úkoly řešitelné pomocí překládání papíru v matematice, vhodně je klasifikovat a popsat postup, jak je lze překládáním papíru řešit. Překládání papíru považuji za důležité téma, protože jde o jednu z možností, jak ve výuce matematiky použít manipulaci. To může v důsledku u žáků vést k lepšímu porozumění probírané problematice. Cíl se autorce podařilo splnit uspokojivě.

**Obsahové části (úplnost, relevance, řazení)**

Práce je otevřena úvodem, po němž následuje stručné pojednání o problematice origami z technického hlediska (způsob značení, axiomy, typ papíru vhodný na překládání atd.). Jádrem práce je třetí kapitola, v níž jsou postupně představeny úkoly sdružené podle témat a jejich řešení pomocí překládání papíru. Ve většině případů je popis překládání doplněn matematickým zdůvodněním, proč daný vztah platí. Někde to však není a není zdůvodněno, proč důkazy chybí (viz konstrukce pravidelných  $n$ -úhelníků).

Práce je dobře strukturována a úplná v tom smyslu, že obsahuje široké spektrum úkolů a úloh, které se dají v prostředí překládání papíru řešit. Úkoly považuji za vhodně vybrané a potenciálně použitelné na základní či střední škole.

**Odborná část (matematika/didaktika: náročnost, správnost, výstavba, konzistence apod.)**

Oceňuji, že se autorka snažila názorně vysvětlit kroky překládání papíru pomocí obrázků popisujících jednotlivé kroky. Názornost zvyšuje i promyšlené používání různých barev (viz oddíl 3.4 i jinde). Občasný problém je s používáním terminologie pro překládání papíru – např. pro úsečku se používá termín hrana, což je při popisu překládání v pořádku, ale když se dostaneme k matematickému zdůvodnění, pak by přesnější bylo hovořit o úsečce (viz např. s. 45 nahoře). Ovšem práci to neubírá na srozumitelnosti.

Jak již bylo uvedeno, u většiny úkolů se autorka snaží dokázat správnost konstrukcí. Ve většině případů jsou tato zdůvodnění v pořádku. Bohužel se však autorce nepodařilo vyladit všechny důkazy, které v práci představuje. Např. na s. 16 a 17 je proveden důkaz pro konstrukci  $1/3$  úsečky, který není správně (z uvedené rovnosti nemůžeme získat hodnotu  $v$  jako  $1/3$ ). Důkaz na s. 23 se mi nepodařilo projít, zdá se, že tam něco chybí (např. jak byla získána rovnice, kterou autorka dále upravuje?). U Pythagorovy věty by mělo být uvedeno, že se dokazuje jen jeden směr implikace. Důkaz na s. 39 je udělán jen pro konkrétní případ. Na s. 49 je důkaz pro harmonický průměr. V prvním odstavci se při úpravách použije vztah, který se má dokázat, což přirozeně nelze. Rovnost uvedená v 6. řádku tohoto odstavce neodpovídá obrázku. Na s. 52 je v obrázku vyměněno označení bodů  $L$  a  $M$ , takže důkaz neodpovídá obrázku. I pokud si body označíme správně, je důkaz divný. Délka úsečky  $JM$  je ve třetím řádku rovna odmocnině ze tří děleno dvěma a ve čtvrtém řádku odmocnině ze tří. (O trojúhelnících  $ADK$  a  $EGF$  se tvrdí, že jsou totožné – autorka má asi na mysli, že jsou shodné.) Důkaz prakticky nejde zkontrolovat.

Problémy se objevují při označování podobných trojúhelníků. Na s. 16 se píše, že trojúhelníky  $DCE$  a  $ABD$  jsou podobné, ale správně je  $DCE$  a  $DBA$ . Podobně na s. 40, kde je napsáno, že

trojúhelníky  $FGB'$  a  $AFE$  jsou podobné, ale má být  $BGF$  a  $AFE$ . Na s. 20 je špatně uveden vzorec pro  $\cos 3x$  (chybí v něm třetí mocnina u  $\cos$ , ve výpočtu je vzorec použit dobře).

### **Přínos (originalita, použitelnost apod.)**

Práce nepřináší originální výsledky, ale vhodným způsobem shrnuje známé způsoby využití překládání papíru v matematice. Ty mohou být inspirativní pro učitele základní i střední školy.

### **Formální náležitosti (gramatika, styl, typografie, grafické části, odkazy a citace, úprava)**

Z hlediska formálních náležitostí je práce na dobré úrovni. Je přehledná a obsahuje jen velmi malé množství prohrěšků (s. 18 – dvě rovnítka vedle sebe (totéž na s. 20), velké J ve slovu Jsou, i když není na začátku věty, s. 19 – proměnné v oddíle 3.2 nejsou kurzívou (také na s. 49 v prvním řádku), s. 20 – „cos“ je v obrázku kurzívou, s. 45 – překlep „dalčí“, s. 23 – v rovnosti  $a = x + 1$  chybí index 1 u  $a$ , bod  $J$  není obr. 15 vyznačen, s. 39 – zřejmě překlep,  $a$  má vyjít 9 – ve výpočtu je správně použito toto číslo, s. 52 –  $AJm$  místo správného  $AJM$  a chybějící značka velikosti  $JM$  a dalších úseček).

Vzhledem k tématu obsahuje práce značné množství obrázků, které většinou kreslila autorka sama v programu GeoGebra a upravovala v programu GIMP. Obrázky jsou na dobré úrovni. Z velkého množství obrázků pramení i občasné větší prázdné plochy na konci stránky, jimž se nedalo zabránit.

Práce obsahuje menší počet znaků, než je požadováno pro bakalářské práce. Vzhledem k tomu, že se jedná z velké části o obrázky, které jsou přínosné samy o sobě (nemají ilustrativní funkci, ale dokumentují matematické řešení zadaných úkolů), nepovažuji to za problém. Autorka zažádala o snížení počtu znaků studijní proděkanky.

### **Zdroje (reprezentativnost, relevance, použití)**

Velká část zdrojů je internetových, což vzhledem k povaze zkoumané problematiky považuji za přijatelné. Autorka se odvolává i na tištěné zdroje včetně anglicky psaných. Vše je řádně citováno.

**Vyjádření ke shodám v systému Theses:** Žádné podstatné shody – méně než 5 % shody.

**Hodnocení:** Práce splňuje podmínky kladené na bakalářskou práci. Práci doporučuji k obhajobě.

Datum a podpis autora posudku: 6. 1. 2020