UNIVERZITA KARLOVA – PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA MATEMATIKY A DIDAKTIKY MATEMATIKY

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Autor práce	*Eliška Termerová*
Název práce	*Překládání papíru a jeho využití v geometrii a algebře*
Autor posudku	*Mgr. Michal Zamboj, Ph.D.*

Cíle (stanovení, splnění, reflexe splnění)

Autorka se v bakalářské práci věnuje řešení matematických úloh překládáním papíru. Cílem práce je sestavit sbírku různorodých matematických úloh vhodně řešených touto metodou. Autorka v úvodu uvádí, že překládáním papíru je možné přiblížit, lépe pochopit, nebo zjednodušit řešení vybraných úloh. Téma a cíl práce jsou stanoveny vhodně a cíl je splněn s výhradami.

Obsahové části (úplnost, relevance, řazení)

Po stručném úvodu je 2. kapitola věnována historii origami obecně a pak vzhledem k matematickému axiomatickému popisu. Zajímavou částí jsou taky poznámky o historii papíru a jeho vlastnostech vzhledem k probíranému tématu. Jádro práce tvoří 3. kapitola s úlohami, která se dále dělí podle různých typů matematických problémů, např. antické úlohy, obsahy, kuželosečky, sangaku, využití v algebře a další. Výběr a diverzitu úloh považuji obsahově za nejsilnější stránku celé práce.

Odborná část (matematika/didaktika: náročnost, správnost, výstavba, konzistence apod.)

Práce se věnuje elementárním i náročnějším úlohám v netradičním kontextu, její náročnost odpovídá požadavkům bakalářské práce.

Integrální části úloh jsou obrázky s instruktáží, jak překládat papír, povětšině doplněny krokovaným popisem. Oceňuji, že obrázky jsou názorné a popis je sepsán čitelně. Ve většině případů však čísla kroků v popisu a v sekvenci obrázků nesedí (např. str. 20-21, 24-25, 28-29 atd.), a tudíž je pro praktické skládání obtížné souvisle ověřovat jednotlivé kroky.

Z matematického hlediska je zajímavá Huzita-Justinova axiomatická struktura překládání papíru uvedená v části 2.4. Bylo by vhodné uvést, ve kterých částech se axiomy používají a kde už ne. Důležité je to hlavně v antických úlohách, konstruovatelnosti mnohoúhelníku a teorii kuželoseček. Tak například u kvadratury kruhu se použije „obalování“ podél kružnice, v konstrukci šestiúhelníku se stříhá, v konstrukcích elipsy a hyperboly se (narozdíl od paraboly) použije kružnice.

Za nejzásadnější nedostatek práce považuji časté chyby, nesprávné značení, nedotažení a zaplétání se v důkazech. Například:

- 3.1 str. 17, neplatí uvedená rovnost poměrů (místo ED má být CD). Dále, vztah $v = \frac{1}{3}$ nelze získat po úpravě bez doplňující informace $\frac{a}{2} = v + \frac{v}{2}$, která chybí. Stejný fakt je uveden jako jiný důsledek o dva řádky níže. Str. 19, p má být mocnina čísla 2, ne nutně druhá. Bylo by vhodné určit podmínku pro jmenovatel $p + m - n \neq 0$.

- 3.2.2, str. 23, 3. odst. chybně $\alpha = 180° - \delta - 90°$ a dále má být γ místo δ. A níže: „Rovnici dále upravíme“. Kromě toho, že zatím žádná rovnice není vytvořena, neplatí 1. vztah (má být složený zlomek), neplatí 2. vztah (ani z uvedeného ani popřípadě správného dosazení).

- 3.3.3, 3.3.4, str. 28-31, konstrukce pravidelného šestiúhelníku a sedmiúhelníku jsou úplně bez zdůvodnění, zejména u sedmiúhelníku je zdůvodnění i vzhledem k danému kontextu zásadní.
- 3.5.2, 3.5.3, str. 35-36, konstrukce elipsy a hyperboly je uvedena bez zdůvodnění. V konstrukcích se objevuje kružnice (tzv. řídicí kružnice), a tudíž důvod konstrukce není vůbec zřejmý. Zde byl velký potenciál naplnění cílů poukázaním na konstrukci os souměrnosti skládáním papírů a současně na ozřejmění tečnových vlastností kuželoseček.
- 3.6.1, str. 36, Znění Pythagorovy věty je uvedeno ve formě implikace, následný přepis po označení ve formě ekvivalence a dokazuje se dále první implikace.
- 3.6.2, str. 38, není jasné, jaké tvrzení se dokazuje, navíc str. 39 neplatí, že $a = 15$, ale 9 a z uvedeného neplyne, že další trojúhelníky mají celočíselné délky stran.
- 3.8, str. 44, odvození nerovností na str 45 neplatí pro libovolná 2 čísla a a c, např. $a = 1, c = -1$. Dále, uvnitř důkazu konstrukce 3.8.3 se nesprávně použije dokazované tvrzení a poslední vztah $\frac{a}{c} = \frac{x}{y}$ neplatí. Konstrukce kvadratického průměru zcela chybí, definice a odvození je zřejmě navíc.
- 3.9.2, str. 52, značení v textu a obrázku nesedí, místo bodu M má být patrně L, dále na 3. řádku je $JM = \frac{\sqrt{3}}{2}$ a dále uvedeno $JM = \sqrt{3}$. Důkaz se mi nepodařilo celkově rozkódovat. Dále 3.9.3, str. 53, z důkazu plyne, že útvar je kosočtverec, nebo čtverec, chybí ověření pro úhly.

Na druhou stranu se v práci najde několik hezkých a dobře zdůvodněných příkladů (3.2.1 trisekce úhlu, 3.3.2 pravdielný pětiúhelník, 3.4 obsah lichoběžníku, 3.7 využití v algebře, 3.8.2 geometrický průměr, 3.9.1 sangaku konstrukce $\sqrt{2}$, 3.10.3 střed kružnice).

Přínos (originalita, použitelnost apod.) Za přínosný a originální považuji výběr příkladů z různých oblastí matematiky. Příklady s korektní argumentací je možné použít pro prohloubení teorie, nebo řešení matematických úloh.

Formální náležitosti (gramatika, styl, typografie, grafické části, odkazy a citace, celková úprava)

Formálně je práce na velmi dobré úrovni a obsahuje jen nepatrné množství chyb. Obrázky jsou důležitou součásti práce a jsou kvalitně provedené, nedostatkem jsou různé velikosti popisků, někdy téměř nečitelné (např. str. 50). Netradiční (i přes poznámku v úvodu) je značení citací dvěma styly (tištěná a online). U knižních publikací by bylo vhodné doplnit odkazované rozsahy stran.

Zdroje (reprezentativnost, relevance, použití)

Zdroje jsou voleny vhodně. Oceňuji velké množství cizojazyčné literatury. Použití je ve většině případů dobré, někdy (např. 3.10.2, str. 55-57) jde o úplný překlad zdroje, přičemž pro úroveň práce by bylo vhodné několik vztahů podrobně rozepsat.

Další poznámky

Téma práce má velký potenciál, provedení matematických částí však osciluje mezi velmi kvalitními a obtížně rekonstruovatelnými momenty. Obzvlášť vynechání zdůvodnění v některých případech konstrukcí nenaplňuje autorkou stanovený cíl.

Vyjádření ke shodám v systému Theses: Nalezené 3 podobné dokumenty, míra shody méně než 5%.

Hodnocení: Práce je i přes četné připomínky obhajitelná a splňuje požadavky kladené na bakalářskou práci. Práci **doporučuji** k obhajobě.

Otázky k obhajobě:

1. Lze sestrojit kružnici použitím Huzita-Justinovych axiomů?
2. Jaké je zdůvodnění konstrukce harmonického průměru 3.8.3?
3. Odkud víme, že křivka na Obr. 31 je elipsa?

Datum a podpis autora posudku: 02.01.2020