

**Univerzita Karlova
Přírodovědecká fakulta**

studijní program: Aplikovaná geologie



Mgr. Radek Klanica

**Stochastické simulace a modelování v magnetotelurické
metodě**

**Stochastic simulations and modelling in the magnetotelluric
method**

Disertační práce

Vedoucí závěrečné práce: RNDr. Josef Pek, CSc.

Praha, 2019

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje a literaturu. Tato práce ani její podstatná část nebyla předložena k získání jiného nebo stejného akademického titulu.

V Praze, 22.7.2019

Podpis

Poděkování:

Rád bych poděkoval vedoucímu mé disertační práce RNDr. Josefu Pekovi, CSc. za jeho cenné rady, čas a trpělivost při řešení dané problematiky. Dále bych rád vyjádřil vděk Dr. Vrugtovi, autorovi balíčku DREAM, za programové modifikace dle mých přání. V neposlední řadě patří poděkování mé ženě, rodině i přátelům, kteří mě v uplynulých čtyřech letech podporovali v dokončení této práce i celého studia.

Tato práce vznikla za podpory projektu CESNET (LM2015042) financovaných z programu MŠMT Projekty velkých infrastruktur pro VaVal.

Abstrakt

V této práci se zabývám vývojem stochastické obrácené úlohy pro magnetotelurickou metodu v případě 1D/2D izotropní a anizotropní úlohy a její aplikaci na syntetická a reálná data. Magnetotelurická metoda je geoelektrická induktivní metoda, která využívá jako zdroj indukce v Zemi variace přírodního elektromagnetického pole, na základě jejichž zpracování a interpretace dokáže zjistit odpor horninového prostředí až do hloubek desítek kilometrů. Obrácená úloha je v magnetotelurice řešena s cílem určit skutečné rozložení elektrického odporu pod povrchem Země na základě povrchových měření. Běžné metody řešení obrácené úlohy jsou založeny na optimalizaci modelu prostředí s omezením na shodu mezi pozorovanými daty a modelovou odezvou. Naproti tomu stochastické metody jsou založené na prohledávání prostoru parametrů a vybírání modelů na základě jejich pravděpodobnosti, díky čemuž jsou vhodné pro mnohadimenzionální úlohy, které nelze charakterizovat jedním výrazným minimem. Efektivní cestou jak zmapovat velký prostor parametrů jsou simulace Monte Carlo, pomocí nichž lze efektivně třídit přijatelné modely z hlediska pravděpodobnosti. Výsledkem těchto simulací je pravděpodobnostní popis jednotlivých parametrů, nikoli jeden výsledný model.

Vzhledem k výhodám stochastické úlohy jsem vyvinul obrácenou úlohu založenou na vzorkovací metodě DREAM, která byla speciálně rozvinuta pro mnohadimenzionální problémy. Jedná se o adaptivní algoritmus Monte Carlo s Markovovými řetězci, který používá více souběžně běžících řetězců a kombinuje několikrát vzorkování se vzorkováním z minulých stavů. Vzorkovací metodu DREAM jsem nejprve zapracoval do 1D izotropní/anizotropní a následně i do 2D izotropní/anizotropní magnetotelurické úlohy a otestoval na syntetických modelech.

V průběhu vývoje algoritmu jsem se účastnil celé řady nových terénních experimentů, během nichž jsem získal, zapracoval a interpretoval nová magnetotelurická data, na která jsem následně mohl stochastickou úlohu aplikovat. Konkrétními cíli byly tektonické jednotky západočeské seismoaktivní oblasti, východní okraj Českého masivu a okolí bradlového pásma v karpatské soustavě. U syntetických modelů podává vyvinutý algoritmus celkově dobré výsledky. U 2D reálných izotropních úloh dosahuje algoritmus horších výsledků pouze v případě velkého množství parametrů (> 500). V případě 2D anizotropních syntetických i reálných úloh dosahuje algoritmus lepších výsledků než standardní optimalizační algoritmy. Celkově vyvinutý algoritmus podává velmi dobré výsledky a přes vysoké výpočetní nároky je jeho přidanou hodnotou pravděpodobnostní zmapování prostoru řešení a odhad jeho neurčitosti.

Abstract

In the thesis I deal with the development of a stochastic inversion procedure for the magnetotelluric method in 1D/2D isotropic and anisotropic cases, and its application to both synthetic and real data. The magnetotelluric method is a geoelectric inductive technique that utilizes variations of naturally occurring electromagnetic fields as a source of the electromagnetic induction for estimating the Earth's subsurface resistivity to depths of several tens of kilometres. The purpose of the inversion procedure is to estimate a real distribution of the electrical resistivity in the Earth's subsurface from surface measurements. Common inversion procedures in magnetotellurics perform a model optimization by minimizing the misfit between the data and the model response. Stochastic methods are based on the exploration of the model parameter space, and they pick models according to their probability, which makes them effective for the solution of high-dimensional problems which do not show a single pronounced minimum of the target function. The effective ways of mapping the parameter space are sampling algorithms based on Monte Carlo simulations which allow to sort models according to their probability. Results of these methods are obtained in the form of a fully probabilistic description of the parameters, and not in the form of a single model like in the deterministic inversion procedures.

Due to the mentioned advantages of the stochastic methods, I developed a stochastic inversion procedure using a sampling method DREAM, which was specially designed for high-dimensional problems. DREAM can be classified as an adaptive Monte Carlo Markov Chain algorithm. It runs multiple chains in parallel and combines a multi-try sampling with sampling from an archive of past states. I used at first DREAM algorithm in 1D isotropic/anisotropic case and lately for 2D isotropic/anisotropic problem and tested the technique on synthetic models.

I attended a whole series of field experiments during the development of the inversion procedure, where I measured, processed and interpreted new magnetotelluric data, which I could use later for testing the stochastic inversion. The particular targets were tectonic structures in the West Bohemia seismo-active region, the eastern termination of the Bohemian Massif and the vicinity of the Pieniny Klippen Belt in the West Carpathians. The developed algorithm gives satisfactory results in 1D case, as well as for synthetic 2D isotropic problems. The algorithm achieves worse results in 2D real isotropic examples only in case of large number of parameters (> 500). In case of 2D anisotropic problems, both synthetic and practical, the algorithm reaches better results than the classical non-probabilistic procedures. The developed stochastic algorithm gives overall satisfactory results and, despite its high computational costs, it benefits from offering full probability maps of the solution space, and thus estimates of the uncertainties of the solutions.

Obsah

1. Přehled značení	7
2. Úvod	9
2.1 Cíl práce	11
3. Magnetotelurická metoda	13
3.1 Fyzikální principy	13
3.2 Anizotropie	17
3.3 Získávání a zpracování dat	22
3.4 Distorze, prostorová a směrová analýza	24
3.4.1 Distorze	25
3.4.2 Prostorová analýza (dimenzionalita prostředí)	27
3.4.3 Směrová analýza	28
3.5 Přímá úloha	29
3.5.1 Anizotropní odezva v 1D	29
3.5.2 Anizotropní odezva ve 2D	31
3.6 Obrácená úloha	34
4. Stochastická obrácená úloha	37
4.1 Monte Carlo simulace	39
4.2 Monte Carlo simulace s Markovovými řetězci (MCMC)	41
4.3 Mnohařetězcová metoda DE-MC	42
4.4 Mnohařetězcová metoda DREAM	44
4.4.1 Varianta MT-DREAM _(ZS)	46
4.5 Apriorní informace	47
5. Realizace	51
6. Výsledky	56
6.1 Obrácená úloha v 1D	56
6.1.1 Syntetický test - anizotropní	56
6.2 Obrácená úloha ve 2D	59
6.2.1 Syntetický test - izotropní	59
6.2.2 Syntetický test - anizotropní	63
6.2.3 Reálná data	74
6.2.3.1 Úklon mariánsko-lázeňského zlomu	74
6.2.3.2 Úklon bradlového pásma	78
6.2.3.3 Geologická stavba seismoaktivní oblasti	82
6.2.3.4 Geologická stavba jihovýchodního okraje Českého masivu	86
7. Diskuze	98
7.1 Syntetické modely	98
7.2 Reálná data	102
8. Závěr	105
9. Publikované práce	106
10. Použitá literatura	110

1. Přehled značení

A	anizotropie
B	magnetické pole [Tesla (T) = Vsm^{-2}]
B_x, B_y, B_z	magnetické komponenty v kartézském souřadném systému
d	data
d	počet dat
D	deviance
D_1, D_2, S_1, S_2	modifikované impedance [V A^{-1}]
e	chyba
E	elektrické pole [Vm^{-1}]
E_x, E_y, E_z	elektrické komponenty v kartézském souřadném systému
H	magnetická intenzita [A m^{-1}]
H_x, H_y, H_z	složky intenzity magnetického pole v kartézském systému [A m^{-1}]
j	proudová hustota [A m^{-1}]
L	věrohodnostní funkce
m	model
N	počet řetězců
N_D	suma přes data
N_M	suma přes simulace
p	pravděpodobnost
p_{acc}	pravděpodobnost přijetí
p	model (kap. 5)
R	elementární rotace
R_x, R_z	elementární rotace ve směru x a z
S	střih (shear)
T	perioda [s]
T	pootočení (twist)
x	stav řetězce
X	populace
x, y, z	kartézské souřadnice
Z	impedance [$\text{V A}^{-1} = \Omega$]
Z	tenzor impedance [V A^{-1}]
$Z_{xx}, Z_{xy}, Z_{yx}, Z_{yy}$	komponenty tenzoru impedance
α_S	anizotropní úhel- strike [$^\circ$]
α_D	anizotropní úhel- dip [$^\circ$]
α_L	anizotropní úhel- slant [$^\circ$]
γ	délka skoku
δ	průniková hloubka [m]
δ	počet párů řetězců (kap. 4.4)
δN	elektrický šum
μ, μ_0	magnetická permeabilita [$\text{VsA}^{-1} \text{m}^{-1} = \text{H m}^{-1}$]
μ	počet návrhů v řetězci (kap. 4.5)
ρ	odpor [$\Omega\text{m} = \text{VmA}^{-1}$]
ρ_a	zdánlivý odpor [$\Omega\text{m} = \text{VmA}^{-1}$]

σ	vodivost [$\text{Sm}^{-1} = \text{AV}^{-1} \text{m}^{-1}$]
$\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz},$ $\sigma_{yy}, \sigma_{yx}, \sigma_{yz},$ $\sigma_{zz}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz}$	komponenty vodivostního tenzoru
σ	vodivostní tenzor [$\text{Sm}^{-1} = \text{AV}^{-1} \text{m}^{-1}$]
Φ	magnetotelurická fáze [$^{\circ}$]
$\Phi_{xx}, \Phi_{xy}, \Phi_{yx}, \Phi_{yy}$	elementy fázového tenzoru
ω	úhlová frekvence [s^{-1}]

2. Úvod

Magnetotelurická metoda (MT) je geofyzikální elektromagnetická metoda, která využívá variace přírodního elektromagnetického pole Země ke zjišťování elektrického odporu v hloubkách od prvních stovek metrů po desítky kilometrů. Proces vedoucí od naměřených dat až k závěrečné geologické interpretaci je komplexní a ovlivněn faktem, že skutečnost se vždy náhodně odlišuje od teoretického modelu úlohy (reálné budící pole je odlišné od teoretického; sondované prostředí neodpovídá přesně teoretickým modelům atd.) a také tím, že data jsou prakticky všude ovlivněna civilizačním šumem. Použití statistických postupů a metod je v důsledku toho nedílnou součástí celého procesu zpracování, analýzy, modelování a interpretace MT dat. Již samotné měření tak probíhá na jednom místě co nejdéle tak, aby byl získán reprezentativní počet opakovaných měření pro jedno místo a jednu periodu (hloubku). Následné zpracování dat vychází z různých statistických přístupů, pomocí kterých se snažíme o co nejobektivnější odhad přenosových funkcí a z nich vycházejících zdánlivých elektrických odporů a fází. Součástí celého procesu je i přímá úloha (nezávislá na skutečných podmínkách) a obrácená (inverzní) úloha, pomocí níž se snažíme určit podstatné rysy skutečného rozložení elektrických odporů v zemi.

Zatímco přímá úloha simuluje odezvu známého modelového systému na známý modelový vstupní signál, pomocí obrácené úlohy se naopak snažíme určit z pozorovaných měření parametry studovaného fyzikálního systému, popř. parametry vstupního, budícího signálu. V geofyzice je obecně obrácená úloha řešena s cílem určit skutečné rozložení určitého fyzikálního parametru (např. elektrického odporu, hustoty) pod povrchem Země na základě povrchových měření příslušných fyzikálních polí. Pozorovaná data na povrchu (nepřímá měření) jsou totiž ovlivněna podpovrchovými strukturami, kterými měřený signál prochází nebo jimiž je generován. Skutečné hodnoty strukturních parametrů, či alespoň podstatné rysy podpovrchových struktur, lze pak určit právě řešením obrácené úlohy.

Kromě velice omezené skupiny úloh, kde řešení obráceného problému existuje v přesné analytické podobě, jsou prakticky všechny běžné metody řešení obrácené úlohy založeny na optimalizaci modelu prostředí s vazební podmínkou, požadující shodu mezi pozorovanými daty a modelovou odezvou (řešení cílové funkce). V geoelektřině máme většinou co do činění se slabě nelineárními úlohami (vůči elektrické vodivosti)

a klasické metody řešení obrácených úloh jsou obvykle založené na iterativní minimalizaci linearizované cílové funkce. Tato řešení byla rozvinuta do velmi efektivních algoritmů řešení obrácených úloh, a to i pro složité 3D problémy (např. Avdeed a Avdeeva, 2009; Siripunvaraporn a Egbert, 2009; Egbert a Kelbert, 2012). Tyto optimalizační přístupy obtížně mapují nejednoznačnost inverzních řešení. Nejistotu modelových parametrů, plynoucí z nepřesností a chyb v experimentálních datech, odvozují většinou z linearizované aproximace cílové funkce v okolí řešení úlohy.

S rozvojem výpočetní techniky a zejména paralelních výpočtů se značně rozšířila možnost použití druhé skupiny metod založené na stochastickém přístupu. Stochastické metody jsou založené na prohledávání prostoru parametrů a vybírání modelů na základě jejich pravděpodobnosti, měřené pomocí exponenciály cílové funkce inverzní úlohy.

Mapování prostoru parametrů lze v rámci stochastických metod provádět dvěma způsoby. První metodou je globální optimalizace, která se snaží najít globální minimum funkce pomocí generování velkého množství modelů a zmapovat tak populaci přijatelných struktur, které jsou charakterizovány dostatečně vysokou pravděpodobností (např. Senn a Stoffa, 1995). U těchto metod je však velmi omezené pravděpodobnostní třídění. Druhou skupinou jsou metody Monte Carlo, pomocí kterých se inverzní algoritmus snaží pravděpodobnostně zmapovat prostor řešení za užití velkého množství simulací. Na rozdíl od globální optimalizace však dokáží tyto metody efektivně třídit přijatelné modely z hlediska pravděpodobnosti (např. Senn a Stoffa, 1995; Grandis et al., 1999). Výsledkem těchto metod je pravděpodobnostní popis celého souboru modelů i jednotlivých parametrů, nikoli jeden výsledný model. Obecně si stochastické metody oproti klasickým metodám lépe poradí s multimodálními úlohami, které nelze charakterizovat jedním výrazným minimem.

Získaná a zpracovaná data, která modelujeme pomocí obrácené úlohy, mohou být způsobena buď izotropními strukturami, tzn. elektrický odpor je v různých směrech stejný nebo anizotropními strukturami, kdy se elektrický odpor v různých směrech chová odlišně. Na rozdíl od běžné, mikroskopické anizotropie, se v MT většinou pracuje s anizotropií celých horninových bloků (angl. bulk anisotropy), která je projevem nehomogenity izotropních materiálů, která však není detailně rozpoznána v důsledku omezené rozlišovací schopnosti elektromagnetické vlny. MT data jsou velmi náchylná k ovlivnění anizotropními strukturami, zejména změnami její hloubky či vzdáleností

od bodu měření, díky čemuž je inverze takových dat složitá a lokalizace globálního minima obtížná. Anizotropie však může poskytnout zcela unikátní údaje o geochemickém nebo strukturním složení hornin (Wannamaker, 2005). Stochastické inverzní metody jsou tak díky svému pravděpodobnostnímu přístupu, kterým lze zhodnotit nejednoznačnost dané úlohy, vhodným nástrojem pro složité modelování anizotropních struktur.

Z výše uvedených důvodů jsem vyvinul stochastický inverzní algoritmus pro 1D a 2D anizotropní magnetotelurickou obrácenou úlohu využívající pokročilou vzorkovací metodu DREAM (Laloy a Vrugt, 2012; Vrugt, 2016). Ta vykazuje výbornou vzorkovací efektivitu u komplexních, mnohadimenzionálních a multimodálních úloh, k tomu je zcela paralelizovaná a snižuje tak nároky na výpočetní čas. Vyvinutý program se sice vyznačuje delším výpočetním časem oproti klasickým inverzním úlohám, avšak na rozdíl od nich efektivně mapuje řešení úlohy spolu s jeho nepřesnostmi a poskytuje tak úplnější řešení.

V průběhu vývoje uvedeného programu jsem inicioval, či se účastnil celé řady nových magnetotelurických terénních experimentů, jejichž výsledky byly z velké části ovlivněny civilizačním šumem. Díky tomu jsem musel počítat s omezenou informační hodnotou standardní interpretace dat, a i proto bylo zajímavé aplikovat na taková data stochastickou obrácenou úlohu, kterou lze vyhodnotit nejistotu odhadu daného řešení.

2.1 Cíl práce

Obsah práce lze rozdělit na dvě části – praktickou a teoretickou.

První fází mé disertační práce byla praktická část, během které jsem se věnoval terénním experimentům s různými geologickými cíli. Kromě řešení těchto úloh pomocí klasických inverzních algoritmů jsem ve snaze o úplnější interpretaci přistoupil také k použití stochastické inverzní metodologie.

Druhou fází práce, teoretickou, byla programová realizace stochastické izotropní a anizotropní obrácené úlohy pro 1D a 2D případ a její následná aplikace na syntetická a reálná data. Prvním krokem zde bylo najít vhodný vzorkovací algoritmus typu Monte Carlo, který by efektivně mapoval prostor řešení, pracoval s dostatečnou rychlostí a poradil si i s vysokým počtem parametrů a multimodálními distribucemi v anizotropních úlohách.

Metoda Monte Carlo slouží ke zjištění nejistoty dané úlohy na základě náhodného

vzorkování z počáteční definované distribuce a následné statistické analýzy výsledku. Tímto způsobem lze efektivně zmapovat prostor řešení, ovšem k jeho dokonalému zmapování je nutný velký počet simulací. V případě obrácené úlohy založené právě na prohledávání prostoru pomocí simulací Monte Carlo, je nutné, aby byl vzorkovací algoritmus z numerického hlediska co nejrychlejší a nejefektivnější.

Stochastické obrácené úlohy založené na simulacích Monte Carlo byly v magnetotelurice již úspěšně použity pro 1D úlohu (např. Tarits et al. 1994; Grandis et al. 1999, 2002; Khan et al. 2006; Chen et al. 2007; Guo et al. 2011) i pro 2D úlohu (Chen et al. 2012). Efektivita těchto úloh je úzce spjata s výkonností vzorkovacího algoritmu. Z toho důvodu jsem zvolil vzorkovací metodu DREAM (Laloy and Vrugt, 2012; Vrugt, 2016), která se řadí mezi adaptivní MCMC algoritmy a používá více paralelně běžících řetězců. Tato pokročilá vzorkovací metoda byla již použita i pro 2D magnetotelurickou obrácenou úlohu (Carbalaj et al., 2014), nikdy však v případě mnohadimenzionálního anizotropního případu.

Po dokončení vývoje algoritmu stochastické anizotropní obrácené úlohy byla cílem jeho aplikace na syntetická i praktická data a porovnání jeho výsledků s „klasickými“ inverzními metodami.

3. Magnetotelurická metoda

Magnetotelurická metoda (MT) je pasivní elektromagnetickou metodou, která využívá jako zdroj indukce v zemském tělese variace přírodního geomagnetického pole. Hloubkový dosah je spojen s měřenou periodou variací - čím delší periody se registrují, tím větší je hloubkový dosah metody. Díky přírodnímu zdroji indukce není metoda závislá na uměle buzeném poli jako v případě většiny aplikovaných geoelektrických metod, s nimiž má společný pouze zjišťovaný parametr - elektrickou vodivost. Cílem MT metody je zjištění odporových poměrů zhruba od prvních desítek metrů po desítky kilometrů, což odpovídá standardně měřenému rozpětí period 10^{-4} - 10^5 s (Simpson a Bahr, 2005).

MT metoda pracuje na principu indukce, tzn. je citlivá zejména na vodivé struktury. Díky svému neobyčejnému hloubkovému dosahu, který lze srovnávat pouze se seismickými metodami, se využívá hlavně pro průzkum korových až svrchněplášťových struktur. Jedná se zejména o vodivé zóny spjaté s fluidy v zemské kůře (Wannamaker et al., 1989; Jones a Dumas, 1993; Unsworth et al., 1997), grafitizované zóny na bývalých subdukčních a střížných zónách či zlomech (Jones 1993; Naganjaneyulu a Santosh, 2010; Robertson et al., 2015), místa se zvýšeným tepelným tokem (Volpi et al., 1993; Bertrand et al., 2013; Amatyakul et al., 2015) nebo o čistě geologické cíle jako jsou vodivé sedimentární pánve proti nevodivým metamorfním a vyvřelým horninám (Abdelfettah et al., 2016). V neposlední řadě se MT metoda využívá stále častěji na výzkum vulkánů a distribuci magmatu pod povrchem (Diaz et al., 2012; Hill et al., 2009, 2015).

3.1 Fyzikální principy

Počátky MT metody spadají do padesátých let minulého století, kdy její principy objevili a dále rozvíjeli především Tichonov (1950) a Cagniard (1953). Ti přišli na to, že pokud budou současně registrovat magnetické a telurické variace na jednom místě, mohou jejich poměr vyjádřit takovým způsobem, že při pevném elektrickém odporu charakterizuje průnikovou hloubku elektromagnetické vlny v Zemi. Prodlužováním spektra period MT sondáží tak lze proniknout do větších hloubek. Samotnou průniko-

vou hloubku pro homogenní poloprostor lze vyjádřit jako (Chave a Jones, 2012):

$$\delta(\omega) = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}. \quad (3.1)$$

Dosazením konstant, lze rovnici (3.1) zjednodušit na:

$$\delta = 503\sqrt{T\rho}, \quad (3.2)$$

kde δ vyjadřuje průnikovou hloubku v metrech, T je perioda v sekundách a ρ je elektrický odpor v $\Omega\cdot\text{m}$. V průnikové hloubce δ je elektromagnetická vlna utlumena na e^{-1} její amplitudy na povrchu Země.

Standardně využívaná elektromagnetická pole v MT metodě mají periody v rozmezí 10^{-4} až 10^5 s. Nahradíme-li odpor kůry a svrchního pláště např. hodnotou $100 \Omega\cdot\text{m}$, průniková hloubka se bude pohybovat cca od 50 m po první stovky km.

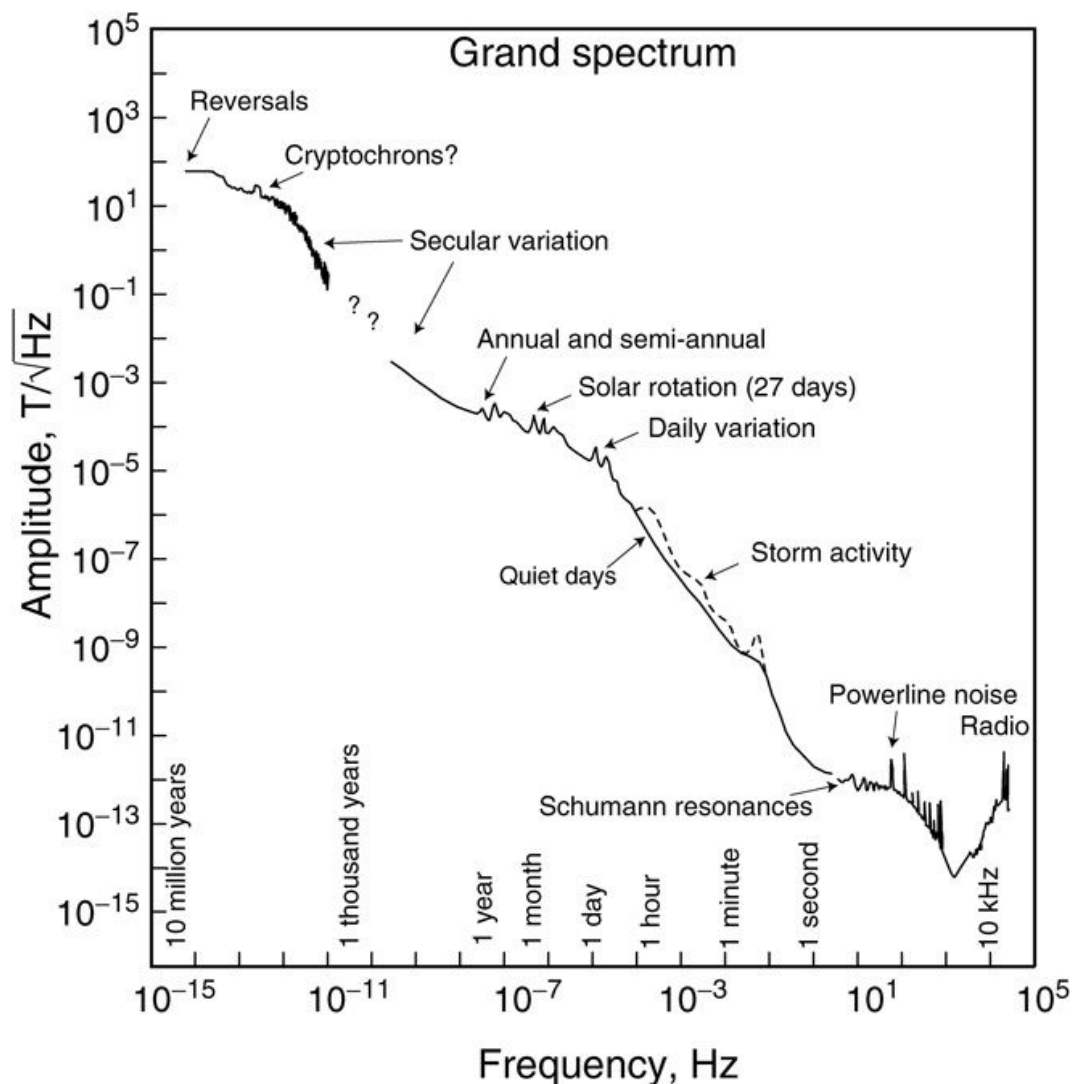
MT metoda pracuje s modelem rovinné vlny (Simpson a Bahr, 2005). Zdroj vlnění uvažujeme v takovém případě ve velké vzdálenosti od měřeného bodu (poloměr kulové plochy je příliš velký), a proto můžeme kulovou vlnoplochu nahradit rovinnou vlnoplochu rovnoběžnou s povrchem Země. Tato rovinná vlna se dále šíří zemí, kde indukuje elektrická a magnetická pole. Pokud by primární pole nemělo vlnoplochy rovnoběžné s povrchem Země (vzdálený zdroj), je velký kontrast vodivostí mezi vzduchem (prakticky dokonalý izolant) a zemí (relativně velmi dobrý vodič) důvodem, že vlna v Zemi se zalomí ve vodiči prakticky kolmo k povrchu (Leontovičova impedanční podmínka) a v zemi se tak opět bude šířit rovinná vlna (Landau et al., 1982).

Zdrojem registrovaných přírodních variací jsou především jevy související s interakcí slunečního větru se zemskou magnetosférou a ionosférické a meteorologické jevy jako jsou tropické bouře (obr. 1).

V MT metodě se registrují vzájemně kolmé horizontální variace elektrické, (\mathbf{E}), a magnetické, (\mathbf{B}), složky pole na povrchu Země. Jejich poměr se označuje jako impedance \mathbf{Z} a obecně ho lze vyjádřit jako (Simpson a Bahr, 2005):

$$\mathbf{E} = \mathbf{Z}\mathbf{B}/\mu_0 \text{ nebo } \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x/\mu_0 \\ B_y/\mu_0 \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

kde μ_0 vyjadřuje hodnotu magnetické permeability ve vakuu ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$).



Obr. 1. Přirozené spektrum amplitud geomagnetických variací jako funkce frekvence. MT metoda využívá frekvence v rozmezí od 10^4 po 10^{-5} Hz.
Zdroj: Constable, C., *Geomagnetic temporal spectrum for Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism*, July 7, 2005

Tenzor \mathbf{Z} obsahuje nejenom informace o vodivostním rozložení, ale i o dimenzionalitě prostředí či význačných směrech uvnitř struktury.

V případě jednorozměrného modelu prostředí, kdy se mění vodivost pouze s hloubkou, lze tenzor \mathbf{Z} vyjádřit pomocí skalární impedance Z :

$$E = ZB/\mu_0. \quad (3.4)$$

V takovém případě jsou diagonální komponenty tenzoru impedance Z_{xx} a Z_{yy} vždy nulové a nediagonální komponenty jsou až na znaménko rovny.

V případě 2-D modelu se mění vodivost vedle hloubky také v jednom horizontálním směru. Pokud uvažujeme případ, kdy je regionální směr nehomogenity kolmý

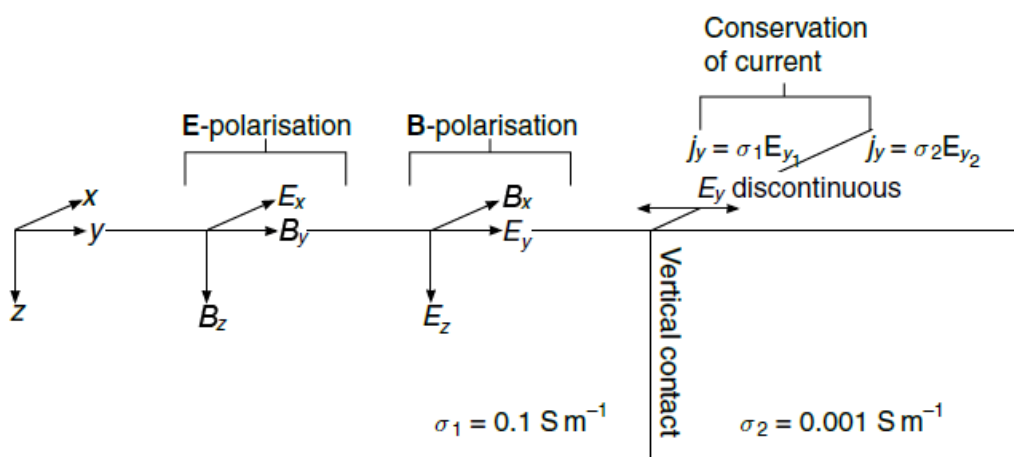
k dopadající rovině EM vlny, rovnice pole se rozdělí na dva oddělené módy. Z_{xy} se nazývá transverzální elektrický (TE) mód a Z_{yx} transverzální magnetický (TM) mód. Ve smyslu komponent elektromagnetického pole E_x , B_y , a B_z lze vyjádřit TE mód jako:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial y} &= \frac{\partial B_z}{\partial t} = i\omega B_z \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} &= \frac{\partial B_y}{\partial t} = -i\omega B_y \\ \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} &= \mu\sigma E_x \end{aligned} \right\} \text{E-polarisation.} \quad (3.5)$$

A TM mód jako:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial B_x}{\partial y} &= \mu_0\sigma E_z \\ -\frac{\partial B_x}{\partial z} &= \mu_0\sigma E_y \\ \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= i\omega B_x \end{aligned} \right\} \text{B-polarisation.} \quad (3.6)$$

V případě TE módu označovaného jako E-polarizace (obr. 2) tečou elektrické proudy paralelně s regionálním směrem homogenity (ve směru x). Protože proudy ve směru E_x nepřecházejí přes vodivostní kontrast, nedochází k žádné akumulaci náboje na rozhraní. Vodivostní kontrast však může být pozorován, protože proudy jsou výrazně vyšší ve vodiči ($\sigma_1 > \sigma_2$), díky čemuž dochází k nárůstu magnetického pole ve směru B_y a B_z .



Obr. 2. Jednoduchý 2D model vysvětlující TE mód (E-polarizaci) a TM mód (B-polarizaci).

Zdroj: Simpson, F., Bahr, K., *Practical Magnetotellurics*. Cambridge University Press, 2005.

V TM módu (B-polarizaci), kde je elektrické pole E_y kolmé k regionálnímu směru homogenity (obr. 2), ukazuje magnetické pole B_x ve směru homogenity zatímco komponenta B_z je nulová. Vzhledem k interakci elektrických komponent E_y a E_z dochází k akumulaci náboje nebo k vychýlení elektrických siločar v blízkosti hranice mezi oběma vodivými strukturami. Proudová hustota j je na rozhraní přesně rovna $j_{y1} = j_{y2}$.

Ve 3-D modelu se vodivost mění s hloubkou i v obou horizontálních směrech. Díky tomu je v tomto případě situace nejsložitější (Simpson a Bahr, 2005).

Fyzikálním parametrem, který přímo pomocí MT metody zjišťujeme, je zdánlivý odpor. Ten lze vyjádřit jako odpor homogenního poloprostoru (Simpson a Bahr, 2005):

$$\rho_a(\omega) = |Z(\omega)|^2 / \omega \mu_0. \quad (3.7)$$

Protože impedance Z je komplexní číslo, lze vyjádřit i její fázi. Ta je po zdánlivém odporu druhým zjišťovaným parametrem a vyjadřuje vzájemný posun fáze mezi elektrickou a magnetickou složkou pole, který způsobují vodivostní gradienty v zemi. Fázi impedance jedno-dimenzionálního zvrstveného poloprostoru lze vyjádřit jako (Simpson a Bahr, 2005):

$$\Phi_{1-D} = \arctg(\mu_0 E_x / B_y). \quad (3.8)$$

3.2 Anizotropie

Elektrická anizotropie se projevuje různými elektrickými odpory v různých směrech. Anizotropie v MT metodě může mít mikroskopický původ (preferovanou orientaci minerálních zrn) nebo může být způsobena makroskopickými efekty díky neschopnosti elektromagnetických metod odhalit orientované struktury menší než indukční objem elektromagnetické vlny. Anizotropie je v různých hloubkách způsobena především preferovanou orientací zrn, porozitou, zvodněním, grafitickými zónami nebo litologií vrstev (Martí, 2014).

V anizotropním prostředí je elektrická vodivost reprezentována 3D tenzorem druhého řádu σ . Ten je definován 3D tvarem Ohmova zákona (Chave a Jones, 2012):

$$\mathbf{J} = \sigma \bullet \mathbf{E}, \quad (3.9)$$

který vyjadřuje lineární vztah intenzity elektrického pole \mathbf{E} do proudové hustoty \mathbf{J} v jakémkoli místě v daném materiálu či prostředí. V jakémkoli bodě (x, y, z) v kartézském

souřadném systému má vodivostní tenzor tvar:

$$\sigma(x, y, z) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

kde x míří k severu, y k východu a z dolů. Nediagonální komponenty tenzoru vyjadřují odchylky hlavních os anizotropie od os kartézského souřadného systému (Martí, 2014).

Vodivostní tenzor má dvě důležité vlastnosti:

(1) Jedná se o pozitivně definitní matici pro všechny nenulové vektory z s reálným vstupem. Díky tomu specifická rozptylová energie $\frac{1}{2} \vec{E}^* \cdot \sigma \cdot \vec{E}$ není nikdy negativní (Weidelt, 1999). Výsledný produkt je nulový pouze ve vzduchu, kde uvažujeme, že jsou všechny komponenty tenzoru rovné nule.

(2) Je symetrický (Dekker a Hastie, 1980).

Symetrickou matici lze vždy diagonalizovat rotací (unitární matice/transformace). Matici rotace lze pak faktorizovat jako posloupnost tří elementárních Eulerových rotací a získat tak hlavní směry: strike, dip a slant (α_S okolo osy z , α_D okolo osy x' a α_L okolo osy z''). Vodivostní tenzor σ' lze ve výsledku charakterizovat šesti parametry: třemi komponentami elektrické vodivosti podél hlavních směrů a třemi úhly:

$$\sigma'(x, y, z) = R \cdot \sigma \cdot R^T = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

kde R je rotační matice vyplývající ze tří základních rotací.

Pro Eulerovy úhly se v MT užívá konvence $Z - X - Z$ (Goldstein et al., 2001), podle které lze 3D rotaci vyjádřit jako:

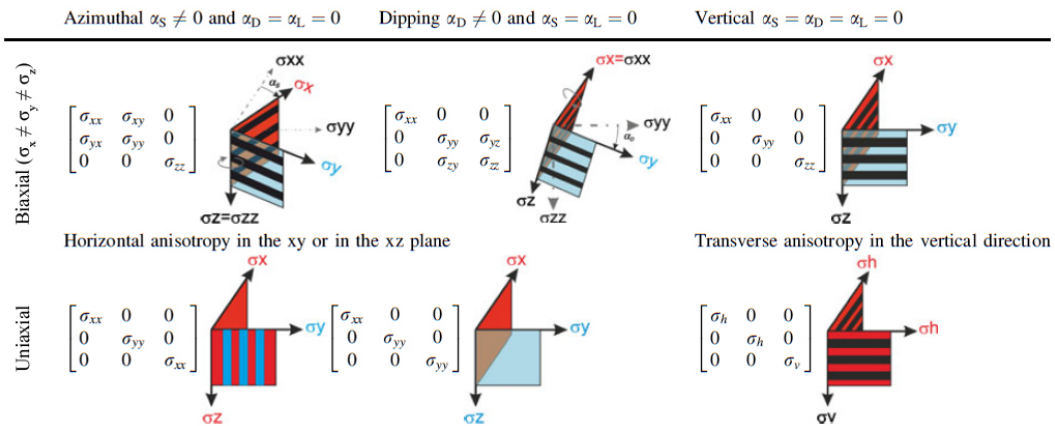
$$\mathbf{R}_{3D} = \mathbf{R}_{3D(\alpha_S, \alpha_D, \alpha_L)} = \mathbf{R}_{z(\alpha_L)} \mathbf{R}_{x(\alpha_D)} \mathbf{R}_{z(\alpha_S)}. \quad (3.12)$$

A samotné elementární rotace jsou dány maticemi:

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

V závislosti na různém počtu vodivostních hodnot v hlavních směrech, lze rozlišit anizotropii biaxiální (nebo triaxiální $\sigma_x \neq \sigma_y \neq \sigma_z$) nebo uniaxiální ($\sigma_x = \sigma_y, \sigma_x = \sigma_z$ nebo

$\sigma_y = \sigma_z$). Z hlediska geometrie (podle Li 2002) lze mít azimutální (nebo horizontální) anizotropii, kdy je nenulový pouze úhel α_S ; sklonovou anizotropii, u které je nenulový pouze úhel α_D ; nebo vertikální (nebo transverzální) anizotropii, kdy jsou všechny úhly nulové a tenzor je diagonální v souřadném systému, ve kterém probíhá měření (Martí, 2014). Přehled viz obr. 3.



Obr. 3. Přehled typů anizotropie v závislosti na různých hodnotách vodivosti a geometrii.

Zdroj: Martí, A. (2014) *The Role of Electrical Anisotropy in Magnetotelluric Responses: From Modelling and Dimensionality Analysis to Inversion and Interpretation. Survey in Geophysics* 35, 179-218.

Standardně se MT inverze pro anizotropní elektrický odpor provádí v prostoru proměnných, který odpovídá fyzikálně názorným parametrům anizotropie – tzn. (logaritmickým) elektrickým odporům a anizotropním směrům (Eulerovým úhlům). Každou odporovou buňku tak můžeme popsat nejenom třemi odporovými hodnotami (ve směrech x, y, z), ale též třemi anizotropními úhly ($\alpha_S, \alpha_D, \alpha_L$). Počet úhlů pochopitelně kolísá v závislosti na zvoleném typu anizotropie. Tento způsob parametrizace však nemusí být zcela vhodný v určitých situacích, protože některé anizotropní modely vykazují singularitu v důsledku velmi nízké citlivosti vůči některým z anizotropních směrů.

Necitlivost vůči anizotropním parametrům může být způsobena fyzikálně. V takovém případě je neodstranitelná jakýmkoli způsobem parametrizace (např. nerozlišitelnost vertikálního odporu ve zvrstveném prostředí). Druhou možností je však nevhodná parametrizace tenzoru vodivosti.

Elektrická vodivost (elektrický odpor) vystupuje v parciálních diferenciálních rovnicích pro magnetotellurické pole v anizotropním prostředí ve formě komponent tenzoru

elektrické vodivosti:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

který je ve vodivých doménách symetrický a pozitivně definitní (SPD). Díky symetrii tenzoru vodivosti stačí pro jeho úplný popis využít pouze šest komponent, ležících na diagonále a nad diagonálou matice vodivosti. Zbytek se již snadno doplní na základě symetrie.

Obrácenou úlohu v izotropním případě řešíme běžně pro logaritmus vodivosti (odporu), což je vhodné pro veličiny s rozsahem hodnot přes několik řádů, a navíc nám logaritmus zajišťuje, že vodivost bude vždy kladná.

V anizotropním případě máme na tenzor vodivosti stejné nároky jako v izotropním případě. Parametrizovat složky tenzoru vodivosti v lineárním měřítku je díky širokému rozpětí jeho hodnot přes několik řádů nepraktické. Navíc je při každé pertubaci tenzoru vodivosti nezbytné kontrolovat pozitivní definitnost tenzoru, která není viditelná bezprostředně. Uchýlit se k parametrizaci přímo pomocí logaritmů složek tenzoru v anizotropním případě ovšem není možné, protože mimodiagonální komponenty tenzoru vodivosti mohou nabývat jak kladných, tak i záporných hodnot.

Analogií logaritmu v případě tenzoru je maticový logaritmus, zavedený prostřednictvím definice logaritmu pomocí Taylorova rozvoje:

$$\sigma^L = \text{Ln } \sigma = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{(\sigma - 1)^k}{k}, \quad (3.15)$$

pokud taková řada konverguje. 1 značí matici 3x3.

Použití uvedeného maticového logaritmu má smysl v případě, kdy místo fyzikálně názorné parametrizace pomocí Eulerových úhlů přejdeme k parametrizaci, v níž je tenzor vodivosti nahrazen přímo jeho logaritmem. Tento maticový logaritmus lze popsat symetrickou maticí 3x3 se šesti nezávislými prvky $\sigma_{xx}^L, \sigma_{xy}^L, \sigma_{xz}^L, \sigma_{yy}^L, \sigma_{yz}^L, \sigma_{zz}^L$. Výhodou je, že prvky logaritmického tenzoru vodivosti lze získat i numericky¹ například použitím interní funkce *logm* v matlabu (Mathworks, 2018a).

¹Jedná se o SPD matici z čehož vyplývá: (1) takovou matici lze vždy zapsat pomocí diagonální matice (hlavní vodivosti) a unitární matice (rotace) a (2) maticový logaritmus je vyjádřen úplně identickou dekompozicí v níž je diagonální matice hlavních vodivostí nahrazena diagonální maticí logaritmů hlavních vodivostí.

Maticové logaritmování tenzoru vodivosti není ovšem v MT příliš užitečné, protože všechny operace a korekce parametrů obvykle provádíme v prostoru logaritmů. Pro výpočet odchylky při výpočtu obrácené úlohy tak potřebujeme opačnou operaci, pomocí které převedeme logaritmické vodivosti na vodivosti skutečné, s nimiž dále pracuje přímá úloha. Touto operací je maticová exponenciála, $\sigma = \text{Exp } \sigma^L$, opět zavedená pomocí Taylorova rozvoje:

$$\text{Exp } \sigma^L = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (\sigma^L)^k, \quad (3.16)$$

kteřou lze např. v matlabu spočítat interní funkcí *expm* (Mathworks, 2018a).

Vhodnost a výhodnost uvedených parametrizací je diskutabilní. Parametrizace rotací pomocí Eulerových úhlů je názorná, ovšem může vyústit v singularity. Jedná se zejména o tzv. „*gimbal lock*“, který nastane v případě, že $\alpha_D = 0$. Úhly α_S a α_L jsou poté nerozlišitelné a v obrácené úloze lze určit pouze jejich sumu ($\alpha_S + \alpha_L$). V případě parametrizace pomocí logaritmických vodivostí k této singularitě nemůže dojít.

Stejně jako v případě parametrizace pomocí vodivostí (odporů) a Eulerových úhlů je důležité správně odhadnout meze pro jednotlivé parametry. Pro izotropní modely většinou pouze požadujeme, aby vodivost (odpor) či její logaritmus ležely v určitých fyzikálně smysluplných mezích. V anizotropních modelech je v obecném případě pro maticový logaritmus vodivosti vhodné volit meze:

$$\sigma_{\min}^L \leq \sigma_{ni}^L \leq \sigma_{\max}^L, \quad i = 1, 2, 3, \quad (3.17)$$

pro hlavní vodivosti a

$$-\pi < \alpha_S, \alpha_L \leq \pi, \quad -\frac{\pi}{2} < \alpha_D \leq \frac{\pi}{2}, \quad (3.18)$$

pro anizotropní směry. Empiricky bylo zjištěno, že při svrchu zadaných mezích pro fyzikálně názorné parametry anizotropie budou složky logaritmického tenzoru vodivosti limitovány mezemi:

$$\sigma_{\min}^L \leq \sigma_{ii}^L \leq \sigma_{\max}^L, \quad i = 1, 2, 3, \quad (3.19)$$

pro diagonální prvky tenzoru a

$$-\frac{1}{2}(\sigma_{\max}^L - \sigma_{\min}^L) \leq \sigma_{ij}^L \leq \frac{1}{2}(\sigma_{\max}^L - \sigma_{\min}^L), \quad i, j = 1, 2, 3, \quad i \neq j, \quad (3.20)$$

pro prvky mimodiagonální.

3.3 Získávání a zpracování dat

V magnetotelurické metodě se registrují přirozená magnetická a elektrická pole. Pro registraci magnetického pole se využívá více typů senzorů. V případě registrace variací od těch nejkratších period po periody v řádech hodin se používají indukční cívky. Standardně se registrují dvě horizontální složky (H_x , H_y) a jedna vertikální složka (H_z), tzn. na postavení MT stanice, jsou nutné tři indukční cívky. Pro registraci dlouhých variací od prvních desítek sekund po 100 000 s se využívá fluxgate magnetometr, který je schopen registrovat všechny tři složky magnetického pole najednou. Elektrické pole se registruje ve dvou směrech (E_x , E_y): mezi dvěma elektrodami, které tvoří dipól, se měří rozdíl potenciálu, který je roven napětí. Délka dipólů je kompromisem mezi silou signálu a situací v terénu (zpravidla čím delší dipól, tím větší rozdíl v napětí), ale většinou se pohybuje od 30 do 100 m. Standardně se složky x umísťují do směru sever-jih a složky y do směru východ-západ, ovšem směry složek měřených polí mohou být v podstatě libovolné (Simpson a Bahr, 2005).

Všechny senzory se před samotným měřením zakopávají mělce do země – elektrody pro lepší přechodový odpor se zemí a indukční cívky kvůli redukci mechanického chvění. Oba druhy senzorů se též zakopávají kvůli eliminaci teplotních efektů.

Vzdálenost mezi stanicemi závisí na terénních podmínkách a zejména na typu a velikosti zájmových struktur. Při velmi mělkých a podrobných měřeních se může vzdálenost mezi jednotlivými stanicemi pohybovat pouze ve stovkách metrů, při tradičních regionálních profilech bývá v řádech prvních kilometrů. V případě kontaktů hlubokých struktur se dělají hustá měření s velkým překryvem. Stanice je nutné stavět zejména s ohledem na místní zdroje elektromagnetického šumu.

Změřené magnetické a elektrické časové řady mají charakter náhodných signálů. Největším problémem při zpracování dat v MT metodě je prakticky všudypřítomná šumová složka. Ta má svůj původ zejména v elektromagnetických polích vázaných na lidskou činnost. Typicky se jedná o elektrické rozvodné sítě, generátory, elektrické ohradníky či napájecí soustavy střídavých a stejnosměrných elektrických železnic. V některých případech dokáže civilizační šum měřená data naprosto znehodnotit, a tak je použití MT metody v obydlených oblastech limitováno (Szarka, 1988). Jistý šum vytvářejí též meteorologické jevy (blesky) nebo vítr. Ten cloumá větvemi stromů a přenáší do země seismický šum, který může mít vliv na indukční cívky. Šum tohoto

typu je však v porovnání s civilizačními poruchami zcela zanedbatelný.

Vzhledem k tomu, že MT časové řady jsou náhodnými signály i v případě nulového efektu civilizačního šumu, obsahují šumovou složku i samy o sobě. Nejrozmanitější náhodné odchylky od idealizovaného MT modelu, proto vyžadují statistické zpracování dat. Civilizační šum může mít naproti tomu natolik složitý statistický model, že téměř zcela znemožňuje rozumné zpracování, protože ho statistická teorie nedovede zvládnout.

Při následném zpracování se snažíme o odhad tenzoru impedance pro sérii period z časových řad elektrických a magnetických složek MT pole. Prakticky se jedná o analýzu lineárního systému, kde jsou náhodné signály na vstupu i výstupu. Pro odhad tenzoru impedance se nejčastěji používá metoda nejmenších čtverců, kterou aplikujeme na magnetotelurické impedanční vztahy ve frekvenční oblasti, viz rovnice (3.21) níže. V impedančním vzorci jsou dvě lineární závislosti, obě s $N = 2$, s proměnnými a koeficienty (1) $y = E_x, x_1 = H_x, x_2 = H_y, a_1 = Z_{xx}, a_2 = Z_{xy}$, a (2) $y = E_y, x_1 = H_x, x_2 = H_y, a_1 = Z_{yx}, a_2 = Z_{yy}$. Metodu nejmenších čtverců poté aplikujeme jednotlivě na oba tyto lineární vztahy. Jejich řešením jsou poté složky tenzoru impedance.

Samotné rovnice pro tenzor impedance jsou nepřesné v důsledku chyb v měření, a protože rovinná vlna zdrojového pole je pouze aproximována. Statistické stanovení tenzoru impedance je proto řešeno tak, že minimalizujeme zbytkovou funkci $\|\delta N(\omega)\|^2$. Ta reprezentuje nekorelovaný šum, který lze přidat na pravou stranu rovnic, které mají tvar:

$$E_x(\omega) = Z_{xx}(\omega) H_x(\omega) + Z_{xy}(\omega) H_y(\omega) + \delta N(\omega) , \quad (3.21a)$$

$$E_y(\omega) = Z_{yx}(\omega) H_x(\omega) + Z_{yy}(\omega) H_y(\omega) + \delta N(\omega) . \quad (3.21b)$$

V mnoha běžných metodách zpracování MT signálu (metoda nejmenších čtverců, robustní zpracování, viz dále) se rovnice 3.21 řeší jako bivariátní lineární regrese. Metoda nejmenších čtverců zahrnuje izolování komponenty \mathbf{Z} za pomoci odhadu spektrální hustoty vzájemných spekter. Vzájemná spektra pro určitou frekvenci mohou být ve frekvenční oblasti získána násobením rovnic 3.21a a 3.21b komplexní konjugací (*) elektrických a magnetických spekter:

$$\langle E_x(\omega) H_x^*(\omega) \rangle = Z_{xx}(\omega) \langle H_x(\omega) H_x^*(\omega) \rangle + Z_{xy}(\omega) \langle H_y(\omega) H_x^*(\omega) \rangle , \quad (3.22a)$$

$$\langle E_x(\omega) H_y^*(\omega) \rangle = Z_{xx}(\omega) \langle H_x(\omega) H_y^*(\omega) \rangle + Z_{xy}(\omega) \langle H_y(\omega) H_y^*(\omega) \rangle , \quad (3.22b)$$

$$\langle E_y(\omega) H_x^*(\omega) \rangle = Z_{yx}(\omega) \langle H_x(\omega) H_x^*(\omega) \rangle + Z_{yy}(\omega) \langle H_y(\omega) H_x^*(\omega) \rangle , \quad (3.22c)$$

$$\langle E_y(\omega)H_y^*(\omega) \rangle = Z_{yx}(\omega)\langle H_x(\omega)H_x^*(\omega) \rangle + Z_{yy}(\omega)\langle H_y(\omega)H_y^*(\omega) \rangle. \quad (3.22d)$$

Pro takto získaná výkonová spektra se stanoví vyhodnocované frekvence nebo periody. Ty by měly být rovnoměrně rozloženy v logaritmickém měřítku. Nejnižší detekovatelná frekvence (nejvyšší perioda) je určena délkou okna použitého při Fourierově transformaci. U vyšších frekvencí se slučují informace z více blízkých frekvencí do jedné z důvodu redukce variance odhadu přenosové funkce z náhodných signálů. Samotná volba spektrálního okna je kompromisem mezi co největším počtem vstupních dat a jejich rozlišením (Simpson a Bahr, 2005).

Za účelem potlačení šumu byla vyvinuta celá řada metod snažících se o co nejlepší a nejpřesnější odhad impedančního tenzoru. Základní metodou je výše uvedená metoda nejmenších čtverců, která se snaží optimalizovat statistické charakteristiky impedančního tenzoru a získat tak jeho odhad s co nejmenší variancí. Dnes často používanou metodou je tzv. robustní zpracování, které slouží k odstranění chyb z datových úseků, které nejsou reprezentativní pro celý soubor dat. Pro odstranění šumu z magnetických složek se používá metoda vzdálené referenční stanice, pomocí které se registrují magnetické komponenty na druhé stanici ve velké vzdálenosti (až stovky km) od měřícího bodu. Pomocí této metody lze odstranit šum, který není korelován mezi stanicemi (Simpson a Bahr, 2005).

Vzhledem k tomu, že MT signály mají náhodný charakter, nelze výsledné impedance spočítat pouze z jednoho spektra - takový výsledek by byl ovlivněn šumem či náhodnými výskoky a byl by nepřesný. Získaná výkonová spektra se proto stohují (angl. stacking), čímž se redukuje variance odhadu spekter a pro vybrané frekvence/periody se počítají impedance, ze kterých je možné dopočítat zbytek parametrů zjišťovaných v MT metodě. Nejjednodušší metodou je stohování všech získaných spekter, ovšem tento postup neřeší problémy s okny ovlivněnými civilizačním šumem či náhodnými výskoky. Proto se většinou používají sofistikovanější postupy jako v případě robustního zpracování, kdy se například stohují pouze okna, která vykazují menší vliv kulturního šumu (Simpson a Bahr, 2005).

3.4 Distorze, prostorová a směrová analýza

Analýza MT dat spočívá v identifikaci možných prostorových symetrií prostředí, které dovolují modelovat data s vyšším stupněm symetrie pomocí zjednodušených postupů. Tento krok, představující analýzu dimenzionality prostředí, je pak v případě

2D struktur doplněn ještě o analýzu direkcionality prostředí, jež napomáhá odhalení přednostních směrů podpovrchových struktur. Obecně dále přistupujeme k detekci galvanických distorzí, v jejichž přítomnosti se snažíme proniknout pod jejich mělkou rušivou vrstvou a znovu prozkoumat dimenzionalitu a direkcionalitu regionální stavby očištěné od mělkých poruch.

3.4.1 Distorze

Distorze regionálních elektrických polí lokálními strukturami mohou často znesnadnit aplikaci magnetotelurické metody. V praxi to znamená, že měřené elektromagnetické pole je ovlivněno vnějšími efekty, které nejsou cílem našeho experimentu. Jedná se buď o blízké a příliš malé, nebo naopak velké struktury mimo cíl měření, které však deformují svojí přítomností regionální elektromagnetické pole. Typicky se jedná o distorze způsobené buď v důsledku náboje na vodivostních rozhraních nebo kanalizace proudů (Chave a Jones, 2012).

Nejčastějším typem distorze je tzv. statický posun (static shift), který patří mezi deformace způsobené zachováním elektrického náboje. Statický posun může být způsoben jakýmkoli laterálním vodivostním kontrastem, který má hloubku a velikost menší, než je skutečná průniková hloubka elektromagnetického pole. Vodivostní kontrasty způsobují lokální deformace amplitud elektrického pole díky zachování elektrického náboje, čímž způsobují změny velikosti impedancí. Obecně se efekt galvanických poruch, pocházejících z mělké části elektrického řezu, projevuje jako distorze regionální MT impedance způsobená lokální distorzní maticí \mathbf{A}^{loc} , která je reálná a frekvenčně nezávislá, tj.:

$$\mathbf{Z}(\mathbf{r}, T) = \mathbf{A}^{\text{loc}}(\mathbf{r}) \mathbf{Z}^{\text{reg}}(\mathbf{r}, T). \quad (3.23)$$

V praxi se statický posun nezděrně projevuje posunem odporových/fázových křivek o konstantu podél celého spektra změřených period vzhůru či dolů. Ke statickému posunu dochází spíše v případě nevodivého prostředí, kde malé vodivostní anomálie více ovlivňují elektrická pole (Simpson a Bahr, 2005).

Kanalizace proudů (vysoká koncentrace proudu ve velmi vodivé protáhlé struktuře) může způsobit deformace telurického pole. Problémy s usměrněním proudu vznikají zejména tehdy, když je zvolen při modelování příliš malý model, který nezahrnuje oblast, kde dochází k indukci proudu, který se kanalizuje. (Simpson a Bahr, 2005).

Při následném modelování je tak třeba vždy počítat, jak s malými vodivostními

anomáliemi, které dávají vzniknout statickému posunu, tak s velkými strukturami ležícími mimo náš model způsobující kanalizaci proudů (Chave a Jones, 2012).

Pro identifikaci různých typů distorzí byla vyvinuta celá řada postupů. Původně byly modely klasifikovány do různých dimenzionalitních kategorií na základě chování kompletního tenzoru impedance. Přitom se ukazovalo, že data velmi často indikují třírozměrné podloží, přičemž nezděru vykazují značnou variabilitu v prostoru i frekvencích, která stěží může odrážet reálné změny elektrické stavby ve větších hloubkách. Postupně byl odhalen významný distorzní vliv lokálních mělkých nehomogenit prostředí. Dnešní postupy analýzy MT dat již většinou pracují se složitějším modelem prostředí, který počítá s regionálním polem (2D/3D) ovlivněným lokálními distorzemi (3D).

Analýza galvanických distorzí dle Larsena (Larsen 1975, 1977) pracuje s 1D zvrstveným modelem, nad nímž se na povrchu Země nachází malé vodivé těleso. Tento přístup však nedokázal vysvětlit veškerá možná měřená data. To vedlo Bahra (1988) k vytvoření komplexnějšího modelu založeného na dekompozici pole na tzv. lokální (ne induktivní - galvanické) a regionální (induktivní). Tento přístup pracuje s lokální anomální 3D distorzí blízko povrchu a podložním regionálním 2D polem. Stejný model je i předmětem Groom-Baileyho dekompozice (Bailey a Groom, 1987). V tomto modelu se opět uvažuje 3D lokální pole blízko povrchu a podložní 2D regionální pole, ovšem lokální distorzní matice se zde rozkládá na tři tenzorové suboperátory, pootočení, stříh a lokální anizotropie (angl. twist, shear a anisotropy):

$$\mathbf{T} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \begin{pmatrix} 1 & -t \\ t & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.24a)$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\sqrt{1+s^2}} \begin{pmatrix} 1 & s \\ s & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.24b)$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \begin{pmatrix} 1+a & 0 \\ 0 & 1-a \end{pmatrix}, \quad (3.24c)$$

kde t , s , a jsou reálné hodnoty pootočení, stříhu a anizotropie. Oproti jiným přístupům má Groom-Baileyho distorzní analýza výhodné vlastnosti z hlediska použití na šumem kontaminovaná data. Navíc zde mají distorzní parametry jasnou fyzikální interpretaci.

Zcela odlišným přístupem je tzv. fázový tenzor (Caldwell et al., 2004), který obecně uvažuje 3D lokální a 3D podložní regionální pole. Pro impedanční tenzor $\mathbf{Z} = \mathbf{A}^{\text{loc}} \mathbf{Z}^{\text{reg}}$

je fázový tenzor definován jako $\Phi = (\text{Re } \mathbf{Z})^{-1} \text{Im } \mathbf{Z} = (\text{Re } \mathbf{Z}^{\text{reg}})^{-1} \text{Im } \mathbf{Z}^{\text{reg}}$, a je tudíž imunní vůči lokálním statickým distorzím. Elementy fázového tenzoru lze ve smyslu reálných a imaginárních komponent \mathbf{Z} v kartézském souřadném systému vyjádřit jako:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{xx} & \Phi_{xy} \\ \Phi_{yx} & \Phi_{yy} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(\mathbf{X})} \begin{bmatrix} X_{yy}Y_{xx} - X_{xy}Y_{yx} & X_{yy}Y_{xy} - X_{xy}Y_{yy} \\ X_{xx}X_{yx} - X_{yx}Y_{xx} & X_{xx}Y_{yy} - X_{yx}Y_{xy} \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Čtyři uvedené elementy jsou standardně reprezentovány jako parametry elipsy a vyjadřují maximální (Φ_{max}) a minimální (Φ_{min}) hodnoty tenzoru, úhel skew β a rotačně ne-invariantní úhel α .

3.4.2 Prostorová analýza (dimenzionalita prostředí)

Jedním z hlavních úkolů před modelováním je určení správné dimenzionality dat, neboli zda jsou data způsobena 1D, 2D či 3D strukturami. V případě reálných dat se opět jedná o statistický problém – mají-li data špatnou kvalitu s velkými odhady chyb, může se stát, že je nejjednodušší je modelovat jako 1D. Na druhou stranu, pokud jsou velmi kvalitní data s malými chybami, vypadají, že půjdou namodelovat jen pomocí 3D (Chave a Jones, 2012).

Pro prostorovou analýzu byla vyvinuta celá řada postupů, zejména v šedesátých a sedmdesátých letech minulého století, které uvažovaly 1D či 2D prostředí bez statických distorzí. Novější a propracovanější postupy byly uvedeny v osmdesátých letech a později. Základním nástrojem pro zjištění dimenzionality se stala Swiftova skew (Swift, 1967) založená na analýze amplitud tenzoru impedance:

$$\text{skew} = \frac{|Z_{xx} + Z_{yy}|}{|Z_{xy} - Z_{yx}|}. \quad (3.26)$$

Tento parametr je nulový nad 1D a 2D strukturami a nenulový ve 3D případech. Swiftova skew v přítomnosti galvanických distorzí reaguje na odezvu mělkých struktur a nepodává nám tak informace o hluboké zájmové struktuře.

Dále byly často používaným přístupem tzv. polární diagramy, které umožňovaly názorné zobrazení hlavních směrů struktury. Byly založeny na analýze rotačních tvarů velikosti diagonálních a mimodiagonálních elementů tenzoru impedance. Ty vykazovaly problémy zejména v případě silné šumové složky a za přítomnosti distorzí, kdy jimi indikované hlavní směry byly silně vychýleny vlivem mělkých poruch.

Prvním přístupem uvažujícím regionální model s lokálními distorzemi je tzv. Bahrova fázově citlivá skew (Bahr's phase-sensitive skew; Bahr, 1991), která měří skew

fází impedančního tenzoru a je tak neovlivněná distorzemi, a kterou lze vyjádřit jako:

$$\eta = \frac{|[D_1, D_2] - [S_1, D_2]|^{1/2}}{|D_2|}, \quad (3.27)$$

kde S (suma) a D (rozdíl) impedance jsou nazývány modifikovanými impedancemi a hranaté závorky vyjadřují $[x, y] = \text{Re}x\text{Im}y - \text{Re}y\text{Im}x$. Modifikované impedance mají tvar:

$$\begin{aligned} S_1 &= Z_{xx} + Z_{yy}, & S_2 &= Z_{xy} + Z_{yx}, \\ D_1 &= Z_{xx} - Z_{yy}, & D_2 &= Z_{xy} - Z_{yx} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Tento přístup je schopen „prohlédnout“ mělké struktury obsahující distorze a v příhodné situaci je odstranit od směrového efektu hluboké (zájmové) struktury.

Pro prostorovou analýzu zahrnující lokální distorze se také používá fázový tenzor (Caldwell et al., 2004) či Groom-Baileyho dekompozice (Bailey a Groom, 1987).

3.4.3 Směrová analýza

Jakmile je správně určena dimenzionalita dat, je nutné určit správný regionální směr nehomogenity (geoelectric strike) neboli osu homogenosti hlubokých struktur (pokud existuje). Z velké části se opět jedná u reálných dat o statistický problém, zejména v případě dat kontaminovaných civilizačním šumem (Chave a Jones, 2012).

Stejně jako v předchozích případech i pro směrovou analýzu byla vyvinuta celá řada postupů. Stejně jako v prostorové analýze i první směrové přístupy pracovaly s prostředím bez statických distorzí, závisely na velikosti tenzoru impedance a snažily se o antidiagonalizaci tenzoru v určitém optimálním směru. Základem se stal Swiftův směr (Swift strike; Swift, 1967), který byl založen na rotování tenzoru s cílem najít optimální směr minimalizací rozdílu vedlejších (diagonálních) složek tenzoru impedance, $|Z_{xx} - Z_{yy}|^2 \rightarrow \min$. V tomto směru je tenzor impedance nejbližší antidiagonálnímu tvaru. Swiftův hlavní směr je dán:

$$\tan(4\theta) = \frac{D_1 S_2^* + S_1^* D_2}{|D_1|^2 - |S_2|^2}. \quad (3.29)$$

Stejně jako Swiftova skew, i jeho směr je v případě silných distorzí elektromagnetického pole ovlivněn mělkými strukturami a nepodává informace o hluboké zájmové struktuře.

Jeden z prvních přístupů zahrnující lokální distorze zavedl Bahr (1988), který představil odhad směru regionálních elektrických struktur na základě fází:

$$\tan(2\theta_B) = \frac{[S_1, S_2] - [D_1, D_2]}{[S_1, D_1] + [S_2, D_2]}, \quad (3.30)$$

kde S a D jsou dány rovnicí 3.28. Fyzikální podstata Bahrova regionálního směru homogenity vychází z podmínky, že tenzor impedance distorzního modelu má po rotaci do směru regionální osy homogenity prostředí stejné fáze v prvním i druhém sloupci impedanční matice. Na rozdíl od Swiftova globálního směru, je Bahrův neovlivnitelný distorzemi.

Pro směrovou analýzu s distorzemi lze využít již zmíněný fázový tenzor (Caldwell et al., 2004) či Groom-Baileyho dekompozici (Bailey a Groom, 1987).

3.5 Příímá úloha

Příímá úloha simuluje elektromagnetickou indukci na modelech a jedná se o zcela základní prostředek pro výpočet obrácené úlohy (kap. 3.6), ale i pro plánování budoucích měření či testování dimenzionality dat.

Příímá úloha spočívá ve vytvoření námi definovaného odporového modelu. Následně se snažíme spočítat odezvu prostředí v podobě impedancí a následných odporů/fází. Určujícím faktorem je pochopitelně dimenzionalita prostředí, která může být 1D/2D/3D.

Modifikací odporového prostředí můžeme model měnit a sledovat změny ve výsledných odporových a fázových křivkách. To je užitečné například při přípravě měření, pokud o měřeném prostředí máme nějaké informace. Lze tak například namodelovat efekt vodivých či nevodivých struktur a podle toho vhodně zvolit vzdálenost mezi stanicemi nebo rozsah měřených period.

Pokud se chceme blíže zabývat magnetotelurickou odezvou prostředí, je nutné začít u elektromagnetického modelu pole. V kvazistacionární aproximaci, bez přítomnosti náboje, kdy uvažujeme harmonickou $e^{-i\omega t}$ časovou závislost elektrického a magnetického pole, můžeme Maxwellovy rovnice vyjádřit ve frekvenční oblasti jako:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H}, \quad (3.31a)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma \cdot \vec{E}, \quad (3.31b)$$

kde je přiřazována hodnotě magnetické permeability (μ) hodnota ve vakuu ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$) a implicitně je předpokládána závislost elektrického a magnetického pole na frekvenci (ω) a prostorových souřadnicích.

3.5.1 Anizotropní odezva v 1D

V 1D anizotropní Zemi, kde mohou být aplikovány podmínky $\partial/\partial_x = \partial/\partial_y = 0$, lze zredukovat Maxvellovy rovnice (3.31a) a (3.31b) na (Martí, 2014):

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = i\omega\mu_0 H_y, \quad (3.32a)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu_0 H_x, \quad (3.32b)$$

$$H_z = 0, \quad (3.32c)$$

a

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\sigma_{xx}E_x - \sigma_{xy}E_y - \sigma_{xz}E_z, \quad (3.33a)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = \sigma_{yx}E_x + \sigma_{yy}E_y + \sigma_{yz}E_z, \quad (3.33b)$$

$$\sigma_{zx}E_x + \sigma_{zy}E_y + \sigma_{zz}E_z = 0. \quad (3.33c)$$

Při řešení této soustavy vezmeme derivace v rovnicích (3.32a) a (3.32b) a eliminujeme magnetické pole nahrazením jejich derivací v (3.33a) a (3.33b), čímž dostaneme systém diferenciálních rovnic druhého řádu pro horizontální elektrická pole (Martí, 2014):

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + i\omega\mu_0(A_{xx}E_x + A_{xy}E_y) = 0, \quad (3.34a)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + i\omega\mu_0(A_{yx}E_x + A_{yy}E_y) = 0, \quad (3.34b)$$

s

$$A_{xx} = \sigma_{xx} - \frac{\sigma_{xz}\sigma_{zx}}{\sigma_{zz}} = \sigma_{xx} - \frac{\sigma_{xz}^2}{\sigma_{zz}}, \quad (3.35a)$$

$$A_{xy} = \sigma_{xy} - \frac{\sigma_{xz}\sigma_{zy}}{\sigma_{zz}}, \quad (3.35b)$$

$$A_{yx} = \sigma_{yx} - \frac{\sigma_{yz}\sigma_{zx}}{\sigma_{zz}}, \quad (3.35c)$$

$$A_{yy} = \sigma_{yy} - \frac{\sigma_{yz}\sigma_{zy}}{\sigma_{zz}} = \sigma_{yy} - \frac{\sigma_{yz}^2}{\sigma_{zz}}. \quad (3.35d)$$

Z rovnic (3.34a) a (3.34b) můžeme vidět, že elektromagnetická pole na povrchu závisí na 3 parametrech: A_{xx} , A_{xy} ($= A_{yx}$), a A_{yy} . Ať má vodivostní tenzor jakýkoli tvar, hodnota σ_{zz} je vždy spojena buď s σ_{xz} nebo σ_{yz} , z čehož plyne, že řešení závisí pouze na σ_{zz} v případě sklonové anizotropie (dip). V 1D anizotropním prostředí je tedy vodivostní tenzor v každé vrstvě ekvivalentní azimutální anizotropii s komponentami

A_{xx} , A_{xy} ($= A_{yx}$), a A_{yy} , které lze diagonalizovat základními horizontálními vodivostmi A_1 a A_2 a efektivním azimutem anizotropie β_S .

Řešením rovnic (3.34a) a (3.34b) jsou v každé vrstvě dva páry vln, každá s e^{+kz} a e^{-kz} závislostmi (jako v případě 2D izotropní Země) a různými vlnovými čísly k (k_1 a k_2) přímo spjaté s hodnotou A_{ij} (Pek a Santos, 2002). Z toho důvodu existují v obecné anizotropní vrstvě dva páry sestupných a vzestupných vln. První „pomalá“ (spjatá s vyšší ze dvou efektivních vodivostí) a druhá „rychlá“ (v rovině směru nižší vodivosti). Různé hodnoty k znamenají, že pro tu samou frekvenci jsou zkoumány různé hloubky.

V N -vrstevnatém prostředí lze získat impedanční tenzor propagováním vztahů mezi komponentami elektromagnetických polí ze spodu vzhůru k povrchu za využití hraničních podmínek (Kováčiková a Pek, 2002). Impedanční tenzor má poté formu (např. Jones 2012):

$$\mathbf{Z}_{1D\text{-anis}} = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & -Z_{xx} \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Podmínka nulové stopy impedančního tenzoru ($Z_{xx} + Z_{yy} = 0$) je stejná jako v případě 2D modelu (Kováčiková a Pek, 2002). Nicméně tento tenzor není v 1D anizotropním případě nutně diagonalizovatelný pomocí rotace pokud se v modelu vyskytují vrstvy s různými anizotropními směry.

V případě anizotropního poloprostoru (s efektivní azimutální anizotropií charakterizovanou A_1 , A_2 , a β_S), je impedanční tenzor spjatý s komponentami vodivostního tenzoru rovnicí (Martí, 2014):

$$\mathbf{Z}_{\text{half-space-anis}} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -(\zeta_1 - \zeta_2) \sin 2\beta_S & (\zeta_1 + \zeta_2) + (\zeta_1 - \zeta_2) \cos 2\beta_S \\ -(\zeta_1 + \zeta_2) + (\zeta_1 - \zeta_2) \cos 2\beta_S & (\zeta_1 - \zeta_2) \sin 2\beta_S \end{bmatrix}, \quad (3.37)$$

kde $\zeta_i = \sqrt{i\omega\mu_0/A_i}$. Podél (zdánlivého) hlavního směru ($\beta_S = 0$), je tenzor antidiagonální jako ve 2D případě. Nejjednodušší případ azimutální anizotropie podél měřených os x a y lze vyjádřit jako:

$$\mathbf{Z}_{\text{half-space-azim-anis}} = \begin{bmatrix} 0 & -\zeta_1 \\ \zeta_2 & 0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2}} \begin{bmatrix} 0 & -1/\sqrt{\sigma_x} \\ 1/\sqrt{\sigma_y} & 0 \end{bmatrix} (1-i). \quad (3.38)$$

3.5.2 Anizotropní odezva ve 2D

Ve 2D anizotropní Zemi, kde uvažujeme osu homogenosti prostředí (angl. strike či structural strike) ve směru x , lze aplikovat podmínku $\partial/\partial_x = 0$ a Maxwellovy rovnice

(3.31a) a (3.31b) dostanou tvar (Martí, 2014):

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = i\omega\mu_0 H_x, \quad (3.39a)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = i\omega\mu_0 H_y, \quad (3.39b)$$

$$-\frac{\partial E_x}{\partial y} = i\omega\mu_0 H_z, \quad (3.39c)$$

a

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma_{xx}E_x + \sigma_{xy}E_y + \sigma_{xz}E_z, \quad (3.40a)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = \sigma_{yx}E_x + \sigma_{yy}E_y + \sigma_{yz}E_z, \quad (3.40b)$$

$$-\frac{\partial H_x}{\partial y} = \sigma_{zx}E_x + \sigma_{zy}E_y + \sigma_{zz}E_z. \quad (3.40c)$$

Dalšími úpravami lze získat dvě parciální diferenciální rovnice druhého řádu pro E_x a H_x :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + i\omega\mu_0(\sigma_{xx} + \sigma_{zx}A + \sigma_{xy}B) + i\omega\mu_0A\frac{\partial H_x}{\partial y} - i\omega\mu_0B\frac{\partial H_x}{\partial z} = 0, \quad (3.41a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\sigma_{yy}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\sigma_{zz}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\sigma_{yz}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\sigma_{yz}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \\ + i\omega\mu_0 H_x - \frac{\partial(AE_x)}{\partial y} - \frac{\partial(BE_x)}{\partial z} = 0, \end{aligned} \quad (3.41b)$$

s

$$A = \frac{\sigma_{xy}\sigma_{yz} - \sigma_{xz}\sigma_{yy}}{D}, \quad (3.42a)$$

$$B = \frac{\sigma_{xz}\sigma_{yz} - \sigma_{xz}\sigma_{zz}}{D}, \quad (3.42b)$$

$$D = \sigma_{xy}\sigma_{zz} - \sigma_{xz}^2. \quad (3.42c)$$

V izotropním případě lze rovnice rozdělit na dva oddělené módy:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + i\omega\mu_0\sigma E_x = 0 \text{ (TE mód)}, \quad (3.43a)$$

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} + i\omega\mu_0\sigma H_x = 0 \text{ (TM mód)}. \quad (3.43b)$$

Pro vertikální a sklonovou anizotropii lze rovnice rozdělit též: vertikální anizotropie (např. Baba et al. 2006) ($A = 0, B = 0, D = \sigma_{yy}\sigma_{zz}$):

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} + i\omega\mu_0\sigma_{xx}E_x = 0, \quad (3.44a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\sigma_{zz}} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\sigma_{yy}} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + i\omega\mu_0 H_x = 0. \quad (3.44b)$$

A sklonová anizotropie ($A = 0, B = 0, D = \sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{yz}^2$):

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} + i\omega\mu_0 \sigma_{xx} E_x = 0, \quad (3.45a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\sigma_{yy}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\sigma_{zz}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\sigma_{yz}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\sigma_{yz}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + i\omega\mu_0 H_x = 0. \quad (3.45b)$$

Řešení rovnic (3.44a) a (3.45a) bude stejné jako v případě prostředí se skalární vodivostí $\sigma = \sigma_{xx}$, zatímco řešení (3.44b) a (3.45b) vede ke kombinaci zbývajících vodivostních hodnot v různých směrech. V případě azimutální anizotropie:

$$\sigma(x, y, z) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3.46)$$

$A = 0, B = -\sigma_{xy}/\sigma_{yy}, D = \sigma_{yy}\sigma_{zz}$, s tím že rovnice nelze rozdělit, ale jsou zjednodušené oproti obecným rovnicím (3.41a) a (3.41b):

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + i\omega\mu_0 \left(\sigma_{xx} - \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_{yy}} \right) E_x + i\omega\mu_0 \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{yy}} \frac{\partial H_x}{\partial z} = 0, \quad (3.47a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\sigma_{zz}} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\sigma_{yy}} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + i\omega\mu_0 H_x + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{yy}} E_x \right) = 0. \quad (3.47b)$$

Ve 2D anizotropním případě, kde E_x a H_x jsou určovány na povrchu, lze zbytek komponent dopočítat pomocí derivace:

$$H_y = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial z}, \quad (3.48a)$$

$$H_z = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial y}, \quad (3.48b)$$

$$E_y = \frac{\sigma_{yz}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial y} + \frac{\sigma_{zz}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial z} + B E_x, \quad (3.48c)$$

$$E_z = -\frac{\sigma_{yy}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\sigma_{yz}}{D} \frac{\partial H_x}{\partial z} + A E_x, \quad (3.48d)$$

a následně určit přenosové funkce.

3.6 Obrácená úloha

Pomocí MT metody měříme přirozeně indukovaná elektrická a magnetická pole, která jsou odezvou podpovrchových struktur na budící pole. Získaná data jsou závislá na fyzikálních vlastnostech horninového prostředí, u MT jmenovitě na rozložení elektrické vodivosti (odporu). Cílem obrácené úlohy je určení skutečného rozložení elektrického odporu pod povrchem Země na základě povrchových měření. Ta jsou totiž ovlivněna podpovrchovými strukturami a skutečné hodnoty lze odhadnout právě pomocí obrácené úlohy.

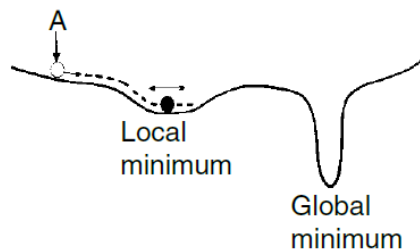
V MT většinou pracujeme se slabě nelineárními úlohami, jejichž řešení je v případě klasických metod řešení obrácených úloh založené na linearizaci a následné minimalizaci cílové funkce. Výpočet takové úlohy probíhá iterativně skrze řešení přímé úlohy a parametrických citlivostí. Model generující naše data se v každé iteraci postupně upravuje zejména tam, kde je špatná shoda mezi modelovými a experimentálními daty a úloha se tak postupně posouvá k nejlepšímu modelu s nejmenší chybou. Výsledkem těchto klasických (deterministických) úloh je jeden jediný model, který co nejlépe vystihuje naše data.

Druhou velkou skupinou řešení obrácených úloh jsou stochastické algoritmy založené na prohledávání prostoru parametrů a vybírání modelů na základě jejich pravděpodobnosti, měřené za pomoci znormované věrohodnosti (cílová funkce určující pravděpodobnost). Výpočet stochastické obrácené úlohy probíhá skrze řešení přímé úlohy. Celý postup má charakter iterativního procesu, pomocí kterého se snažíme zmapovat prostor řešení. Jednotlivé parametry se pohybují prozkoumávaným prostorem a snaží se postupně získat celý řetězec modelů, který dobře aproximuje celou aposteriorní pravděpodobnostní hustotu (shrnuje, co víme o nejistotách v dané analýze). Výsledkem je stabilní řešení v podobě souboru velkého počtu modelů (podle řešené úlohy v řádu desítek tisíc až miliónů), které dovolují získat dostatečně stabilní pravděpodobnostní parametry.

Experimentální data nelze v případě klasických obrácených úloh obvykle použít s parametrickým odhadem chyby. V MT jsou šумы (modelu i dat) velmi často dost daleko od standardních gaussových modelů, a proto bývají parametrické odhady založené na Gaussově modelu šumu nepřilíš realistické. Jsou totiž obvykle příliš malé pro data na krátkých periodách (Mcneice a Jones, 1996), takže téměř znemožňují vystihnout data, a

příliš velké pro dlouhé periody, díky čemuž nedostatečně omezují modely v hloubkách. Proto se při výpočtu obrácené úlohy nezřídka zavádějí tzv. chybové prahy (angl. error floors) pro jednotlivé složky dat (ať už odpory/fáze nebo jednotlivé impedance). Ty jsou sice velmi subjektivní, ale při správné velikosti pozitivně ovlivní konvergenci a nalezení finálního řešení.

Obrácená úloha v magnetotelurice je obvykle mnohadimenzionální problém obsahující desítky/stovky parametrů v 1D, stovky/tisíce ve 2D a desetitisíce/statisíce ve 3D. V případě uvážení anizotropie se dimenze prostoru zvyšuje až šestkrát. V MT se poměrně často jedná o špatně podmíněnou úlohu – i malá změna v datech způsobí velkou změnu v modelu. Dalším problémem je nalezení globálního minima, které vyjadřuje co nejmenší chybu mezi experimentálními a modelovými daty. Může se stát, že obrácená úloha skončí v tzv. lokálním minimu, ze kterého se již nikam neposouvá. To je problém zejména u úloh s regularizací (viz kap. 4.5), ve kterých se snažíme najít globální minimum (obr. 4). U neregularizovaných úloh není situace zcela jednoznačná, protože globální minimum zde nemusí mít žádný fyzikální význam.



Obr. 4. Příklad lokálního a globálního minima funkce.

Zdroj: Simpson, F., Bahr, K., *Practical Magnetotellurics*. Cambridge University Press, 2005.

Většina inverzních algoritmů pracuje s velmi jednoduchým startovním modelem, který postupně strukturně komplikuje tak, aby se modelová data blížila těm experimentálním. Jakmile je dosaženo dobré statistické shody dat, podmínka na fit se oslabí a důraz se přesune na zjednodušení struktury. Ve výsledku algoritmus najde strukturně nejjednodušší model, který statisticky vystihuje experimentální data.

Při řešení stochastické obrácené úlohy je třeba využít apriorní informace, která je součástí bayesova vzorce (jenž je základem stochastických úloh). Ve stochastické úloze určitý typ apriorní informace (kupř. že rozdíl odporů sousedních buněk v modelu má charakter Gaussova šumu či procesu) po formálním matematickém zápisu do bayesova vzorce přechází ve standardní L2 regularizaci. Apriorní informace určitého typu se tak jeví jako regularizace v klasických obrácených úlohách, ve kterých se většinou snažíme

pomocí regularizace potlačit rozdíly mezi sousedními buňkami a získat tak hladký model.

Obrácenou úlohu lze realizovat v 1D, ve 2D a ve 3D. Počty parametrů se s přibývajícím dimenzemi skokově zvyšují, stejně jako výpočetní čas a náročnost na výpočetní techniku. Ve všech případech lze uvažovat anizotropii, což vede k dalšímu zvýšení složitosti.

V 1D případě pracuje obrácená úloha pouze s jednotlivými vrstvami a elektrický odpor se mění jen s hloubkou. Starší algoritmy pracovaly s předdefinovaným počtem vrstev, jejichž počet však velmi ovlivňoval výsledné odporové struktury. Novější algoritmy jsou již schopny pracovat s transdimenzionálními přechody, dokáží tedy počet vrstev během procesu řešení upravovat (Malinverno, 2002).

Ve 2D případě dochází ke změně elektrického odporu s hloubkou a podél profilu. Výpočet probíhá v obdélníkové/trojúhelníkové síti, čímž vznikají jednotlivé buňky, kterým je přiřazována určitá vodivost. Velikost jednotlivých buněk se většinou zvětšuje směrem k okrajům modelu a s hloubkou (Simpson a Bahr, 2005). Síť pro výpočet přímé a obrácené úlohy může být rozdílná, v průběhu výpočtu se standardně nemění, ovšem nejnovější algoritmy pracují i s jejich změnami (např. Key a Owall, 2011; Grayver, 2015). Měnící se síť reaguje zejména na rozložení stanic, či na vznikající odporové struktury a pomáhá tak docílit lepší shody modelu s původními daty.

4. Stochastická obrácená úloha

Pomocí obrácené úlohy lze upřesnit reálné rozložení fyzikálních parametrů pod povrchem Země na základě povrchového měření. Díky mnohoznačnosti úlohy však můžeme najít velké množství modelů, které vykazují podobnou shodu s experimentálními daty. K tomu dochází zejména v důsledku datových chyb, nedostatečného datového pokrytí, fyzikálním základům dané metody nebo přeparametrizováním modelu. Zatímco pravděpodobnostní vlastnosti pozorovaných chyb je relativně snadné popsat, chyby vycházející ze struktury modelu se pravděpodobnostně formulují složitě. Subjektivní regularizace a parametrizace mohou významně zvyšovat nejistotu modelových parametrů a mohou také vést k vychýlení modelových parametrů, což znamená, že některé části výsledného modelu nemusí být dobře vyřešeny.

Pomocí bayesovského přístupu lze z apriorní znalosti modelu, experimentálních dat a modelu, jakým jsou pozorovaná data teoreticky modelována, upřesnit parametry ve formě aposteriorní pravděpodobnosti těchto parametrů podmíněné pozorovanými daty. Tento řetězec procesů je analogií procesu učení: ze slabé znalosti o parametrech modelu (apriorní pravděpodobnost), postupně pomocí experimentu zpřesňujeme naše znalosti o modelu (aposteriorní pravděpodobnost podmíněná pozorovanými daty). Popsaný proces lze opakovat a dále tak zlepšovat naše vědomosti o modelu.

Pokud označíme studovaný fyzikální systém vektorem \mathbf{M} s modelovými parametry $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_M)$ a set N pozorování, $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_N)$, které jsou teoreticky spjaté s modelem rovnicí:

$$\mathbf{d} = g(\mathbf{m}) + \mathbf{e}, \quad (4.1)$$

kde \mathbf{e} je vektor o velikosti N , který obsahuje měřené chyby dat. Pak můžeme získat aposteriorní hustotní funkci pdf $p(\mathbf{m}|\mathbf{d})$ modelových parametrů pomocí Bayesova teorému (Tarantola a Valette 1982):

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = \frac{p(\mathbf{m})p(\mathbf{d}|\mathbf{m})}{p(\mathbf{d})}, \quad (4.2)$$

kde $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$ vyjadřuje jaká je pravděpodobnost dat \mathbf{d} při určitém modelu \mathbf{m} (někdy také označovaná jako věrohodnostní funkce $L(\mathbf{m}|\mathbf{d})$, angl. likelihood function), $p(\mathbf{m})$ je apriorní pdf a $p(\mathbf{d})$ vyjadřuje pravděpodobnost dat \mathbf{d} . Vzhledem k tomu, že data \mathbf{d} vždy známe, lze je z rovnice (4.2) vypustit a následně rovnici přepsat do podoby, kdy dovoluje srovnávat různé modely dle jejich pravděpodobnosti:

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}) \propto p(\mathbf{m})L(\mathbf{m}|\mathbf{d}). \quad (4.3)$$

Apriorní informace $p(\mathbf{m})$ reprezentuje známé informace o zkoumaném prostředí - v geofyzice tedy podpovrchové struktury. Vyjádření apriorní informace v modelu má však jistá strukturní omezení v závislosti na parametrizaci modelu. Například v 1D pracujeme obvykle se zvrstvenými modely, ve 2D s hladkými atp. Nelze tak do modelů začlenit něco, co není realizovatelné v rámci zvolené parametrizace. Někdy se proto do bayesovské formulace zavádí také explicitně třída modelů v níž je úloha uvažována.

Věrohodnostní funkce $L(\mathbf{m}|\mathbf{d})$ shrnuje vzdálenost (většinou v podobě reziduí) mezi modelovými a experimentálními daty. Čím vyšší je hodnota věrohodnosti, tím bližší je odezva modelu s experimentálními daty. Samotná hodnota věrohodnosti nám však po vypuštění jmenovatele z rovnice (4.2) neumožňuje rozhodnout, zda je nějaký zvolený model dobrý či špatný. Podle rovnice (4.3) tak můžeme pouze porovnávat jednotlivé modely navzájem, ale nelze rozhodnout o kvalitě jednoho jediného modelu, čemuž se musí vhodně přizpůsobit vzorkovací algoritmy.

Pokud mají měřené datové chyby normální rozdělení s nulovým průměrem, věrohodnostní funkce je definována jako (Tarantola, 2005):

$$L(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \det(\Sigma)^{1/2}} \times \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{g}(\mathbf{m}) - \mathbf{d})\right), \quad (4.4)$$

kde Σ je kovarianční matice a $\det(\Sigma)$ označuje determinant Σ . Pokud jsou chyby nekorelované, poté má Σ podobu diagonální matice a $\det(\Sigma) = \prod_{i=1}^N \sigma_i^2$. Logaritmičká věrohodnostní funkce pak může být vyjádřena jako:

$$l(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = -\frac{N}{2} \exp(2\pi) - \frac{1}{2} \log\left(\prod_{i=1}^N \sigma_i^2\right) - \frac{1}{2} \phi_{d,2}, \quad (4.5)$$

kde $\phi_{d,2} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{g_i(\mathbf{m}) - d_i}{\sigma_i}\right)^2$ vyjadřuje datovou shodu a σ_i označuje standardní odchylku i -tého měření chyby. Tato funkce popisuje vzdálenost mezi odezvou navrhovaného modelu a experimentálními daty, kde dolní index 2 značí L2 normu. S tím, jak se shoda modelu s experimentálními daty zlepšuje, logaritmičká věrohodnostní funkce se zvětšuje a navrhované modely jsou více realizovány z a posteriori distribuce.

Pokud datové chyby nemají normální rozdělení, lze použít takové, které dobře popisuje rozložení reálných chyb. Velmi často se tak používá exponenciální, které je konzistentní s L1 normou: je více robustní vůči výskokům a podává často realističtější výsledky. Pokud jsou měřené chyby nezávislé, exponenciální věrohodnostní funkci lze

vyjádřit jako (Tarantola, 2005):

$$L(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = \frac{1}{2^N \prod_{i=1}^N \sigma_i} \exp\left(-\sum_{i=1}^N \left| \frac{g_i(\mathbf{m}) - d_i}{\sigma_{d,i}} \right|\right), \quad (4.6)$$

což koresponduje s následující formulací logaritmické věrohodnostní funkce:

$$l(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = -N \log(2) - \log\left(\prod_{i=1}^N \sigma_i\right) - \phi_{d,1}, \quad (4.7)$$

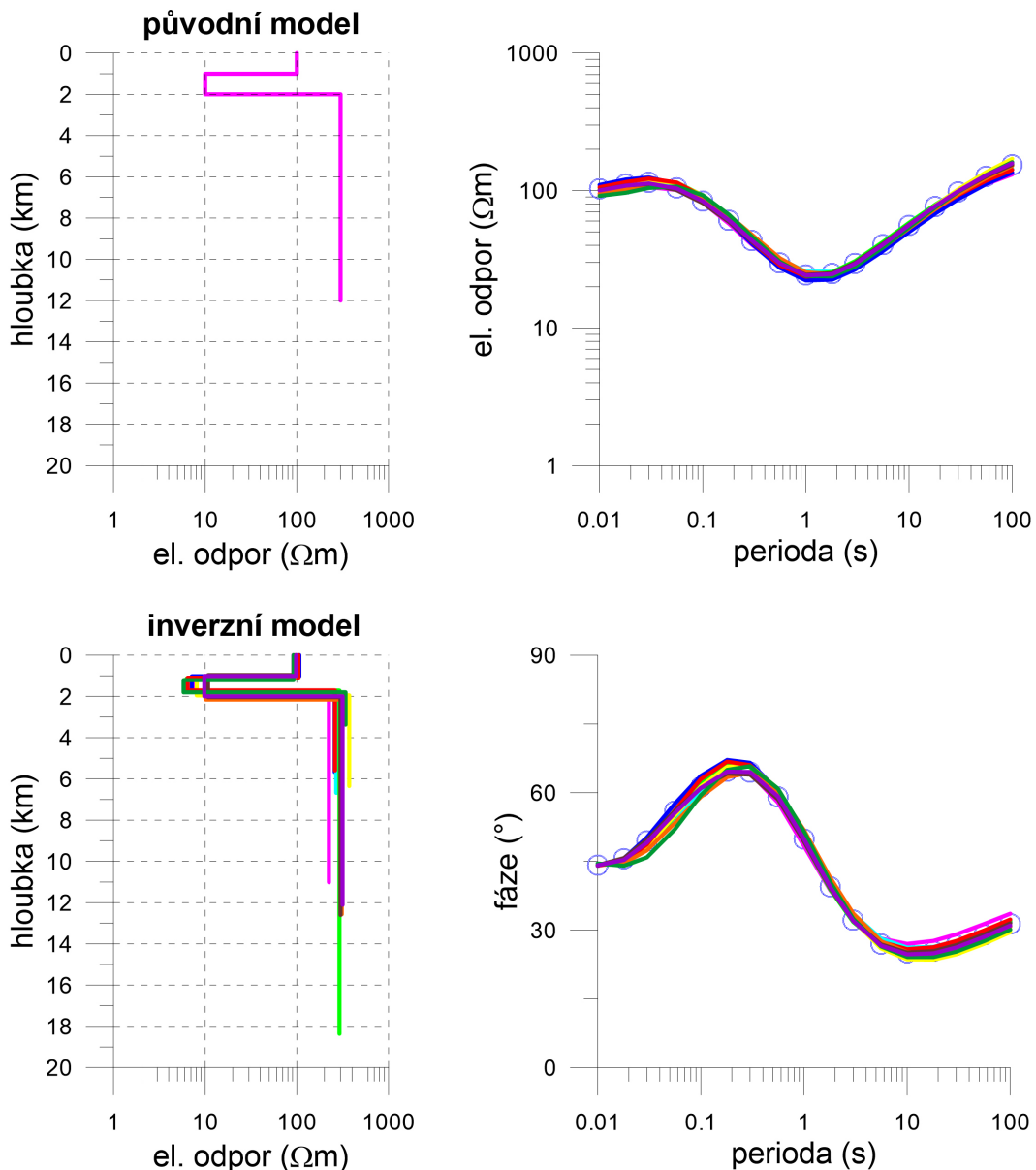
kde je datová shoda definována jako $\phi_{d,1} = \sum_{i=1}^N \left| \frac{g_i(\mathbf{m}) - d_i}{\sigma_i} \right|$. Taková distribuce má výrazně delší chvosty a tudíž lépe odstraňuje efekt výskoků v datech v procesu odhadu parametrů.

4.1 Monte Carlo simulace

Vzhledem k tomu, že v magnetotelurice bayesovský problém nelze řešit analyticky ani ho analyticky přiblížit, je nutné k jeho řešení použít vzorkovací metodu. Simulace Monte Carlo (MC) mohou sloužit ke generování náhodných vzorků z aposteriorní distribuce, přičemž hledaný výsledek ve formě sumárních statistik modelových parametrů je následně získán z dostatečně velkého počtu vygenerovaných vzorků. Protože aposteriorní distribuce je velmi často mnohadimenzionální, k jejímu získání je nutné mnoho iterací. Za tímto účelem byla vyvinuta celá řada vzorkovacích metod, které ovšem všechny do určité míry spoléhají na simulace metodou Monte Carlo.

Metody Monte Carlo zahrnují širokou skupinu výpočetních algoritmů, které používají opakované náhodné vzorkování k odhadnutí cílové distribuce. Nejjednodušší variantou metody Monte Carlo je náhodné vzorkování z apriorní distribuce, pomocí kterého lze získat pravděpodobnostní rozložení aposteriorní distribuce. Taková úloha je značně neefektivní, protože vzorkování se pohybuje velmi často v místech s nízkou pravděpodobností, ale lze na ní velmi dobře ilustrovat podstatu metody například v případě 1D obrácené magnetotelurické úlohy. Mějme syntetický model skládající se ze tří vrstev o mocnostech 1, 1 a 10 km s odpory 100, 10 a 300 $\Omega.m$ (viz obr. 5, původní model), který generuje data pro 17 logaritmicky ekvidistantně rozložených period na logaritmické škále. Pro každou vrstvu nyní můžeme určit apriorní distribuci (meze), ze které se bude vzorkovat. V případě první vrstvy můžeme například říct, že její mocnost se může pohybovat od 0,1 do 2 km a odpor od 1 do 1000 $\Omega.m$. Analogicky určíme meze

i pro zbylé dvě vrstvy. Pokud poté provedeme 1 milión náhodných simulací z apriorní distribuce, dostaneme 1 milión možných řešení, ze kterých můžeme na základě shody mezi experimentálními a modelovými daty najít to nejlepší nebo statisticky určit jistotu jeho odhadu. Pro názornost spolehlivosti MC simulací, ukazují v obr. 5 deset různých běhů, každý o 1 miliónu simulací. Jak je z obrázku patrné, jednoduché vzorkování z apriorní distribuce našlo prakticky ve všech případech velmi podobný model, který se dostatečně shoduje s původními daty.



Obr. 5. Příklad jednoduché MC simulace ukazující řešení obrácené úlohy pro 10 různých běhů vždy o jednom miliónu simulací.

Z výše uvedeného příkladu je patrné, že rovnoměrné vzorkování může být efektivní pouze v případě prvních jednotek parametrů (zde 6) a relativně nenáročného

řešení přímé úlohy. Pokud by byla apriorní distribuce mnohadimenzionální (stovky parametrů), úloha by nebyla příliš efektivní. Potřebný počet simulací by totiž dosáhl velmi vysokých hodnot a celá úloha by byla časově zcela nevýhodná. Celkově lze říci, že standardní Monte Carlo algoritmy jsou využitelné pouze pro nízkodimenzionální problémy.

4.2 Monte Carlo simulace s Markovovými řetězci (MCMC)

Efektivní MCMC metody byly předloženy v roce 1954 při řešení problémů ve statistické mechanice (Metropolis et al., 1953) na základě starších bayesovských přístupů (Jeffreys, 1939). Další posun nastal v roce 1970, kdy Hastings (1970) zobecnil Metropolisovu práci a odvodil důležité podmínky pro akceptační poměr v Markovově řetězci (rovnice 4.10) a zavedl tzv. Metropolis-Hastingsův algoritmus. V osmdesátých letech se zájem o MCMC metody dále rozvíjel (Kirkpatrick et al., 1983; Geman a Geman, 1984; Celeux a Diebolt, 1985). Důležité bylo zejména uvedení Gibbsova vzorkování (Geman a Geman, 1984), které je založeno na generování vzorků procházením jednotlivých proměnných (nebo bloků proměnných) s cílem vzorkovat z jejich podmíněné distribuce, zatímco ostatní proměnné jsou zafixované na jejich současné hodnotě. Tzv. Metropolis s Gibbem spojil Metropolisův přístup s Gibbsovým vzorkováním a na rozdíl od dřívějších MCMC algoritmů se zabýval každým parametrem zvlášť - jednotlivé kroky návrh/akceptování/odmítnutí jsou prováděny jednotlivě parametr po parametru. Opravdový průlom nastal v roce 1990, kdy Gelfand a Smith (Gelfand a Smith, 1990) unifikovali MCMC teorii a umožnili široké využití Gibbsova vzorkování spolu s Metropolis-Hastingsovými MCMC algoritmy ve fyzice, astronomii nebo statistice.

Základem MCMC simulací je Markovův řetězec, který se náhodně pohybuje prohledávaným prostorem a postupně navštěvuje jednotlivá řešení se stabilní frekvencí plynoucí ze stacionární distribuce cílové distribuce. Pravděpodobnost skoku řetězce ze současného stavu do následujícího závisí pouze na současném stavu a nikoli na předchozích stavech. MCMC simulace podává lepší výsledky oproti jednoduché Monte Carlo simulaci v případě vícedimenzionálních problémů. Jakmile řetězec prozkoumávájíci prostor najde region s vysokou pravděpodobností, má velkou šanci se v něm úspěšně dále pohybovat, protože místa s vyšší pravděpodobností bývají propojená nebo na sebe navazující. Řetězec se tak vyhne místům s nízkou pravděpodobností, které může na rozdíl od jednoduché MC simulace vynechat.

K prozkoumání cílové distribuce generuje MCMC algoritmus pokusné kroky ze současného stavu Markovova řetězce x_{t-1} do nového stavu x_p . Nejstarší verzí je Metropolis s náhodným krokem (random walk Metropolis - RWM), který uveřejnil Metropolis et al. (1953). Tento postup je postaven tak, aby udržoval detailní vyváženost s ohledem na cílovou distribuci v každém jednotlivém kroku řetězce (tzn. krok z x_{t-1} do x_p má stejnou pravděpodobnost jako z x_p do x_{t-1}). Detailní vyváženost (reversibilita) je důležitou (i když ne nezbytně nutnou) podmínkou pro to, aby řetězec vyhovoval stacionární distribuci, která vyjadřuje, že pravděpodobnost na konci řetězce je nezávislá na místě, kde začal.

Pokud $p(x_{t-1})p(x_p)$ značí pravděpodobnost systému ve stavu x_{t-1} (x_p) a $q(x_{t-1} \rightarrow x_p)(q(x_p \rightarrow x_{t-1}))$ je podmíněná pravděpodobnost pokusného kroku x_{t-1} do x_p (nebo x_p do x_{t-1}), pak pravděpodobnost $p_{\text{acc}}(x_{t-1} \rightarrow x_p)$ přijetí pokusného kroku z x_{t-1} do x_p souvisí s $p_{\text{acc}}(x_p \rightarrow x_{t-1})$ podle:

$$p(x_{t-1})q(x_{t-1} \rightarrow x_p)p_{\text{acc}}(x_{t-1} \rightarrow x_p) = p(x_p)q(x_p \rightarrow x_{t-1})p_{\text{acc}}(x_p \rightarrow x_{t-1}). \quad (4.8)$$

Při uvážení symetrické skokové distribuce ($q(x_{t-1} \rightarrow x_p) = q(x_p \rightarrow x_{t-1})$), lze rovnici (4.8) přepsat:

$$\frac{p_{\text{acc}}(x_{t-1} \rightarrow x_p)}{p_{\text{acc}}(x_p \rightarrow x_{t-1})} = \frac{p(x_p)}{p(x_{t-1})}, \quad (4.9)$$

a samotnou pravděpodobnost přijetí či nepřijetí pokusného kroku vyjádřit jako:

$$p_{\text{acc}}(x_{t-1} \rightarrow x_p) = \min \left[1, \frac{p(x_p)}{p(x_{t-1})} \right]. \quad (4.10)$$

V prvním kroku je vzorkován kandidátní bod x_p z navrhované symetrické distribuce q , která závisí na aktuální pozici x_{t-1} . Následně je kandidátní bod přijat či nepřijat na základě Metropolisovy akceptační pravděpodobnosti (rovnice 4.10). Nakonec, pokud byl kandidátní bod přijat, posouvá se řetězec do x_p , jinak zůstává v aktuální pozici x_{t-1} . Opakováním těchto tří kroků se Markovův řetězec postupně posouvá k hledané cílové distribuci.

4.3 Mnohařetězcová metoda DE-MC

Během poslední dekády vzniklo mnoho různých postupů, jak zefektivnit MCMC simulace. Ty lze rozdělit na jednořetězcové a mnohařetězcové metody. Vzhledem k tomu, že zde využívaný vzorkovací algoritmus DREAM využívá mnohařetězcovou metodu, jednořetězcové metody přeskočím.

Mnohařetězcové metody využívají mnoho různých paralelně běžících řetězců k prozkoumání aposteriorní cílové distribuce. Použití vícenásobného počtu řetězců má mnoho výhod, zejména v případě komplexní aposteriorní distribuce jako jsou úlohy s mnoha lokálními minimy. Mnohařetězcové metody nabízí silnou ochranu proti předčasné konvergenci a umožňují použití širokého spektra statistických metod (Gelman a Rubin, 1992), pomocí nichž lze zhodnotit, zda dochází ke konvergenci, a to zejména u metod, které pracují s interakcí většího počtu řetězců. Interakci většího počtu řetězců lze využít jednak k posouzení konvergence na základě rozptylu jejich hodnot při začátku vzorkování a také dovoluje jednoduchý odhad vzorkovací variability bez nutnosti analýzy časového vývoje jednotlivých simulací (Gelman a Rubin, 1992).

Jednou z možností jak efektivně generovat v rámci řetězců nové návrhy je využití diferenciální evoluce (DE; Storn a Price, 1997), kterou využívá i algoritmus DREAM. Jedná se o evoluční algoritmus, který lze zařadit mezi stochastické metody s přímým vyhledáváním. Výhodou DE je velmi malý počet startovních parametrů: velikost populace, mutační konstanta, práh křížení a počet generací. V prvním kroku je generována náhodně nultá generace, která je následně ohodnocena ve smyslu konkrétních jedinců. V dalším kroku jsou vybráni jedinci k reprodukci (rodiče) a následuje křížení vybraných jedinců a vytvoření potomků. V posledním kroku dochází k výběru potomků pro příští generaci a tzv. mutaci, která do algoritmu vnáší prvek náhody a náhodně mění vlastnosti některých jedinců v nové populaci. DE algoritmy lze snadno paralelizovat a zefektivnit tak jejich výpočet.

Ter Braak (2006) navrhl jednoduchý adaptivní RWM algoritmus nazývaný se Diferenciální Evoluční Markovův řetězec (Differential Evolution Markov Chain - DE-MC). DE-MC využívá diferenciální evoluci většího počtu řetězců, které spolu interagují jako genetický algoritmus pro vyvíjenou populaci v kombinaci s Metropolisovým výběrovým pravidlem. To rozhoduje, zda by měla nová populace (nový stav - kandidátní body) nahradit své rodiče (původní stav). Výhodou DE-MC algoritmu je, že vedle sebe běží paralelně N různých Markovových řetězců. Pokud je stav jednoho řetězce dán d -vektorem x , poté v každé generaci $t - 1$, N řetězců v DE-MC definuje populaci \mathbf{X} . Ta koresponduje s maticí $N \times d$, kde každý řádek reprezentuje jeden řetězec. Následně je generován vícerozměrný návrh \mathbf{X}_p ze souhrnu řetězců $\mathbf{X} = (x_{t-1}^1, \dots, x_{t-1}^N)$ pomocí diferenciální evoluce (Vrugt, 2016):

$$\mathbf{X}_p^i = \gamma_d(\mathbf{X}^a - \mathbf{X}^b) + \zeta_d, \quad a \neq b \neq i, \quad (4.11)$$

kde γ značí délku skoku (angl. jump rate), a a b jsou celá čísla získaná bez nahrazení z $\{1, \dots, i-1, i+1, \dots, N\}$, a $\zeta \stackrel{D}{\sim} N_d(0, c_*)$ je získáno z normální distribuce s malou standardní odchylkou. Přijetím každého návrhu pomocí Metropolisovy pravděpodobnosti (Vrugt, 2016):

$$p_{acc}(\mathbf{X}^i \rightarrow \mathbf{X}_p^i) = \min[1, p(\mathbf{X}_p^i)/p(\mathbf{X}^i)], \quad (4.12)$$

je získán Markovův řetězec, jehož stacionární nebo limitní distribuce je aposteriorní distribucí.

Protože se sdružená pravděpodobnost pdf N řetězců faktorizuje jako $\bar{\pi}(x^1|\cdot) \times \dots \times \bar{\pi}(x^N|\cdot)$, stavy $x^1 \dots x^N$ jednotlivých řetězců jsou nezávislé na jakékoli generaci, po tom co DE-MC začalo být nezávislé na své počáteční hodnotě (Vrugt, 2016). Jakmile skončí tento úsek tzv. zahoření (angl. burn-in), lze počítat průběh konvergence DE-MC algoritmu pomocí \hat{R} statistiky (Gelman a Rubin, 1992). Ta slouží k monitoringu konvergence u mnohařetězcových MCMC metod, kdy se řetězce berou jako zkonvergované ve chvíli, kdy „zapomenou“ svoje počáteční hodnoty a výsledné hodnoty všech řetězců jsou prakticky shodné.

DE-MC algoritmus řeší důležitý praktický problém RWM, kterým je správná volba velikosti skoku a směru při prohledávání zkoumaného prostoru.

4.4 Mnohařetězcová metoda DREAM

Metoda DREAM nalézá v posledních letech uplatnění v široké škále oborů zahrnujících biologii (Coelho et al., 2011; Zaoli et al., 2014), chemii (Owejan et al., 2012; DeCaluwe et al., 2014), ekonomii (Bauwens et al., 2011; Lise et al., 2012), fyziku (Dura et al., 2011; Horowitz et al., 2012) a v neposlední řadě i různé součásti geověd jako hydrogeologii (Keating et al., 2010; Laloy et al., 2013), geostatistku (Minasny et al., 2011; Sun et al., 2013) a geofyziku (Bikowski et al., 2012; Linde a Vrugt, 2013). DREAM byl použit i pro 2D magnetotelurickou obrácenou úlohu (Carbalaj et al., 2014), nikdy však v případě mnohadimenzionálního anizotropního případu.

Algoritmus DREAM (Differential Adaptive Metropolis - Diferenciální Adaptivní Metropolis) má svůj původ v DE-MC algoritmu, ale využívá navíc podprostorové vzorkování (Vrugt et al., 2009) spolu s korekcí vyskakujících řetězců ke zrychlení konvergence k cílové distribuci. Podprostorové vzorkování je v DREAMu zavedeno tak, že pokaždé kdy je generován nový návrh, dochází k aktualizaci ne všech, ale jen náhodně vybraných dimenzí x , pokaždé kdy je generován nový návrh. Pokud A bude značit

podmnožinu d^* -dimenzí originálního prostoru parametrů, $\mathbb{R}^{d^*} \subseteq \mathbb{R}^d$ potom je skok, $d\mathbf{X}^i$ itého řetězce $i = \{1, \dots, N\}$ při iteraci $t = \{2, \dots, T\}$ vypočítán ze souboru řetězců $\mathbf{X} = x_{t-1}^1, \dots, x_{t-1}^N$ pomocí diferenciální evoluce (Vrugt, 2016):

$$d\mathbf{X}_A^i = \zeta_{d^*} + (1_{d^*} + \lambda_{d^*})\gamma_{\delta, d^*} \sum_{j=1}^{\delta} (\mathbf{X}_A^{\mathbf{a}_j} - \mathbf{X}_A^{\mathbf{b}_j}) \quad (4.13)$$

$$d\mathbf{X}_{\neq A}^i = 0,$$

kde $\gamma = 2.38/\sqrt{2\delta d^*}$ je délka skoku (angl. jump rate), δ označuje počet párů řetězců použitých ke generování skoku a \mathbf{a} a \mathbf{b} jsou vektory obsahující δ celých čísel, která jsou vytahována (angl. draw) bez nahrazení z $\{1, \dots, i-1, i+1, \dots, N\}$. Pokud bychom zvolili $\delta = 3$, znamenalo by to v praxi, že jedna třetina návrhů je vytvořena z $\delta = 1$, druhá třetina z $\delta = 2$ a zbylá třetina z $\delta = 3$. Hodnoty λ a ζ jsou vzorkovány nezávisle z $U_{d^*}(-c, c)$ a $N_{d^*}(0, c_*)$, respektive z multivarietní uniformní a normální distribuce, typicky s $c = 0,1$ a c_* malým v porovnání se šířkou cílové distribuce. Oproti DE-MC algoritmu, $p_{(\gamma=1)} = 0,2$, což slouží k vylepšení pravděpodobnosti skoku mezi nepropojenými módy v cílové distribuci.

Kandidátní bod itého řetězce při ité iteraci t poté bude (Vrugt, 2016):

$$\mathbf{X}_p^i = \mathbf{X}^i + d\mathbf{X}^i, \quad (4.14)$$

a Metropolisův poměr v rovnici 4.12, je poté použit k rozhodnutí, zda návrh přijmout či nikoli. Pokud $p_{acc}(\mathbf{X}^i \rightarrow \mathbf{X}_p^i) \geq U(0, 1)$ kandidátní bod je přijat a itý řetězec se přesune do nové pozice, která je $x_t^i = \mathbf{X}_p^i$, jinak $x_t^i = x_{t-1}^i$. Výchozí rovnice pro γ by měla pro gaussovské rozdělení vyústit v optimální akceptační míru blízkou 0,44 pro $d = 1, 0,25$ pro $d = 5$ a 0,23 pro velká d (Vrugt, 2016).

d^* -členy podmnožiny A jsou vzorkovány z $\{1, \dots, d\}$ a definují rozměry parametrického prostoru, který má být vzorkován novým návrhem. Tato podmnožina A je konstruována v DREAMu za pomoci operátoru křížení (angl. crossover). Tento genetický operátor je použit před vznikem každého návrhu a pracuje následovně. Nejdříve je křížící hodnota CR vzorkována z geometrické řady n_{CR} různých crossover pravděpodobností, $CR = \{\frac{1}{n_{CR}}, \frac{2}{n_{CR}}, \dots, 1\}$ za použití diskretní multinomiální distribuce, $M(CR, \mathbf{p}_{CR})$ na CR s pravděpodobností výběru \mathbf{p}_{CR} . Následně, d -vektor $\mathbf{z} = \{z_1, \dots, z_d\}$ je vytažen ze standardní multivarietní normální distribuce $\mathbf{z} \stackrel{D}{\sim} U_d(0, 1)$.

Všechny jeho hodnoty j , které vyhovují $z_j \leq cr$ jsou ukládány do podmnožiny A . Pokud je A prázdné, jedna dimenze z $\{1, \dots, d\}$ je vzorkována náhodně, aby se zabránilo tomu, že skokový vektor bude mít nulovou délku (Vrugt, 2016).

Použití podprostorového vzorkování navíc dovoluje použití $N < d$ v DREAMu, což je důležitá výhoda oproti DE-MC algoritmu, který potřebuje $N = 2d$ řetězců. V praxi to znamená, že pro efektivní zmapování prostoru řešení stačí nízký počet řetězců, což vede k nižším nárokům na výpočetní kapacitu i k časové úspoře (Vrugt, 2016).

4.4.1 MT-DREAM_(ZS)

Tato verze algoritmu je speciálně určena pro mnohadimenzionální problémy. Na rozdíl od normální verze algoritmu vytváří skokový vektor v rovnici (4.13) z minulých stavů spojených řetězců (Vrugt et al., 2008, 2009). Tento postup je implementován následovně: Pokud $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^1, \dots, \mathbf{Z}^m$ je matice o velikosti $m \times d$, která řadí historii každého řetězce N , poté je následující skok spočítán jako (Vrugt, 2016):

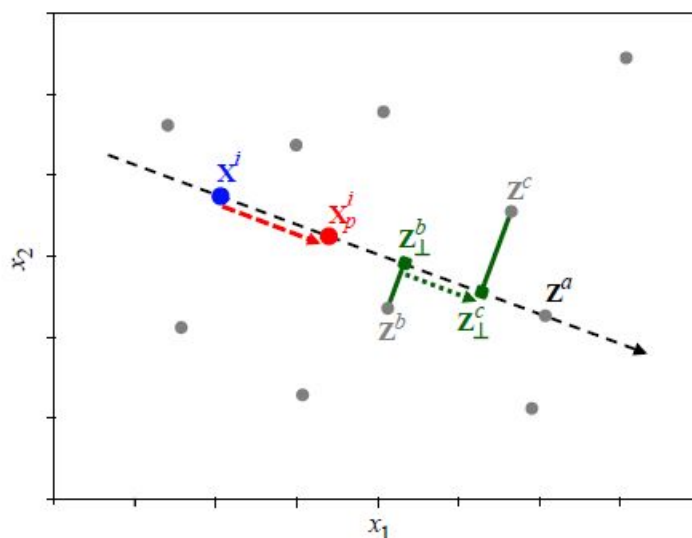
$$\mathbf{dX}_A^i = \zeta_{d^*} + (1_{d^*} + \lambda_{d^*}) \gamma_{\delta, d^*} \sum_{j=1}^{\delta} (\mathbf{Z}_A^{\mathbf{a}^j} - \mathbf{Z}_A^{\mathbf{b}^j}), \quad (4.15)$$

kde \mathbf{a} a \mathbf{b} jsou $2\delta N$ celočíselné hodnoty vybrané bez nahrazení z $\{1, \dots, m\}$.

Využití minulých stavů pro skokovou distribuci v rovnici (4.15) má tři hlavní výhody. Za prvé, výrazně méně řetězců musí dostatečně prozkoumat cílovou distribuci. To nejenže minimalizuje počet vzorků nutných k zahoření, ale také to zjednodušuje aplikaci algoritmu pro mnohadimenzionální problémy. Zatímco u samotného algoritmu DREAM je nutný minimální počet řetězců $N \geq d/2$, u verze DREAM_{ZS} stačí pouze $N = 3$ i pro mnohadimenzionální problémy. Za druhé, vzhledem k tomu, že navrhovaná distribuce v algoritmu DREAM_{ZS} využívá minulé stavy řetězců, jejich výpočet může běžet na různých procesorech. A za třetí, vyskakující řetězce nepotřebují nijak korigovat (Vrugt, 2016).

Vzorkování z minulých stavů popírá Markovovské principy vzorkování řetězců. Díky tomu DREAM_(ZS) spadá spíše pod adaptivní Metropolisovy vzorkovací algoritmy (Roberts a Rosenthal, 2007). Vzhledem k využití delší historie řetězců nelze na tyto adaptivní algoritmy aplikovat standardní MCMC teorii. K zajištění konvergence u těchto metod je nutné, aby se adaptace v průběhu výpočtu postupně snižovala, což DREAM_{ZS} splňuje (ter Braak a Vrugt, 2008).

Aby se zajistila dostatečná různorodost vytvářených návrhů, algoritmus využívá směs paralelních směrů a tzv. kulečnickových skoků (angl. snooker jumps). Tyto skoky využívají adaptivní velikost kroku a jsou schematicky zobrazeny na obr. 6. Indexy a , b a c jsou vytaženy náhodně z celých čísel $\{1, \dots, m\}$.



Obr. 6. Vysvětlení kulečnickových skoků pro hypotetický 2D problém využívající archiv $m = 10$ bodů (šedé tečky) Tři body z tohoto archivu Z^a , Z^b a Z^c jsou vzorkovány náhodně a definují skok itého řetězce X^i následovně: body Z^b a Z^c jsou promítnuty ortogonálně na tečkovanou linii $X^i Z^a$. Skok je následně definován jako násobek rozdílu mezi promítnutými body Z_{\perp}^b a Z_{\perp}^c (zelené čtverce) a vytvářejí návrh X_p^i .

Zdroj: Vrugt, J.A. (2016) *Markov chain Monte Carlo simulation using the DREAM software package: Theory, concepts, and MATLAB Implementation, Environmental Modelling & Software*, 75, 273-316.

MT-DREAM_(ZS) navíc využívá vícenásobné zkušební vzorkování (multi try sampling; Liu et al., 2000), které vytváří μ různých návrhů v každém řetězci N . Hlavní výhodou vícenásobného zkušebního vzorkování je, že μ návrhů může být navrženo paralelně. Pokud by algoritmus běžel s $N = 3$ řetězci, poté by potřeboval pouze $N \times \mu$ procesorů, což je výrazně výhodnější pro velká d , než samotný DREAM s velkým množstvím N .

4.5 Apriorní informace

Věrohodnost je vyjádřena mírou vystižení dat vybraným modelem za předpokladu (často) gaussovského modelu šumu v našich experimentálních datech. Pro jeden zvo-

lený datový bod $d_i \pm \delta d_i$ je tedy:

$$\text{Prob}(d_i|\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\delta d_i)} \exp\left(-\frac{(d_i - D_i(\boldsymbol{\rho}))^2}{2(\delta d_i)^2}\right), \quad i = 1, \dots, N, \quad (4.16)$$

kde $\mathbf{D}(\boldsymbol{\rho})$ symbolizuje řešení přímé úlohy pro odporové parametry $\boldsymbol{\rho}$. Věrohodnost všech pozorovaných dat společně je pak, při nezávislosti měřených dat, dána součinem dílčích věrohodností:

$$\begin{aligned} \text{Prob}(\mathbf{d}|\boldsymbol{\rho}) &= \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\delta d_i)} \exp\left(-\frac{(d_i - D_i(\boldsymbol{\rho}))^2}{2(\delta d_i)^2}\right) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{N/2}} \times \prod_{i=1}^N \frac{1}{\delta d_i} \times \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - D_i(\boldsymbol{\rho}))^2}{(\delta d_i)^2}\right). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Prakticky používaná logaritmická věrohodnost je pak:

$$L(\mathbf{d}|\boldsymbol{\rho}) = \log \text{Prob}(\mathbf{d}|\boldsymbol{\rho}) = -\frac{N}{2} \log(2\pi) - \sum_{i=1}^N \log(\delta d_i) - \underbrace{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{d_i - D_i(\boldsymbol{\rho})}{\delta d_i}\right)^2}_{\text{misfit}}. \quad (4.18)$$

Apriorní strukturní informace může být různého tvaru, kupř.:

- (1) Máme představu o hlavních rysech struktury, které jsou vtěleny do apriorního modelu struktury $\boldsymbol{\rho}_0(\mathbf{r})$. Apriorní informaci pak formulujeme tak, že odchylka skutečného modelu struktury od apriorního modelu je náhodná ve smyslu gaussovského šumu s nulovým průměrem a standardní odchylkou α_0 . V jednotlivých buňkách modelu (s indexem η) pak apriorní pravděpodobnost vyjádříme jako:

$$\text{Prob}(\boldsymbol{\rho}) = \mathcal{N}(0, \alpha_0^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha_0} \exp\left(-\frac{(\log \rho_\eta - \log \rho_{0\eta})^2}{2\alpha_0^2}\right). \quad (4.19)$$

Je-li celkový počet buněk v modelu M , bude logaritmická apriorní hustota dána:

$$\begin{aligned} L_{S0}(\boldsymbol{\rho}) &= -\frac{M}{2} \log(2\pi) - M \log(\alpha_0) - \frac{1}{2} \sum_{\eta=1}^M \left(\frac{\log \rho_\eta - \log \rho_{0\eta}}{\alpha_0}\right)^2 = \\ &= -\frac{M}{2} \log(2\pi) - M \log(\alpha_0) - \frac{1}{2\alpha_0^2} \sum_{\eta=1}^M (\log \rho_\eta - \log \rho_{0\eta})^2. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Maximalizace aposteriorní pravděpodobnosti vede pak na maximalizaci $L(\mathbf{d}|\boldsymbol{\rho}) + L_{S0}(\boldsymbol{\rho})$ či na minimalizaci cílové funkce:

$$\Phi(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{d_i - D_i(\boldsymbol{\rho})}{\delta d_i}\right)^2 + \frac{1}{\alpha_0^2} \sum_{\eta=1}^M (\log \rho_\eta - \log \rho_{0\eta})^2, \quad (4.21)$$

kde $\alpha_0^{-2} = \lambda_{S0}$ představuje regularizační váhu pro blízkost k referenčnímu modelu.

- (2) Apriori předpokládáme, že struktura je hladká ve smyslu $l1$ (gradient) či $l2$ (laplacian) normy. Pro první případ formalizujeme podmínku hladkosti tak, že apriori předpokládáme, že rozdíl odporů sousedních buněk je pouze náhodná gaussovská veličina s nulovým průměrem a standardní odchylkou α_1 :

$$\log \rho_\eta - \log \rho_\xi \sim \mathcal{N}(0, \alpha_1^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha_1} \exp\left(-\frac{(\log \rho_\eta - \log \rho_\xi)^2}{2\alpha_1^2}\right), \quad (4.22)$$

kde η, ξ jsou indexy navzájem sousedních buněk v modelu. Standardní odchylka α_1 může být obecně různá pro rozdíl odporů v horizontálním a vertikálním směru. Pro anizotropní modely se tato odchylka aplikuje na všechny parametry tenzoru vodivosti a nemusí být pro jednotlivé typy parametrů stejná.

Celková logaritmická apriorní pravděpodobnost je pak:

$$\begin{aligned} L_{S1}(\boldsymbol{\rho}) &= -\frac{P}{2} \log(2\pi) - P \log(\alpha_1) - \frac{1}{2} \sum_{\eta, \xi} \left(\frac{\log \rho_\eta - \log \rho_\xi}{\alpha_1} \right)^2 = \\ &= -\frac{P}{2} \log(2\pi) - P \log(\alpha_1) - \frac{1}{2\alpha_1^2} \sum_{\eta, \xi} (\log \rho_\eta - \log \rho_\xi)^2, \end{aligned} \quad (4.23)$$

kde index η jde přes všechny buňky modelu a index ξ probíhá, při každém pevném η , všechny jeho sousedy. Celkový počet párů η, ξ je P . Při diferencovaném vyhlazování v různých směrech či pro různé typy parametrů je třeba L_{S1} rozdělit na odpovídající části.

Podobně jako v předchozím případě, můžeme i nyní odvodit cílovou funkci pro minimalizaci:

$$\Phi(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{d_i - D_i(\boldsymbol{\rho})}{\delta d_i} \right)^2 + \frac{1}{\alpha_1^2} \sum_{\eta, \xi} (\log \rho_\eta - \log \rho_\xi)^2. \quad (4.24)$$

Ve srovnání s klasickou inverzní úlohou, i zde vyjadřuje $\alpha_1^{-2} = \lambda_{S1}$ regularizační váhu pro regulaci síly požadavku na hladkost výsledného modelu.

- (3) Speciálně u anizotropních modelů je často oprávněný apriorní požadavek na minimální anizotropii modelu. Opět lze předpokládat, že anizotropie je v apriorním modelu přítomna pouze jako gaussovská porucha k jinak izotropnímu modelu. To lze formalizovat např. modelem, v němž jsou rozdíly logaritmů hlavních odporů v různých směrech dány jako gaussovský šum s nulovým průměrem a standardní

odchylkou α_a , tedy např. v η -té buňce modelu a pro $i \in \{x, y, z\}, i \neq j$:

$$\log \rho_{\eta,i} - \log \rho_{\eta,j} \sim \mathcal{N}(0, \alpha_a^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha_a} \exp\left(-\frac{(\log \rho_{\eta,i} - \log \rho_{\eta,j})^2}{2\alpha_a^2}\right). \quad (4.25)$$

Celková logaritmická apriorní pravděpodobnost pro všechny buňky v modelu je pak v tomto případě:

$$\begin{aligned} L_a(\boldsymbol{\rho}) &= -\frac{3M}{2} \log(2\pi) - 3M \log(\alpha_a) - \frac{1}{2} \sum_{\eta=1}^M \sum_{ij \in \{xy, yz, zx\}} \left(\frac{\log \rho_{\eta,i} - \log \rho_{\eta,j}}{\alpha_a}\right)^2 = \\ &= -\frac{3M}{2} \log(2\pi) - 3M \log(\alpha_a) - \frac{1}{2\alpha_a^2} \sum_{\eta=1}^M \sum_{ij \in \{xy, yz, zx\}} (\log \rho_{\eta,i} - \log \rho_{\eta,j})^2. \end{aligned} \quad (4.26)$$

To dále přispívá k cílové funkci pro řešení obrácené úlohy dalším regularizačním členem, jehož působením se omezuje celková anizotropie v modelu. Tento člen se přidá ke svrchu definované funkci $\Phi(\boldsymbol{\rho})$ a je tvaru:

$$\Phi_a(\boldsymbol{\rho}) = \lambda_a \sum_{\eta=1}^M \sum_{ij \in \{xy, yz, zx\}} (\log \rho_{\eta,i} - \log \rho_{\eta,j})^2, \quad \lambda_a = \frac{1}{\alpha_a^2}. \quad (4.27)$$

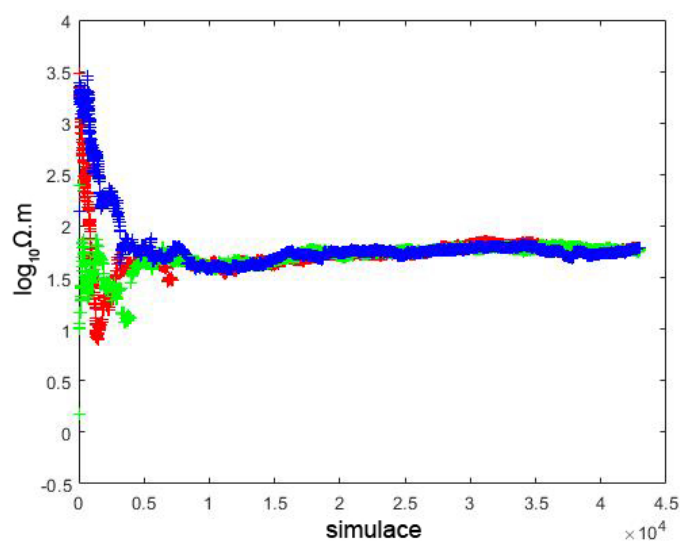
Obecněji je možné aplikovat na jednotlivé páry hlavních odporů různé regularizační váhy a tím podpořit určitý redukovaný typ anizotropie, např. uniaxiální anizotropii. Podobnou úvahu jako výše lze také aplikovat na logaritmický tenzor vodivosti (či odporu), kdy se předpokládá, že rozdíl logaritmického tenzoru vodivosti a jeho izotropní části je dán jako gaussovský šum. Tento postup nakonec vede ke strukturní podmínce na minimalizaci normy:

$$\left| \boldsymbol{\sigma}^L - \frac{1}{3} (\sigma_{xx}^L + \sigma_{yy}^L + \sigma_{zz}^L) \mathbf{1} \right|^2, \quad (4.28)$$

kde $\mathbf{1}$ je 3×3 jednotková matice.

5. Realizace

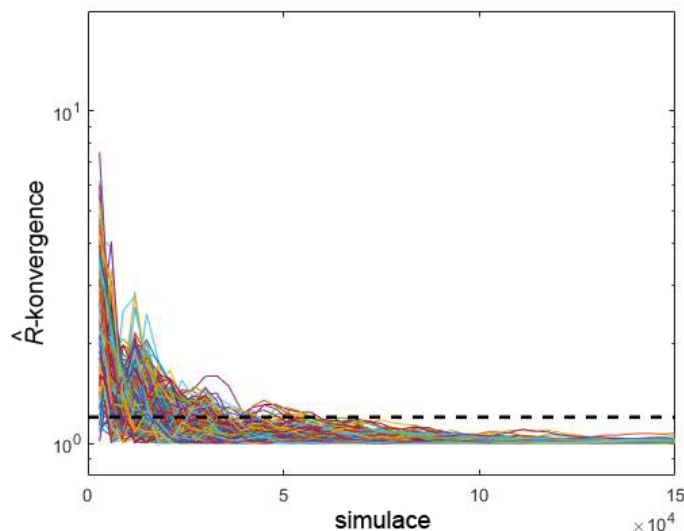
Základem výpočetního algoritmu je volně dostupný balíček DREAM pro Matlab (Laloy a Vrugt, 2012; Vrugt, 2016;), který má podobu zkompileovaných skriptů. Ty obsahují samotné stochastické vzorkování a statistiku kontrolující konvergenci. V případě 1D jsem jako přímou úlohu použil 1D anizotropní kód od Peka a Santose (2002). Ten jsem zkompileoval do MEX souboru, pomocí kterého dokáže Matlab spustit úlohu napsanou ve Fortranu, jako by se jednalo o spustitelný skript z Matlabu. Ve 2D případě jsem jako přímou úlohu použil 2D anizotropní kód od Peka a Venera (1997), který jsem opět s Matlabem propojil přes MEX soubor. Při samotném výpočtu jsou skrze stochastické vzorkování vzorkovány pomocí řetězců odpory/vodivosti/úhly jednotlivých modelových buněk, které jsou následně odeslány do MEX souboru počítajícího přímou úlohu. Ta po výpočtu odešle zpět do Matlabu odezvu v podobě modelových impedancí, ze kterých se již počítá chyba (shoda experimentálních a modelových dat).



Obr. 7. Vývoj tří řetězců v průběhu 43 000 simulací.

Nakonec je skrze DREAM spočítána statistika kontrolující konvergenci jednotlivých řetězců - ty se posunou v prohledávaném prostoru určitým směrem a skript se posouvá do další iterace. Na obr. 7 je vidět vývoj tří řetězců v průběhu 43 000 simulací pro jednu odporovou buňku v případě 2D izotropní úlohy. V prvních cca 10 000 simulacích jednotlivé řetězce nezávisle na sobě prohledávají modelový prostor a poté se všechny tři ustálí na hodnotě s nejvyšší pravděpodobností. Konvergence jednotlivých parametrů je patrná na obr. 8, kde každá čára značí jeden parametr z 286. Jak je vidět, jednotlivé parametry se postupně dostávají ve statistice dle Gelmana a Rubina (1992) pod hodnotu

1,2, kdy je rozptyl všech počítaných řetězců (zde tří) pro daný parametr natolik malý, že se parametr bere jako zkonvergovaný.



Obr. 8. Průběh \hat{R} -konvergence.

Prakticky všechny výpočty jsem realizoval dle doporučení Laloy a Vrugt (2012): výpočty pracovaly se třemi řetězci a současně vytvářel každý řetězec pět kandidátních bodů. Vzhledem k velkému počtu parametrů (> 100) jsem dle doporučení v Laloy et al. (2015) prováděl všechny výpočty s délkou skoku $\gamma = 0,25$ (místo základní hodnoty 1; kontroluje délku skoku v prohledávaném prostoru), což zrychluje konvergenci u mnohadimenzionálních úloh typicky spjatých s hydrogeologickými a geofyzikálními problémy. Pokud se nějaký řetězec dostal mimo vymezené hodnoty, byl korigován pomocí nastavení „odraz“ (angl. reflect) v možnosti hraniční nastavení (angl. bound-handling). Při každém běhu byla aktivována tzv. perioda zahoření (burn-in), která je nutná k tomu, aby bylo z výsledku odříznuto určité množství počátečních simulací, které pouze prozkoumávají prostor řešení. Nastavení zahoření jsem používal na 50% (dále popisované výsledky se tak počítaly pouze z 50% posledních simulací a prvních 50% bylo odříznuto). V případě dlouhých běhů obsahujících více než 50 000 simulací, jsem obvykle nastavil dvojnásobnou decimaci z důvodu úspory operační paměti. Nastavení zbytku parametrů jsem ponechal ve výchozím nastavení dle Vrugt (2016).

Díky pravděpodobnostnímu mapování prostoru lze z výsledků jednotlivých řetězců dopočítat celou řadu statistických parametrů, ze kterých lze statisticky zhodnotit nalezené řešení. Zásadní výhodou tohoto pravděpodobnostního přístupu je, že aposteriorní rozptyl jednotlivých parametrů v sobě nese informaci o nejistotě odhadu daného

parametru. Základní možnosti jak hodnotit nejistotu odhadu konkrétního parametru jsou marginální pravděpodobnosti aposteriorního rozložení. Z nich lze dále dopočítat pro zvolené parametry interval kredibility, ve kterém leží parametr s danou pravděpodobností. V případě 90% intervalu tak můžeme říci, že daný parametr nabývá s pravděpodobností 90% daného rozmezí. Kredibilní interval vyjadřuje současnou nejistotu ohledně hodnoty daného parametru a může tak být interpretován v pravděpodobnostním smyslu. Naproti tomu klasický konfidenční interval používaný mimo bayesovskou teorii zaznamenává nejistotu intervalu, který jsme získali (ať už obsahuje pravdivé hodnoty nebo ne) a nemůže tak být interpretován jako pravděpodobnostní tvrzení o skutečné hodnotě parametru.

Pro zhodnocení výsledků bayesovské úlohy lze využít několika kritérií. Jednou z možností je DIC (angl. Deviance Information Criterion; Spiegelhalter et al., 2002), který je ekvivalentem AIC (angl. Akaike Information Criterion; Akaike 1974) pro bayesovské úlohy. DIC lze vyjádřit v podobě indikátoru shody dat (odchylky) a v podobě efektivního počtu parametrů. Pro zhodnocení celkové chyby mých úloh jsem používal pouze první indikátor DIC (průměrnou devianci), kterým lze vyjádřit shodu modelu s původními daty. Výhodou DIC a jeho součástí je jeho možnost výpočtu pro konkrétní data či složku dat. V případě MT obrácené úlohy tak lze průměrnou devianci spočítat například pro určitou periodu, pro určitou stanici či souhrnně pro určitou složku tenzoru impedance atd. Průměrnou devianci pro konkrétní model (\mathbf{p}_j) lze vyjádřit jako:

$$\bar{D}_i = \frac{\frac{1}{N_M} \sum_{j=1}^{N_M} \left(\frac{y_i^{\text{mod}}(\mathbf{p}_j) - y_i^{\text{exp}}}{\delta y_i^{\text{exp}}} \right)^2}{N_D}, \quad (5.1)$$

kde výraz v závorce vyjadřuje shodu modelových a experimentálních dat při $i = 1, \dots, N_D$ (např. všechny periody), a suma $j = 1, \dots, N_M$ je přes všechny simulace. Prostým zavedením odmocniny $\sqrt{\bar{D}}$ lze následně dostat celkovou průměrnou devianci, která má přibližně stejný význam jako tradiční RMS chyba.

I když je primárním cílem stochastické úlohy pravděpodobnostní odhad parametru (v nejjednodušším přiblížení histogram), algoritmus DREAM dává i dva standardní statistické bodové odhady. Ty v sobě nesou pouze omezenou pravděpodobnostní informaci, ale v určitých praktických příkladech mohou být využity. První typ řešení, označovaný jako *map*, dává v každé modelové buňce hodnotu odpovídající nejvyšší hustotě aposteriorní distribuce, tzn. jedná se o hodnotu, která by byla v případě

histogramu nejčastější. Druhá metoda, *mean*, průměruje hodnoty napříč aposteriorní distribucí. V případě unimodální aposteriorní distribuce jsou si hodnoty *map* a *mean* velmi blízké. Pokud je však výsledná aposteriorní distribuce např. bimodální, mohou se hodnoty pro *map* a *mean* lišit i řádově. Interpretovat tyto zjednodušené výsledky je tak nutné vždy v kontextu pravděpodobnostních rozdělení.

Velkou výhodou balíčku DREAM je jeho možnost použití paralelních výpočtů, které se uplatňují zejména na samotné řetězce, či na vícenásobné zkušební vzorkování. Většinu výpočtů jsem realizoval na stolním počítači s 4 jádrovým procesorem Intel Core i7-7700 o frekvenci 3,6 GHz a 16 GB RAM. Část výpočtů probíhala v rámci České Národní Gridové Infrastruktury na clusterech MetaCentra (<https://www.metacentrum.cz/>) provozovaného sdružením CESNET (<https://www.cesnet.cz/>). Zde výpočty probíhaly na 12 jádrových clusterech.

Časová náročnost výpočtu závisí z největší části na počtu simulací, které se na počátku odvíjejí od celkového počtu neznámých parametrů (buněk s el. odpory/anizotropními úhly nebo s vodivostmi). Délka jedné simulace je ovlivněna především rychlostí řešení přímé úlohy, která je závislá na velikosti modelu, počtu stanic a period (objemu dat) a zvoleném typu výpočtu (izotropní/anizotropní). Čas pro řešení jedné simulace se obvykle pohyboval od 1 s do 5 s v závislosti na výše uvedených proměnných. Pro všechny realizované výpočty jsem vytvářel poměrně hrubé modely, které však ještě byly schopné dostatečně dobře namodelovat experimentální data. Modely jsem vždy zprvu testoval pomocí standardních inverzních úloh.

Model (2D)	Počet parametrů	Počet period	Počet vert. vrstev	Čas jedné simulace
Morava (anizotropní)	590	35	19	1,75 s
Syntetický izotropní	286	17	20	1,95 s
Kopanina	500	20	22	2,9 s
Syntetický anizotropní	313	17	20	3,5 s
EMERES	1200	33	24	4,06 s
Љubovňa	620	32	23	4,19 s

Tab. 1. Srovnání časů jednotlivých simulací u počítaných úloh.

Vzhledem k náročnosti a délce jednotlivých simulací jsem se snažil držet velikost modelů kolem 300 parametrů. V případě nejjednodušší anizotropie (3 odpory, 1 úhel)

tento počet v dotčených buňkách vzrostl 4x. Pro úspěšnou konvergenci úloh do cca 500 parametrů stačilo obvykle 100 tis. simulací (v závislosti na složitosti řešení), což na výše uvedeném stolním počítači znamenalo zhruba 3-5 dní výpočtu. V případě rozsáhlejších anizotropních úloh trvaly výpočty i 7-10 dní.

6. Výsledky

V této kapitole se postupně věnuji výsledkům algoritmu MT-DREAM_(ZS) pro 1D a 2D úlohu v případě syntetických i reálných modelů.

Pro statistické vyhodnocení nalezeného řešení, používám vždy vrchních 50% vzorků z daného řetězce po periodě zahoření (pro kredibilní intervaly, průměrnou devianci i histogramy). Pro zhodnocení nejistoty odhadu konkrétních parametrů ukazují především dva modely zkonstruované z minimálních a maximálních hodnot v rámci 90% kredibilního intervalu. V případě syntetických modelů, kde je mezi min. a max. modely malý rozdíl a nejistota odhadu parametrů je malá, ukazují též průměrný model. U reálných dat mohou být průměrné modely velmi zavádějící, a tak je zde neukazují. U každé úlohy uvádím hodnoty celkové průměrné deviance a v některých případech ukazují též histogramy pro několik konkrétních parametrů.

6.1 Obrácená úloha v 1D

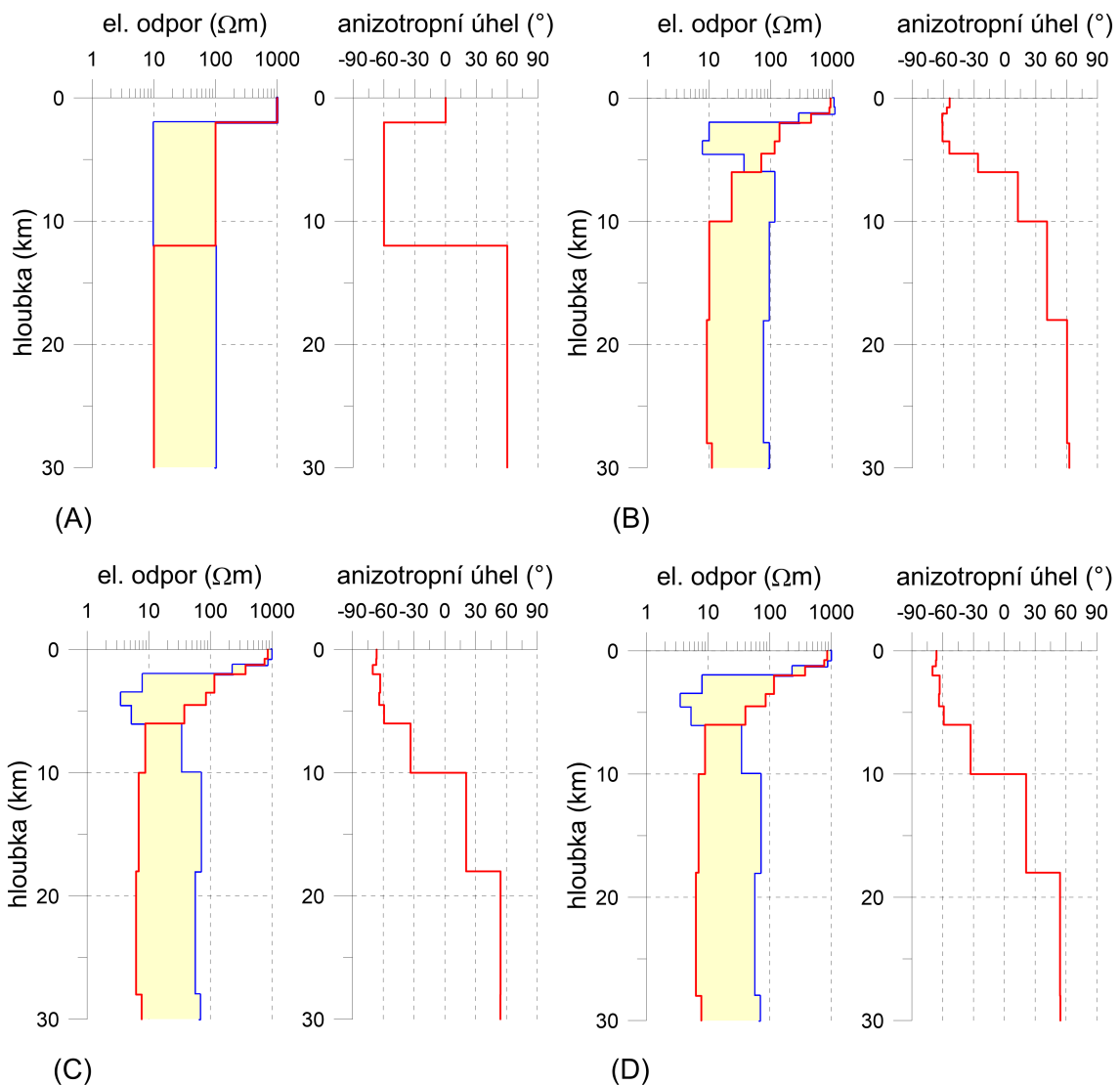
Vzhledem k relativní jednoduchosti 1D izotropní úlohy a velkému množství přístupů řešících tento problém (např. Weidelt, 1972, 1985, 1995; Parker, 1980, 1983; Constable et al., 1987), se v této práci budu věnovat pouze 1D anizotropní úloze.

6.1.1 Syntetický test - anizotropní

Pro vyzkoušení algoritmu v 1D anizotropním případě jsem vytvořil syntetický model s biaxiální anizotropií a azimutem α_S . Model se skládal ze tří vrstev o mocnostech 2, 10 a 100 km (obr. 1a). První vrstva od 0 do 2 km byla izotropní s odporem 1000 Ω .m. Druhá vrstva od 2 do 12 km měla hlavní horizontální odpory 100 Ω .m a 10 Ω .m a azimut anizotropie -60° . Třetí vrstva od 12 do 112 km měla hlavní horizontální odpory 10 Ω .m a 100 Ω .m a azimut anizotropie 60° . Odezvu modelu jsem spočítal, jak pro hlavní (xy, yx) tak pro vedlejší (xx, yy) impedance pro 30 period pravidelně rozložených v logaritmické škále v rozmezí od 0,001 s do 1000 s. Syntetická data jsem následně kontaminoval 5% gaussovským šumem (5% z maximálního modulu impedančních prvků, kterými jsem kontaminoval všechny složky tenzoru impedance).

Výpočetní model se skládal z 13 vrstev s pozvolna se zvětšující mocnosti od 0,75 km až po 100 km s rovnoměrným logaritmickým krokem, což při třech parametrech na vrstvu (2 odpory a 1 anizotropní úhel) znamenalo 39 parametrů.

Výpočet pomocí algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ se zavedenou apriorní informací invertoval elektrické odpory, které se mohly pohybovat v rozmezí od $10^{-0,5}$ do $10^4 \Omega.m$ a anizotropní úhel od -90° po 90° . Celkový počet simulací byl nastaven na 20 000. Regularizační parametr měl hodnotu 0,005 stejně pro oba dva odpory i úhel. Na obr. 9 je původní model generující data (A), průměrný model z řešení mean (B) a modely pro min. (C) a max. (D) hodnoty 90% kredibilního intervalu. Celková průměrná deviance vychází 1,09.

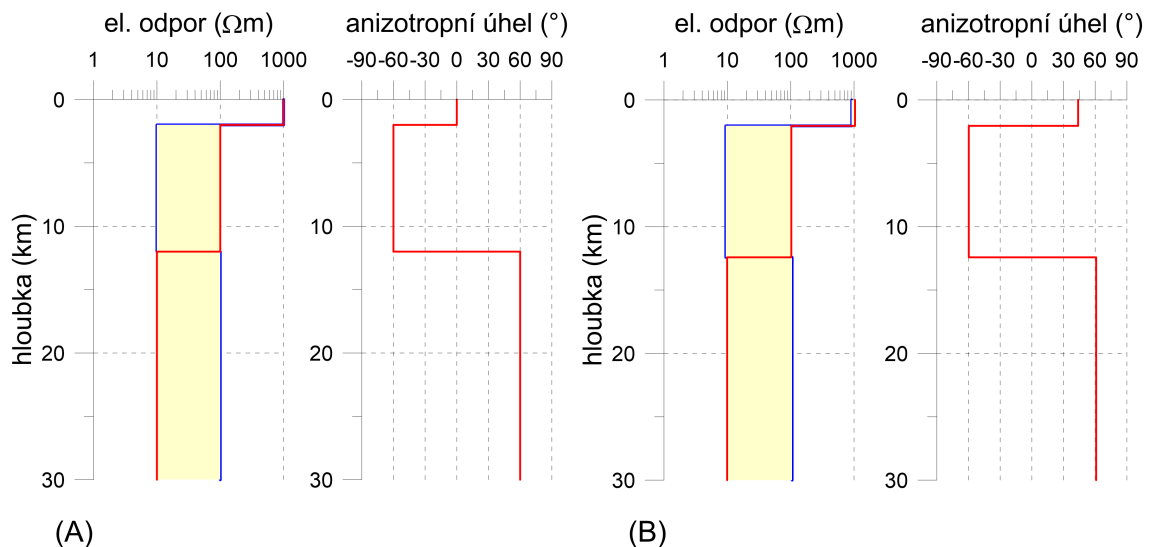


Obr. 9. Syntetický anizotropní příklad počítaný pomocí algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ s větším počtem vrstev: (A) původní model generující data, (B) průměrný model z řešení mean, (C) min. a (D) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu.

Obr. 9 ukazuje, že nejistota odhadu modelových parametrů je velmi malá, modely pro min. (C) a max. (D) kredibilního intervalu jsou si velmi podobné, což dokazuje i prakticky shodný průměrný model (B). Elektrické odpory jsou rekonstruovány po-

měrně dobře, anizotropní vrstva od 2 do 12 km má však výrazně nižší mocnost, což dobře ilustruje nejednoznačnost i u takto jednoduché úlohy. První 2 km mocná izotropní vrstva je sice na odporových modelech dobře patrná, úhel je však v důsledku zavedené regularizace nenulový. Jinak je úhel v kontextu zavedené apriorní informace rekonstruován dobře. Výsledná hodnota průměrné deviance potvrzuje dobrou shodu modelů napříč řetězcem s původními daty.

Při druhém výpočtu jsem úlohu pozměnil: počet vrstev jsem omezil pouze na tři, ovšem jejich mocnost jsem přidal jako další vzorkovaný parametr a vypustil jsem regularizaci. Algoritmus $MT-DREAM_{(ZS)}$ tak invertoval elektrické odpory, které se mohly pohybovat v rozmezí od $10^{-0,5}$ do $10^4 \Omega \cdot m$, anizotropní úhel od -90° po 90° a mocnosti vrstev v rozmezí od 1 po 100 km. Celkový počet simulací byl nastaven na 20 000. Na obr. 10 je původní model generující data (A) a průměrný model z řešení mean (B). Vzhledem k prakticky nulovému rozdílu mezi min. a max. hodnotami v rámci 90% kredibilního intervalu, jejich modely ani neukazují. Celková průměrná deviance dosahuje hodnoty 0,74.



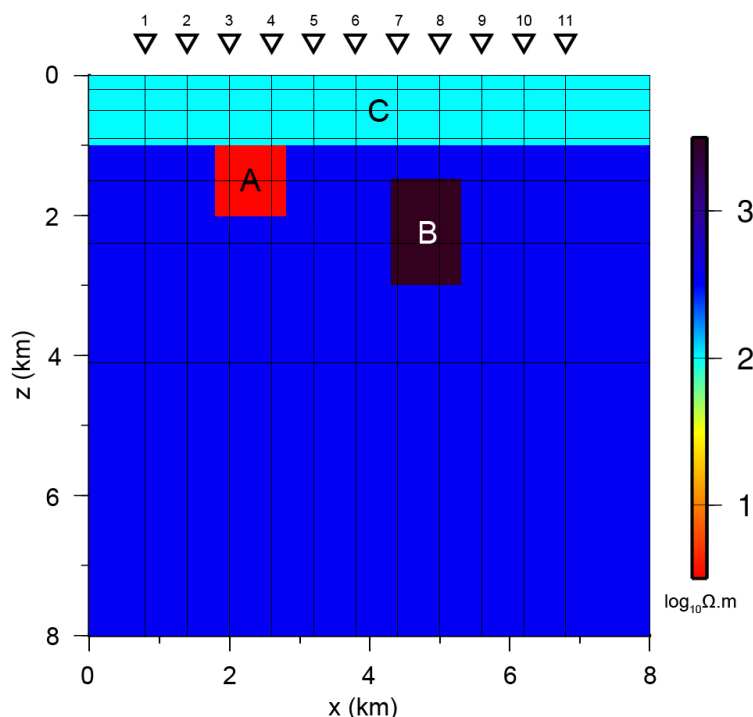
Obr. 10. Syntetický anizotropní příklad počítaný pomocí algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ pouze se třemi vrstvami a jejich proměnou mocností: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu.

Jak je patrné z obr. 10, nalezené řešení se prakticky zcela shoduje s původním modelem. Program si pouze nedokáže poradit s první 2 km mocnou izotropní vrstvou, které sice přiřazuje správné odpory, ale s nenulovým úhlem.

6.2 Obrácená úloha ve 2D

6.2.1 Syntetický test - izotropní

Pro otestování funkčnosti algoritmu ve 2D izotropním případě jsem zvolil syntetický model s jedním vodičem a jedním nevodičem (obr. 11). Vodič (A) o odporu $3 \Omega \cdot \text{m}$ měl rozměry $1 \times 1 \text{ km}$, nevodič (B) s odporem $1000 \Omega \cdot \text{m}$ byl o velikosti $1 \times 1,5 \text{ km}$. Obě dvě struktury se nacházely v homogenním poloprostoru o odporu $300 \Omega \cdot \text{m}$ a u povrchu byly zakryty 1 km mocnou vrstvou o odporu $100 \Omega \cdot \text{m}$ (C). Odezvu modelu jsem spočítal pro 11 ekvidistantně rozložených stanic po 600 metrech pro hlavní impedanční složky Z_{xy} a Z_{yx} . Na každé stanici jsem použil 17 period pravidelně rozložených v logaritmické škále v rozmezí od $0,01 \text{ s}$ - 100 s . Syntetická data jsem následně kontaminoval 5% gaussovským šumem.

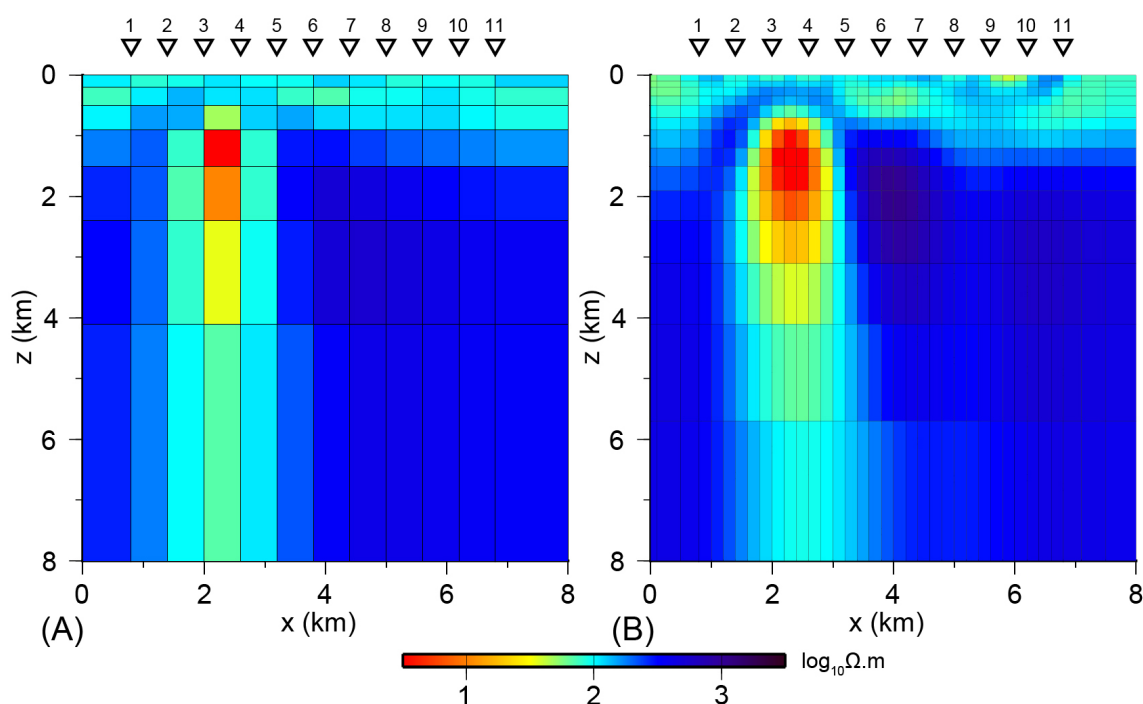


Obr. 11. Syntetický model pro testování 2D izotropní úlohy.

Použitý model pro výpočet sestával z 286 odporových buněk. Diskretizační síť byla relativně dost hrubá (buňky o délce 600 m), ale byla takto volena s ohledem na co nejnižší možný počet parametrů, z důvodu dlouhého výpočetního času u následující stochastické úlohy.

Obr. 12 (A) ukazuje invertovaný model pomocí standardní inverzní úlohy metodou nelineárních sdružených gradientů (Pek et al., 2012) s regularizací. Invertoval jsem pouze hlavní impedance bez rotace. Regularizační váhy jsem nastavil dle L-křivky

(Hansen, 2000) na 1 v horizontálním a 1 ve vertikálním směru (obr. 13). Výsledný model byl získán po 50 iteracích a má celkovou chybu $RMS=0,72$. Jako startovní model jsem použil homogenní poloprostor o odporu $100 \Omega.m$. Výsledný model dobře rekonstruuje vodič (A), který je však v důsledku regularizace a hrubého modelu vertikálně špatně rozlišený. Model ukazuje poněkud hůře nevodič (B), který se jeví velmi nevýrazně, i přes původně velký odporový kontrast vůči homogennímu poloprostoru. Model též ukazuje 1 km mocnou horizontální vrstvu o odporu $100 \Omega.m$ při povrchu. I přes zjevnou hrubost modelu, je vidět, že inverzní úloha úspěšně rekonstruovala všechny důležité modelové struktury.

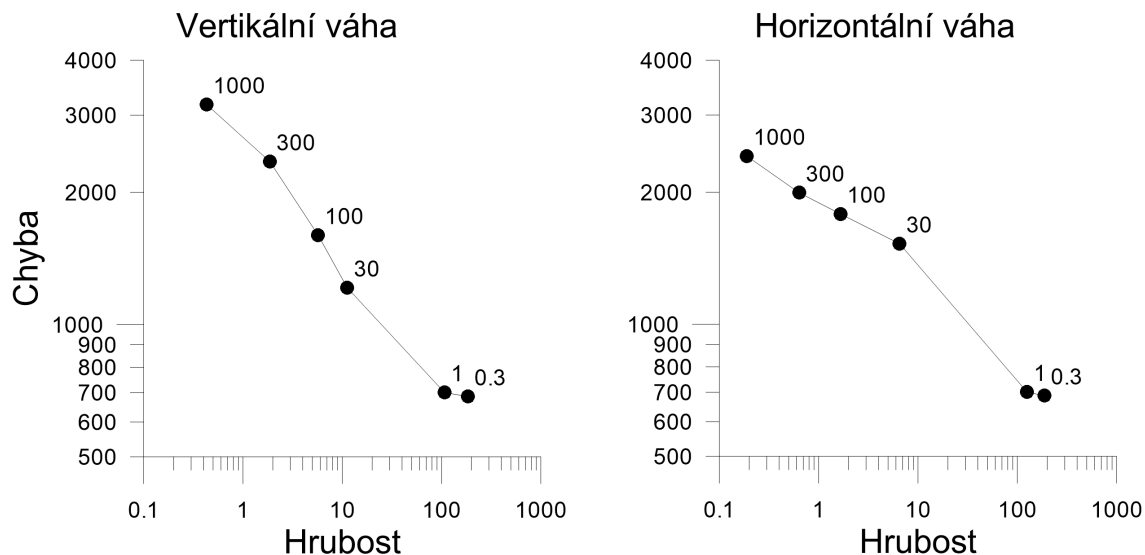


Obr. 12. Řešení syntetického izotropního modelu pomocí standardní inverzní úlohy (Pek et al., 2012). (A) hrubá odporová síť pro stochastickou úlohu, (B) podrobnější síť pro ilustraci změny řešení.

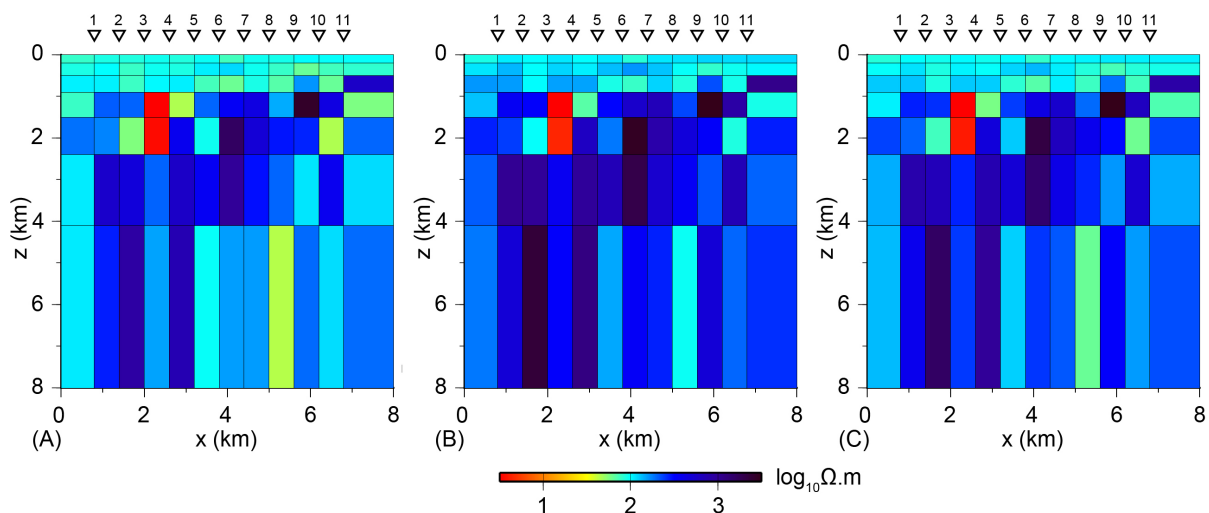
Pro zhodnocení efektu diskretizační sítě, jsem provedl ten samý výpočet, ovšem pouze v podrobnější síti s buňkami o délce 200 m. Výsledek ukazuje obr. 12 (B), který byl získán po 51 iteracích a má chybu $RMS=0,92$. Jak je při srovnání s původním hrubým modelem patrné, oba modely jsou velmi podobné, v případě podrobné sítě je pouze posunut nevodič pod stanice 6 a 7. Hrubá síť dle RMS chyby dosahuje lepšího výsledku.

Výpočet pomocí algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ invertoval elektrické odpory, které se mohly pohybovat v rozmezí od $10^{-0,5}$ do $10^4 \Omega.m$. Celkový počet simulací byl nastaven na 50 000. Na obr. 14 jsou modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního

intervalu a pro řešení mean (C). Celková hodnota průměrné deviance dosahuje hodnoty 1,08. Obr. 15 ukazuje odporové histogramy pro sloupec jdoucí přes vodivé těleso a pro sloupec jdoucí přes nevodivé těleso pro prvních sedm vrstev.



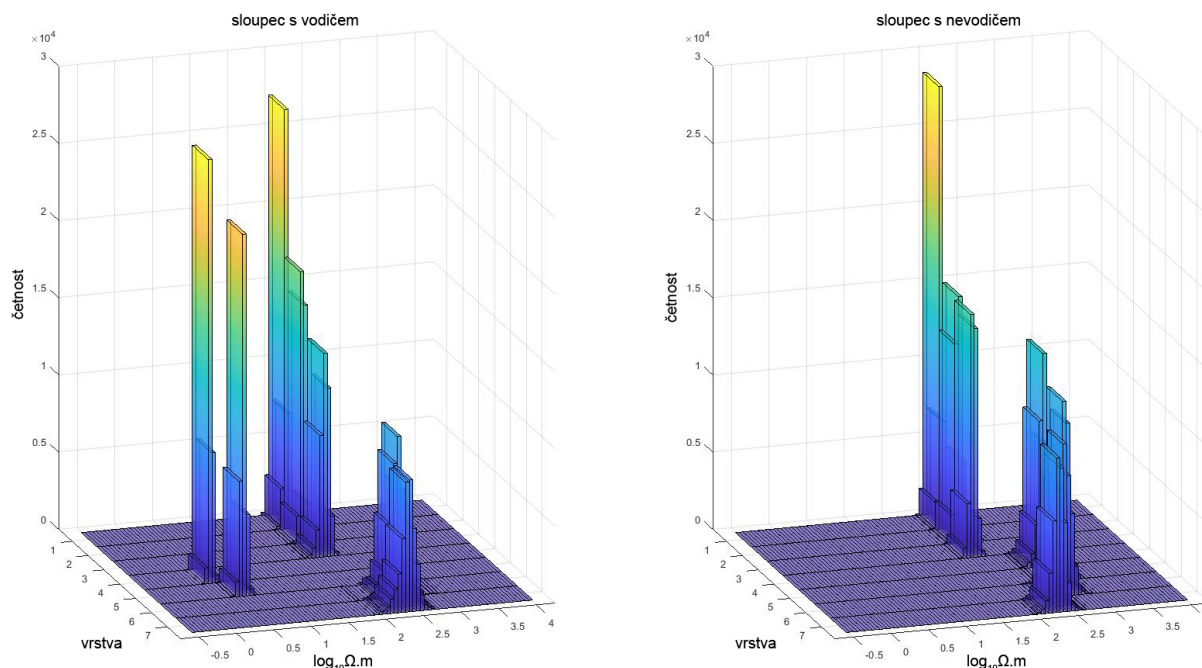
Obr. 13. Příklad L-křivky pro určení regularizační váhy. V místě s minimální hrúbostí a chybou (zalomení křivky) je optimální hodnota.



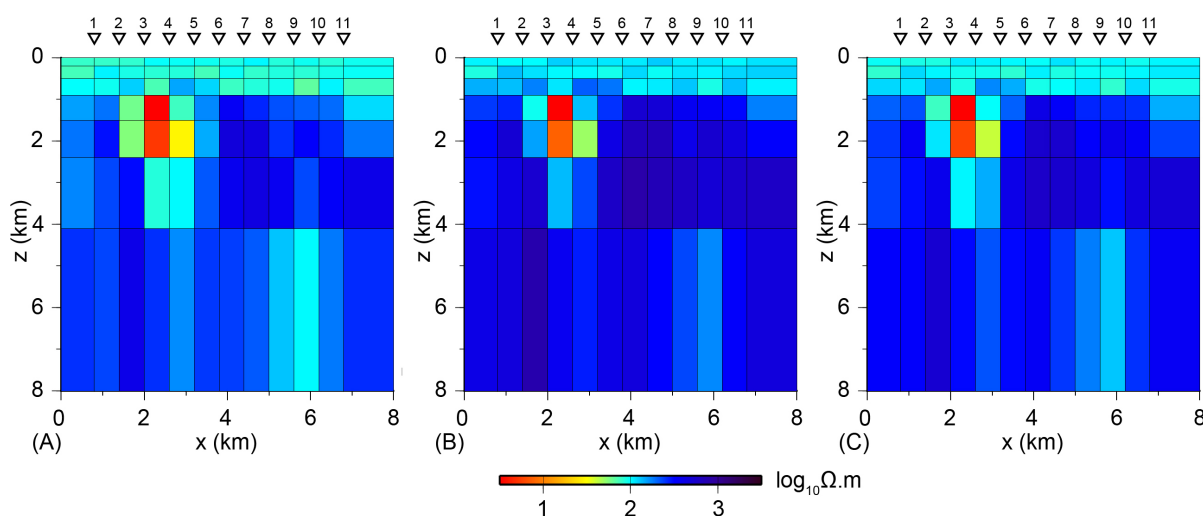
Obr. 14. Řešení syntetického modelu pomocí algoritmu MT-DREAM_(ZS): (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu, (C) průměrný model z řešení *mean*.

Z obr. 14 je patrné, že rozdíly mezi maximální a minimální hranicí kredibilního intervalu jsou velmi malé. Všechny tři výsledné modely poměrně úspěšně rekonstruovaly přípovrchovou 1 km mocnou vrstvu s nižším odporem 100 $\Omega \cdot m$, vodič i nevodič. Pozadí reprezentované homogenním poloprostorem je z důvodu nezavedené apriorní informace variabilní. Histogramy na obr. 15 ukazují na malou nejistotu odhadu daných parametrů - histogramy jsou úzké a mají unimodální rozložení. Celková hodnota

průměrné deviance potvrzuje dobrou shodu modelů napříč řetězcem s původními daty a je rovna 1,08.



Obr. 15. Histogramy pro prvních sedm vrstev jdoucí (A) přes vodič a (B) přes nevodič.

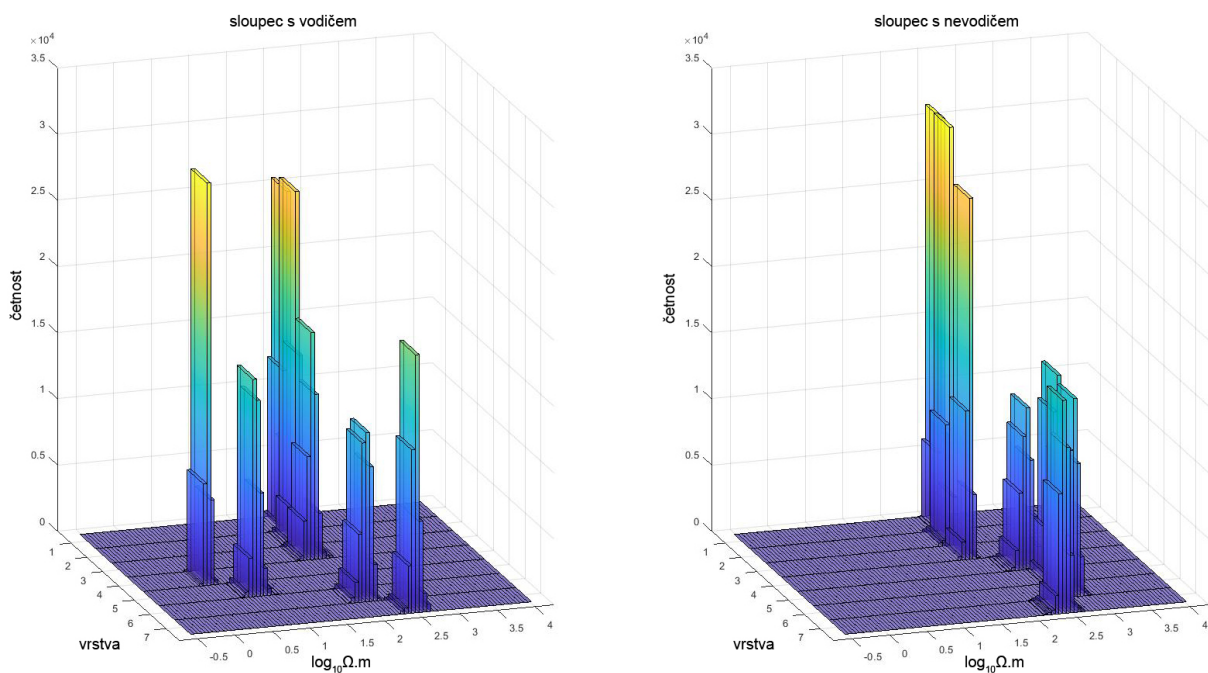


Obr. 16. Řešení syntetického izotropního modelu pomocí algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ se zavedenou apriorní informací: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu, (C) průměrný model z řešení *mean*.

Obr. 16 ukazuje modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu a pro řešení *mean* (C), vypočtené pomocí algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ s již zavedenou apriorní informací. Stejně jako v minulém příkladu se elektrické odpory vzorkovaly od $10^{-0,5}$ do $10^4 \Omega.m$, celkový počet simulací byl 30 000 a regularizační parametr měl

hodnotu 0,02. Obr. 16 ukazuje histogramy pro vodivé a nevodivé těleso pro prvních sedm horizontálních vrstev.

Modely na obr. 16 jsou si velmi podobné, nejistota v odhadu parametrů je tak malá. Všechny tři modely dobře rekonstruují vodič, nevodič je méně zřetelný. Přípovrchová zóna o mocnosti 1 km ukazuje odpory okolo 100 $\Omega.m$ na všech třech modelech, stejně jako homogenní poloprostor dosahuje hodnot blízkých 300 $\Omega.m$. Histogramy na obr. 17 mají opět unimodální rozložení s ostrými vrcholy. Hodnota průměrné deviance dosahuje díky zavedení apriorní informace výrazně lepších hodnot, než v minulém případě, což potvrzuje i její celková hodnota 0,79.



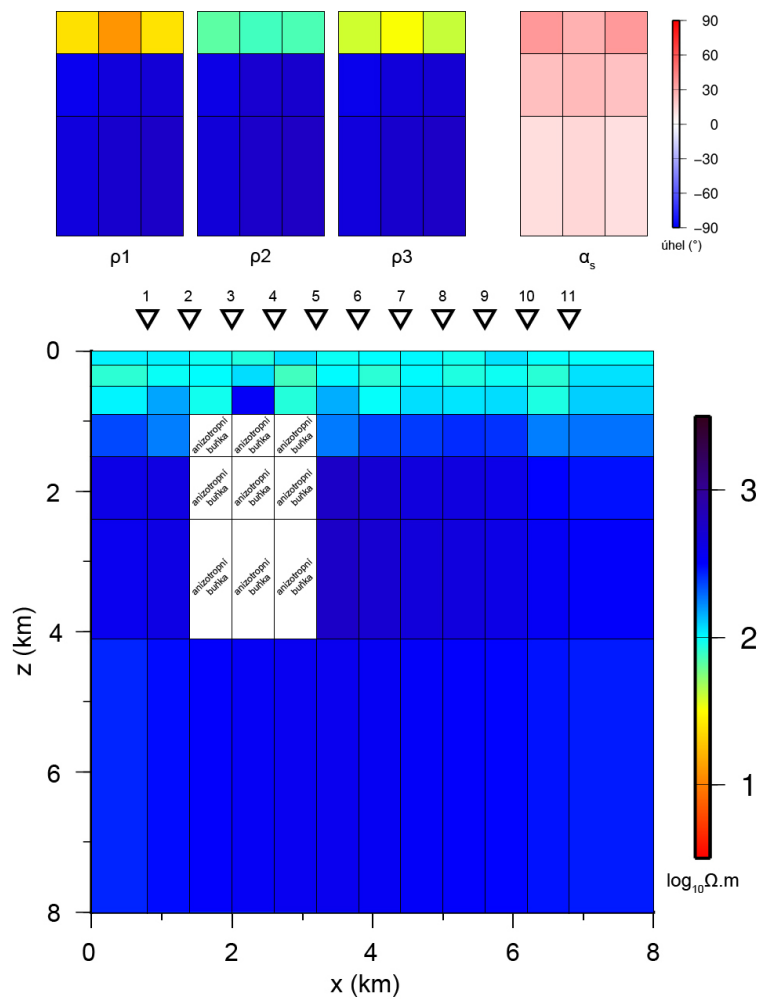
Obr. 17. Histogramy pro prvních sedm vrstev jdoucí (A) přes vodič a (B) přes nevodič.

6.2.2 Syntetický test - anizotropní

Pro otestování algoritmu ve 2D anizotropním případě jsem vytvořil analogii syntetického modelu, jako v případě izotropní verze. Model měl stejné rozměry včetně anomálních těles a opět se skládal z vodiče (A), nevodice (B), přípovrchové zóny o nižším odporu (C) a homogenního poloprostoru o odporu 300 $\Omega.m$ (viz obr. 11). Jako anizotropní těleso jsem zvolil vodič (A), který nyní vykazuje uniaxiální anizotropii s odpory 3/300/3 $\Omega.m$ a azimut α_S 30°. Odezvu modelu jsem spočítal pro 11 ekvidistantně rozložených stanic po 600 metrech pro všechny čtyři impedanční složky. Na každé stanici jsem použil 17 period pravidelně rozložených v logaritmické škále v rozmezí

0,01 s - 100 s. Syntetická data jsem následně kontaminoval 5% gaussovským šumem.

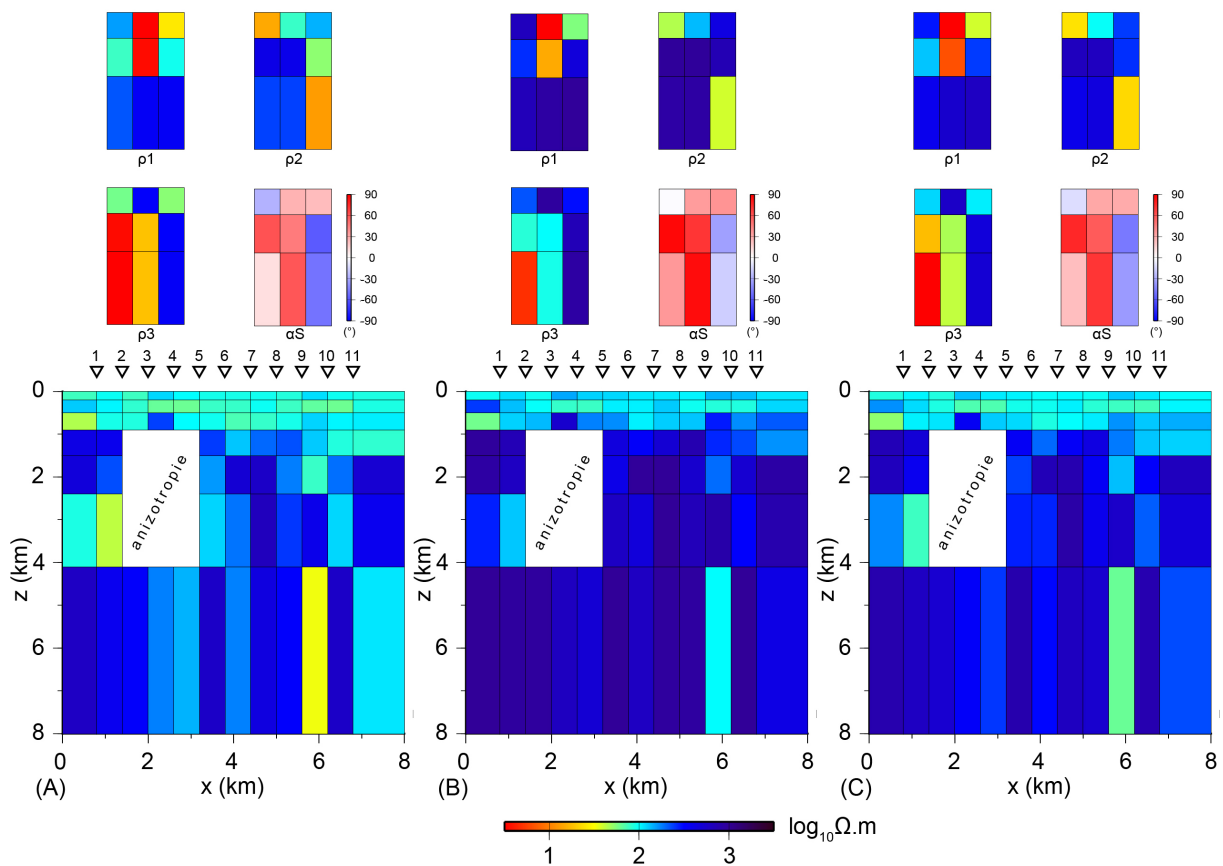
Použitý model pro výpočet sestával opět z 286 odporových buněk se stejnou diskretizační sítí po 600 metrech. Uniaxiální anizotropie s azimutem byla aktivována pouze v odporové buňce, ve které se nacházelo těleso anomálního vodiče a také v osmi sousedících buňkách.



Obr. 18. Řešení syntetického anizotropního modelu pomocí standardní inverzní úlohy (Pek et al., 2012).

Obr. 18 ukazuje invertovaný model pomocí standardní inverzní úlohy metodou nelineárních sdružených gradientů (Pek et al., 2012). Invertoval jsem jak hlavní, tak vedlejší impedance s výše zmíněnou zavedenou uniaxiální anizotropií. Regularizační váha v horizontálním i vertikálním směru byla nastavena na 1. Jako startovní model jsem použil homogenní poloprostor o odporu 100 $\Omega.m$ v izotropních částech modelu, v anizotropních buňkách jsem nastavil odpor 100/100/100 $\Omega.m$ a anizotropní úhel α_s 0°. Výsledek byl získán po 89 iteracích a má celkovou chybu RMS=1,04. Výsledný

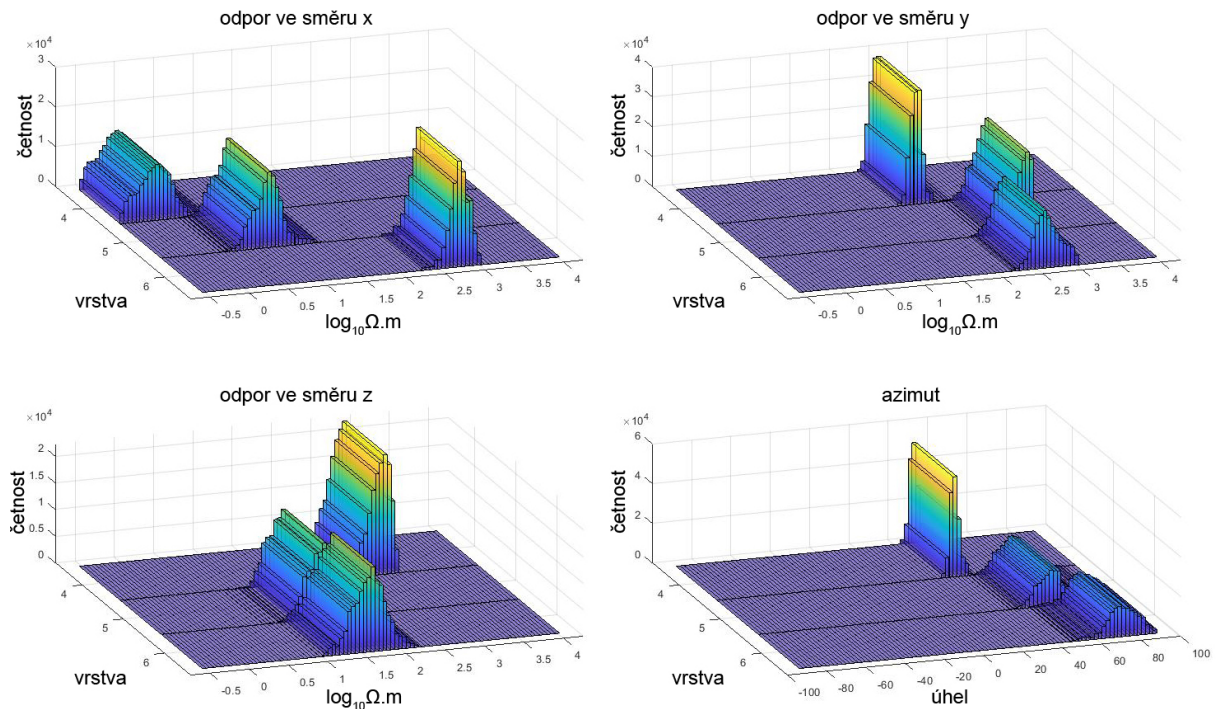
model rekonstruuje anizotropní vodič (A) následovně: ρ_1 vykazuje hodnoty mezi 12 a 580 $\Omega\cdot\text{m}$ (původně 3 $\Omega\cdot\text{m}$); ρ_2 nabývá hodnot 65-600 $\Omega\cdot\text{m}$ (původně 300 $\Omega\cdot\text{m}$); a ρ_3 dosahuje hodnot 32-590 $\Omega\cdot\text{m}$ (původně 3 $\Omega\cdot\text{m}$). Azimut α_S má úhel mezi 11° až 36° . Konkrétní buňka odpovídající anizotropnímu tělesu má odpory 12/74/32 $\Omega\cdot\text{m}$ a azimut 27° . Nevodič (B) je poměrně nevýrazný. Model dobře ukazuje pozadí o odporu 300 $\Omega\cdot\text{m}$ i přírůvkovou vrstvu o odporu 100 $\Omega\cdot\text{m}$. Výsledný model velmi dobře rozpoznal, kde by měla ležet anizotropní struktura. V anizotropních buňkách je silná anizotropie pouze v buňce odpovídající původnímu anizotropnímu tělesu. Hodnoty z této buňky sice nedosahují přesně původních hodnot, ale kromě ρ_2 se jim dobře blíží. V případě ρ_3 to však může být dílem náhody, protože vertikální odpor je v případě 2D modelů téměř nerozlišitelný (Martí, 2014).



Obr. 19. Řešení syntetického anizotropního modelu pomocí algoritmu $\text{MT-DREAM}_{(ZS)}$: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu, (C) průměrný model z řešení *mean*.

Obrácená úloha pomocí algoritmu $\text{MT-DREAM}_{(ZS)}$ se standardní parametrizací invertovala elektrické odpory, které se mohly pohybovat v rozmezí od $10^{-0,5}$ do $10^3 \Omega\cdot\text{m}$ a azimut anizotropie v rozpětí od -90° do 90° . Celkový počet simulací byl nastaven

na 100 000. Na obr. 19 jsou modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu a pro řešení mean (C). Celková hodnota průměrné deviance dosahuje 1,06 a je tak plně srovnatelná s RMS u klasické inverzní úlohy. Obr. 20 ukazuje odporové a úhlové histogramy pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí středem přes anizotropní vodivé těleso.

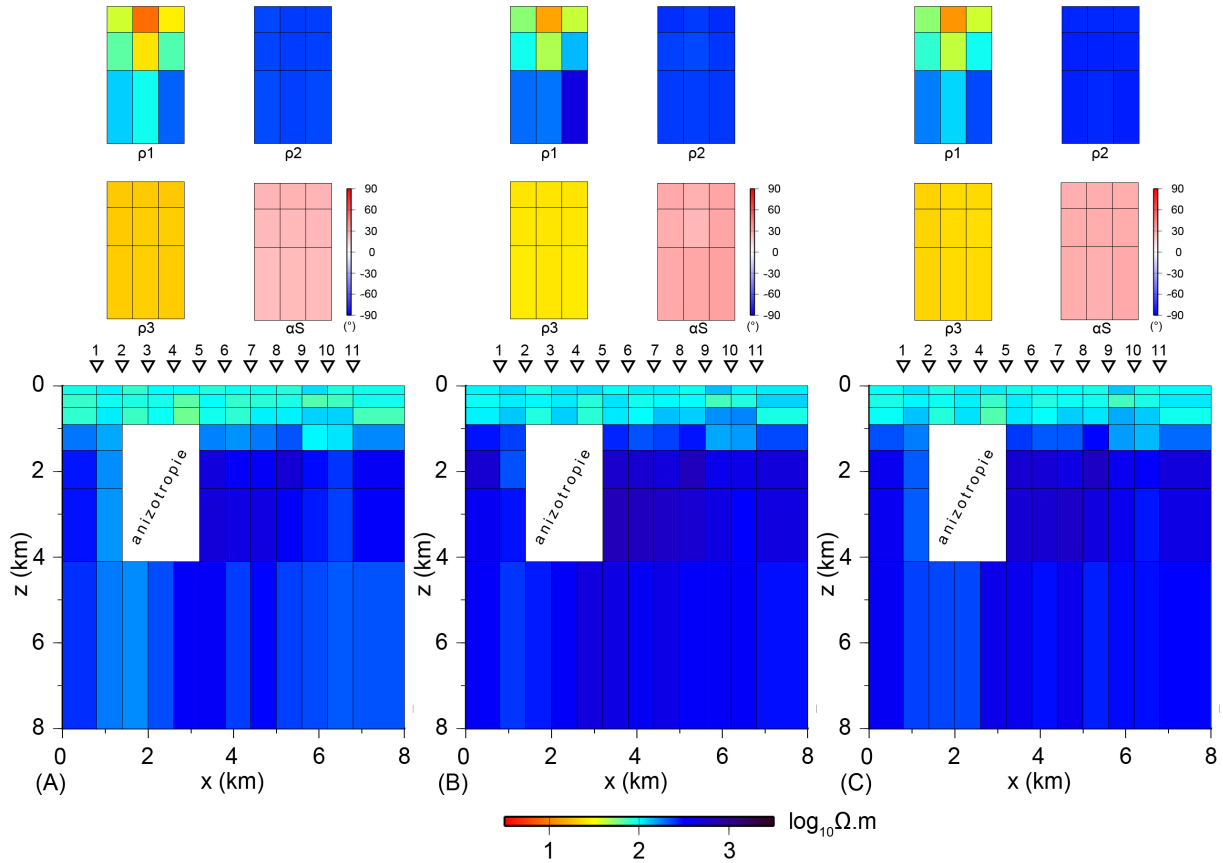


Obr. 20. Odporové a úhlové histogramy pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí středem přes anizotropní vodivé těleso.

Všechny tři modely na obr. 19 jsou si velmi podobné, zejména v izotropních částech. Zde je nejistota odhadu jednotlivých parametrů velmi malá. V anizotropních buňkách je variabilita jednotlivých parametrů o něco větší, ovšem i tak přijatelná. Přípovrchová zóna (100 $\Omega.m$) i pozadí (300 $\Omega.m$) mají malou variabilitu. Konkrétní buňka odpovídající původnímu anizotropnímu tělesu má rozptyl odporů 0,3-1,8/77-135/335-911 $\Omega.m$ a úhlu 26-34°. Histogramy na obr. 20 mají širší základny, ale drží si striktně unimodální rozložení. Celková hodnota průměrné deviance potvrzuje dobrou shodu modelů napříč řetězcem s původními daty.

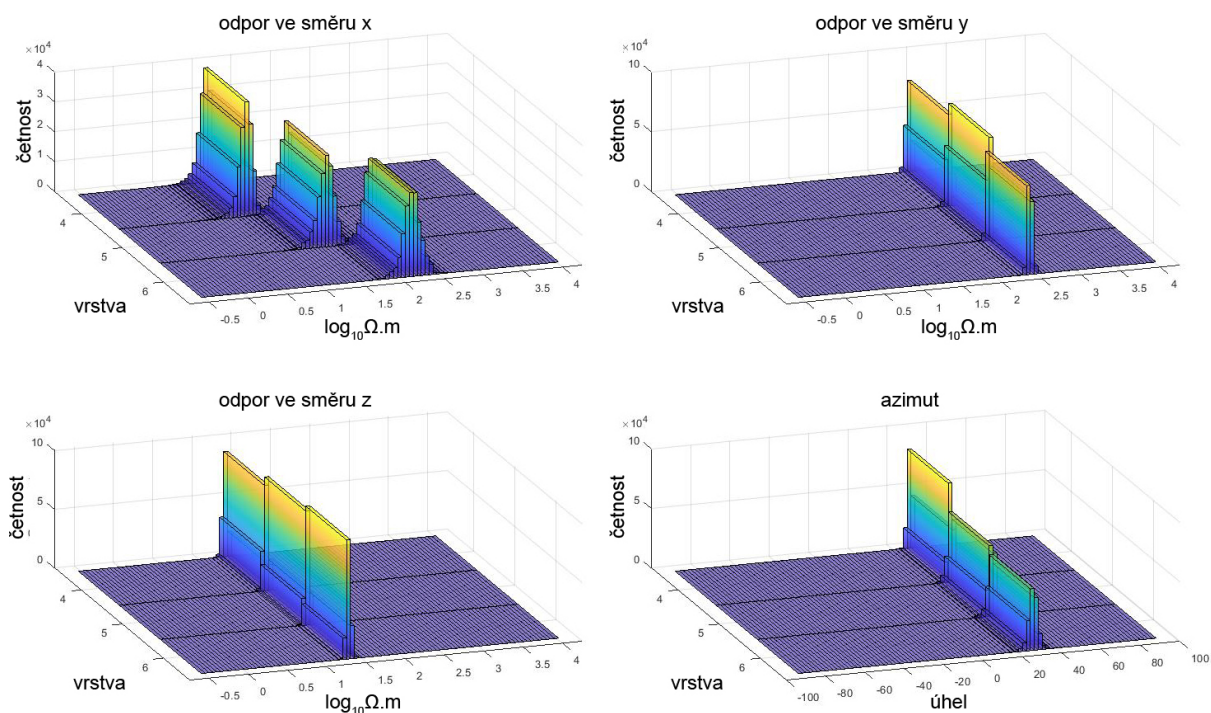
Další výpočet algoritmem MT-DREAM_(ZS) se standardní parametrizací probíhal s již zavedenou apriorní informací. Stejně jako v minulém případě se invertovaly elektrické odpory, které se mohly pohybovat v rozmezí od $10^{-0,5}$ do 10^3 $\Omega.m$ a azimut anizotropie v rozpětí od -90° do 90°. Celkový počet simulací byl nastaven na 100 000, regularizační parametr měl hodnotu 0,02. Obr. 21 ukazuje modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty

90% kredibilního intervalu a pro řešení mean (C). Celková průměrná deviance dosahuje hodnoty 1,02. Obr. 22 ukazuje odporové a úhlové histogramy pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí středem přes anizotropní vodivé těleso.



Obr. 21. Řešení syntetického anizotropního modelu pomocí algoritmu MT-DREAM_(ZS) se zavedenou apriorní informací: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu, (C) průměrný model z řešení *mean*.

Všechny tři modely na obr. 21 jsou si velmi podobné, pouze s velmi drobnými změnami, což indikuje velmi přesný odhad parametrů s malou nejistotou. Díky zavedené apriorní informaci jsou malé rozptyly parametrů i v anizotropních buňkách. Přípo- vrchová zóna o odporu 100 $\Omega.m$ je rekonstruována velmi přesně, stejně jako pozadí o odporu 300 $\Omega.m$. Konkrétní buňka odpovídající původnímu anizotropnímu tělesu má rozptyl odporů 8-16/242-323/19-25 $\Omega.m$ a úhlu 26-30°. Histogramy na obr. 22 mají oproti minulému běhu bez apriorní informace o poznání užší základny a vykazují uni- modální rozložení. Celková hodnota průměrné deviance dosahuje o něco lepší hodnoty než v případě předešlého běhu bez apriorní informace.

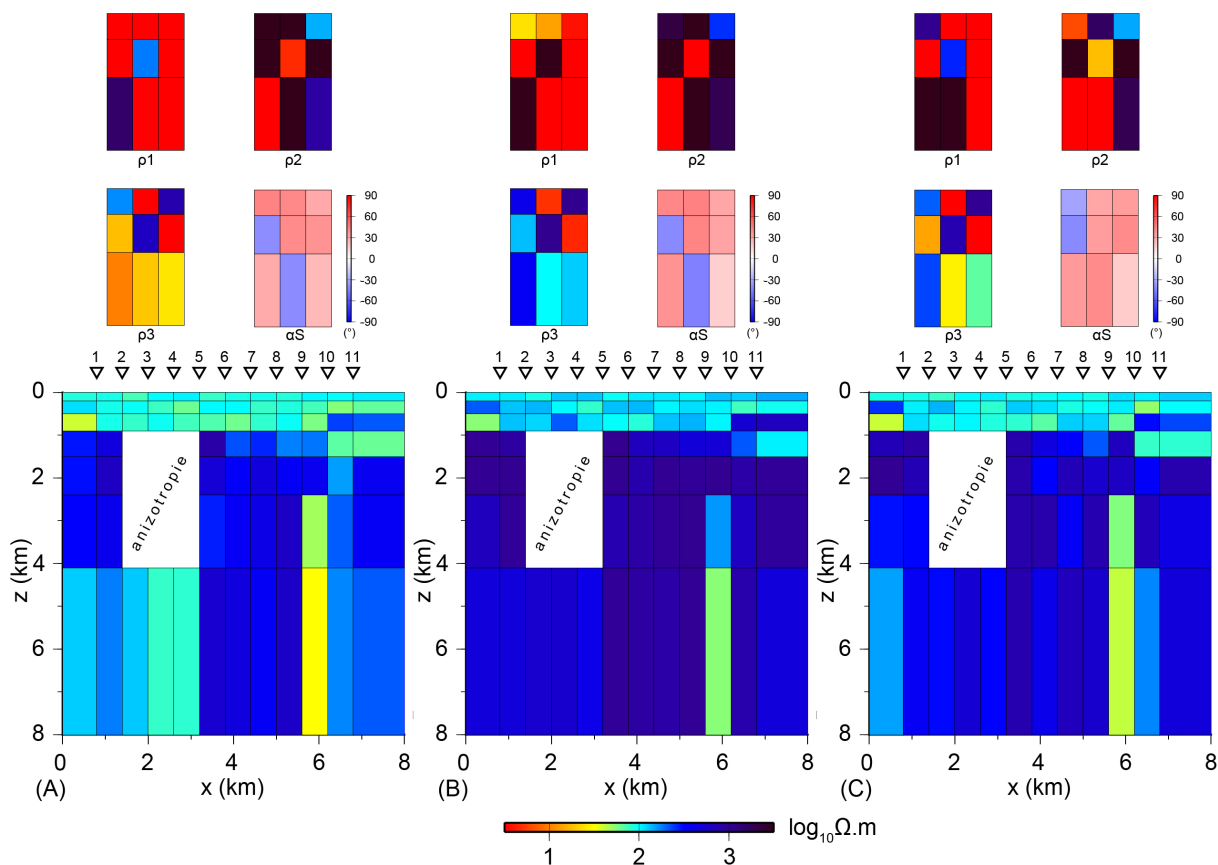


Obr. 22. Odporové a úhlové histogramy pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí středem přes anizotropní vodivé těleso.

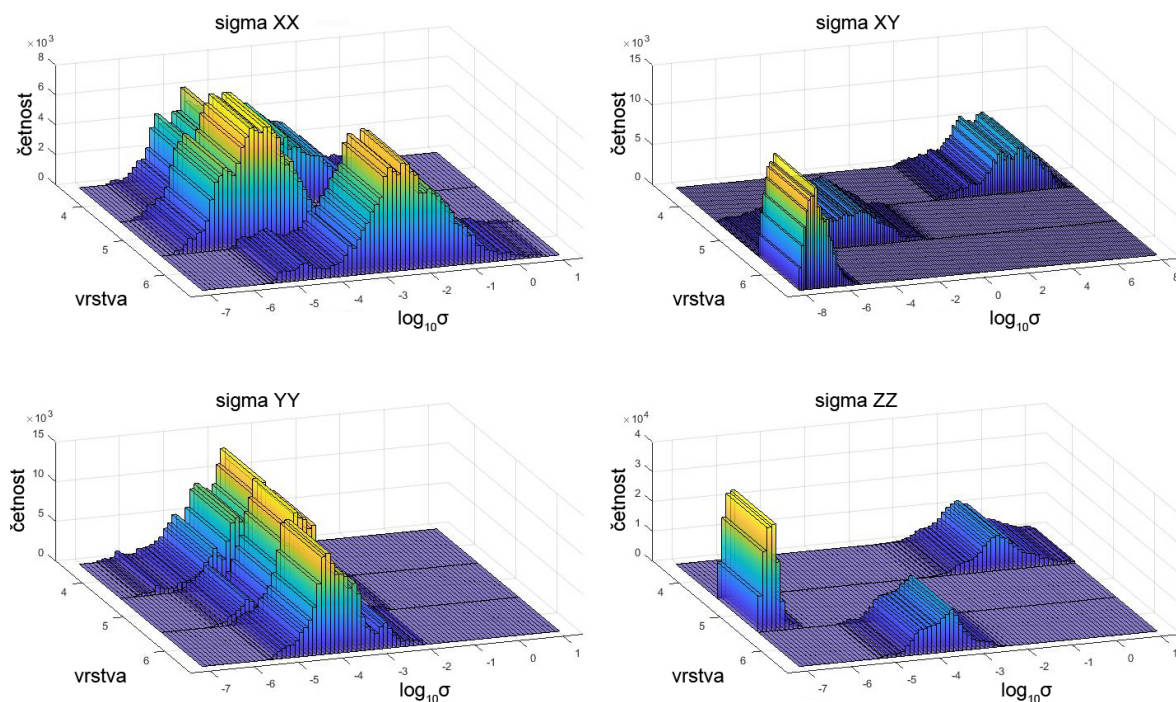
Následující výpočet algoritmem $MT-DREAM_{(ZS)}$ již pracoval s alternativní parametrizací pomocí logaritmického tenzoru vodivosti (kap. 3.2). Vzhledem k tomu, že předešlé výpočty probíhaly pouze se třemi odpory a jedním úhlem, modifikoval jsem tenzor vodivosti ve stejném smyslu tak, aby obsahoval pouze 4 proměnné odpovídající 3 odporům ve směrech x, y, z a úhlu α_S :

$$\sigma^L = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}^L & \sigma_{xy}^L & 0 \\ \sigma_{yx}^L & \sigma_{yy}^L & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz}^L \end{pmatrix}. \quad (6.1)$$

V tomto případě algoritmus invertoval elektrické vodivosti, které se mohly pohybovat v rozmezí od 10^{-7} po 10^1 pro diagonální komponenty tenzoru vodivosti a v rozmezí od 10^{-8} po 10^8 pro nediagonální komponenty tenzoru (hodnoty vzorkované vodivosti jsou v přirozených logaritmech). Celkový počet simulací byl nastaven na 100 000. Obr. 23 ukazuje modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu a pro řešení mean (C). Hodnota průměrné deviance je velmi podobná úloze bez apriorní informace se standardní parametrizací, což dokazuje i její celková hodnota 1,05. Obr. 24 ukazuje vodivostní histogramy pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí přes anizotropní vodivé těleso.

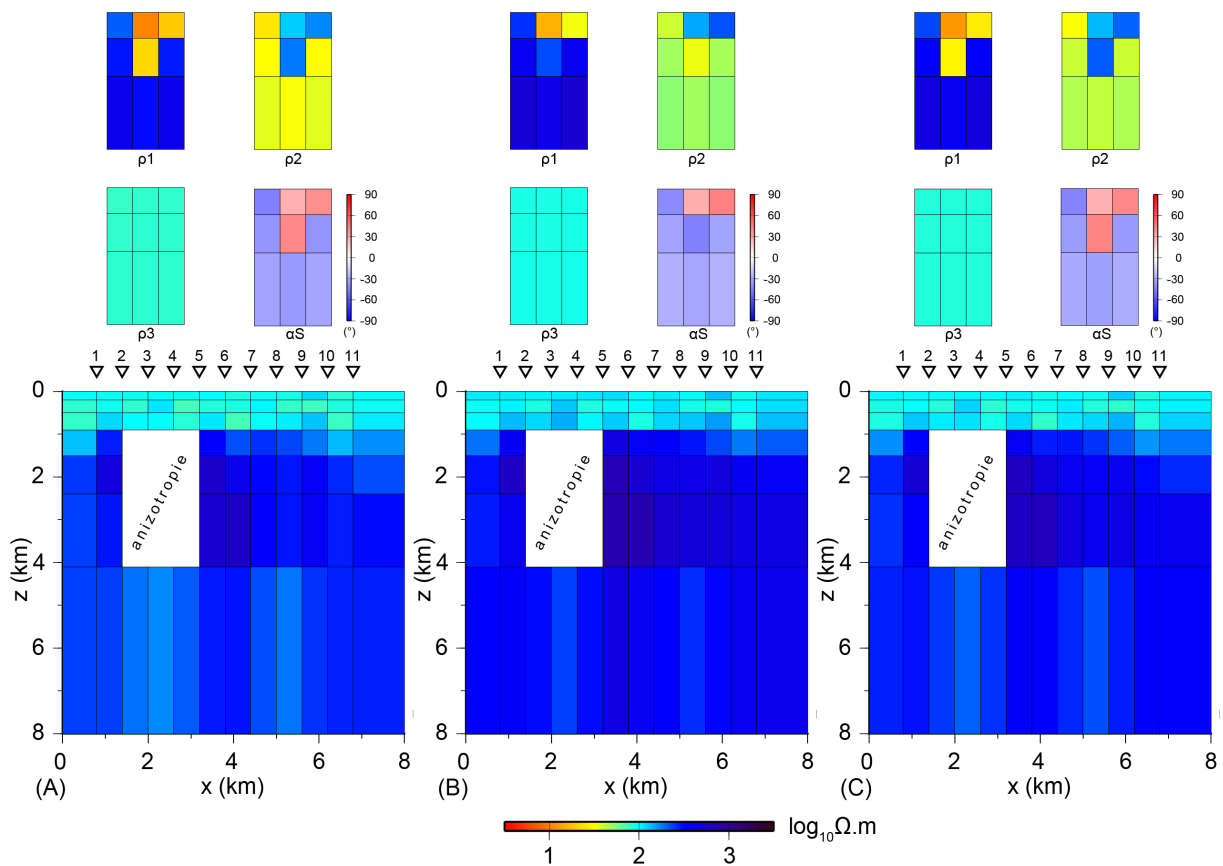


Obr. 23. Řešení syntetického anizotropního modelu pomocí algoritmu MT-DREAM_(ZS) s alternativní parametrizací: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu, (C) průměrný model z řešení *mean*.



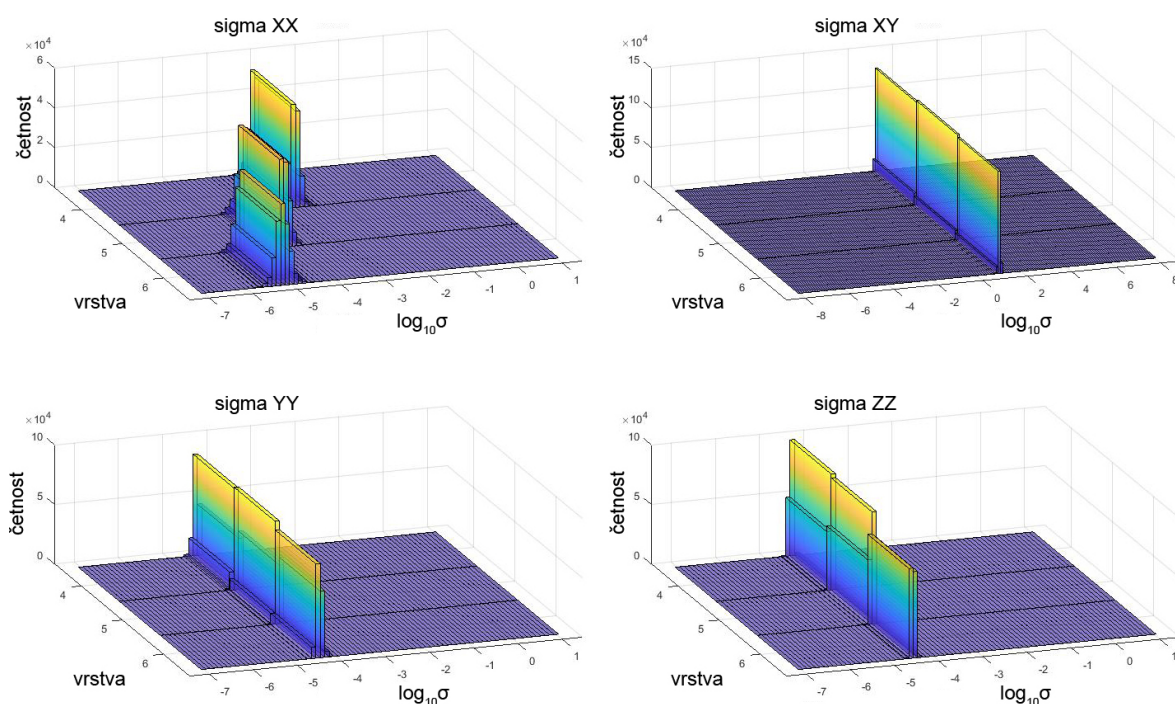
Obr. 24. Histogramy komponent tenzoru impedance pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí středem přes anizotropní vodivé těleso.

Jak je patrné z obr. 23, min. (A) a max. (B) modely vykazují větší rozptyl hodnot, což ukazuje na zvýšenou nejistotu odhadu modelových parametrů, jak v případě izotropních, tak i u anizotropních buněk. Bez zavedené apriorní informace vodivostní parametrizace sice nalézá dle hodnot průměrně deviance řešení s dostatečnou shodou, ovšem bez jasného fyzikálního významu, zejména v anizotropních buňkách. Histogramy na obr. 24 poukazují na mnohoznačnost úlohy a s ní spojenou nejistotu odhadu modelových parametrů. Histogramy mají sice unimodální rozložení, ale jejich základny jsou velmi široké, místy i více jak čtyři řády.

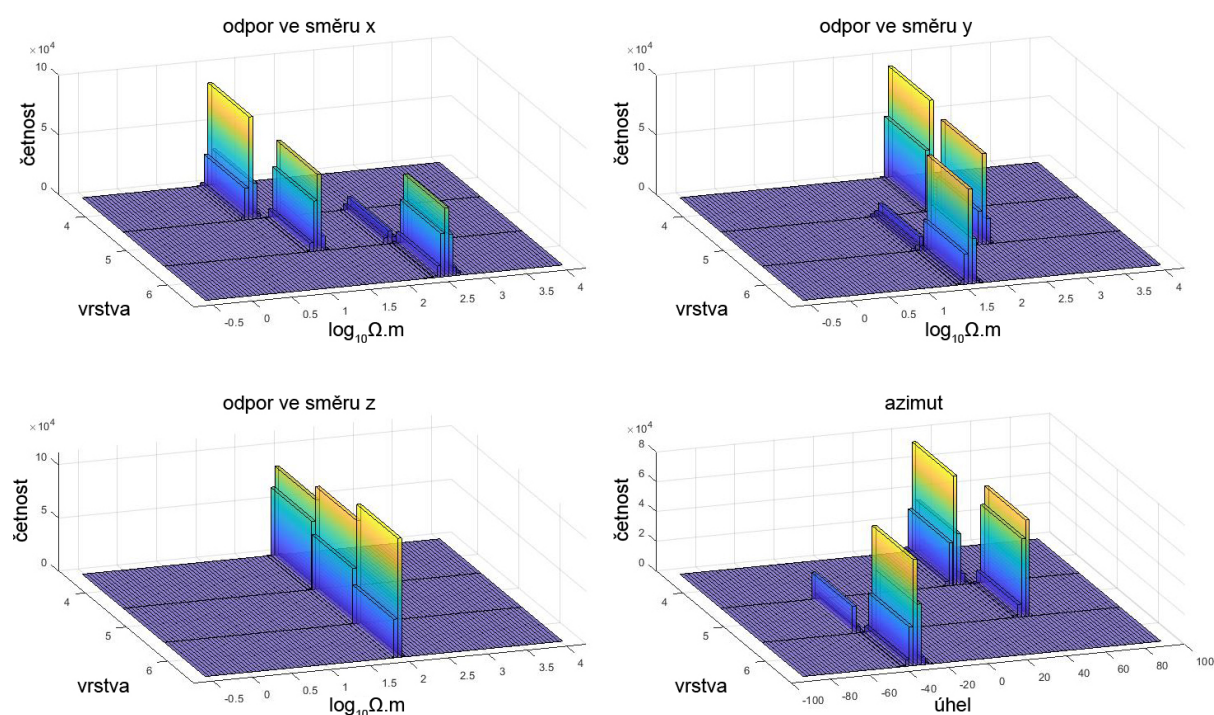


Obr. 25. Řešení syntetického anizotropního modelu pomocí algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ s alternativní parametrizací se zavedenou apriorní informací: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu, (C) průměrný model z řešení *mean*.

Další běh algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ pracoval rovněž s alternativní parametrizací pomocí logaritmického tenzoru vodivosti, ale tentokrát s již zavedenou apriorní informací. Stejně jako při minulém běhu obsahoval tenzor vodivosti pouze 4 proměnné odpovídající 3 odporům a jednomu úhlu. Algoritmus invertoval elektrické vodivosti, které se mohly pohybovat v rozmezí od 10^{-7} po 10^1 pro diagonální komponenty tenzoru vodivosti a v rozmezí od 10^{-8} po 10^8 pro nediagonální komponenty tenzoru.



Obr. 26. Histogramy komponent tenzoru impedance pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí středem přes anizotropní vodivé těleso.



Obr. 27. Odporové a úhlové histogramy pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí středem přes anizotropní vodivé těleso, přepočtené z komponent tenzoru impedance (analogie obr. 26 v prostoru odporů a úhlů).

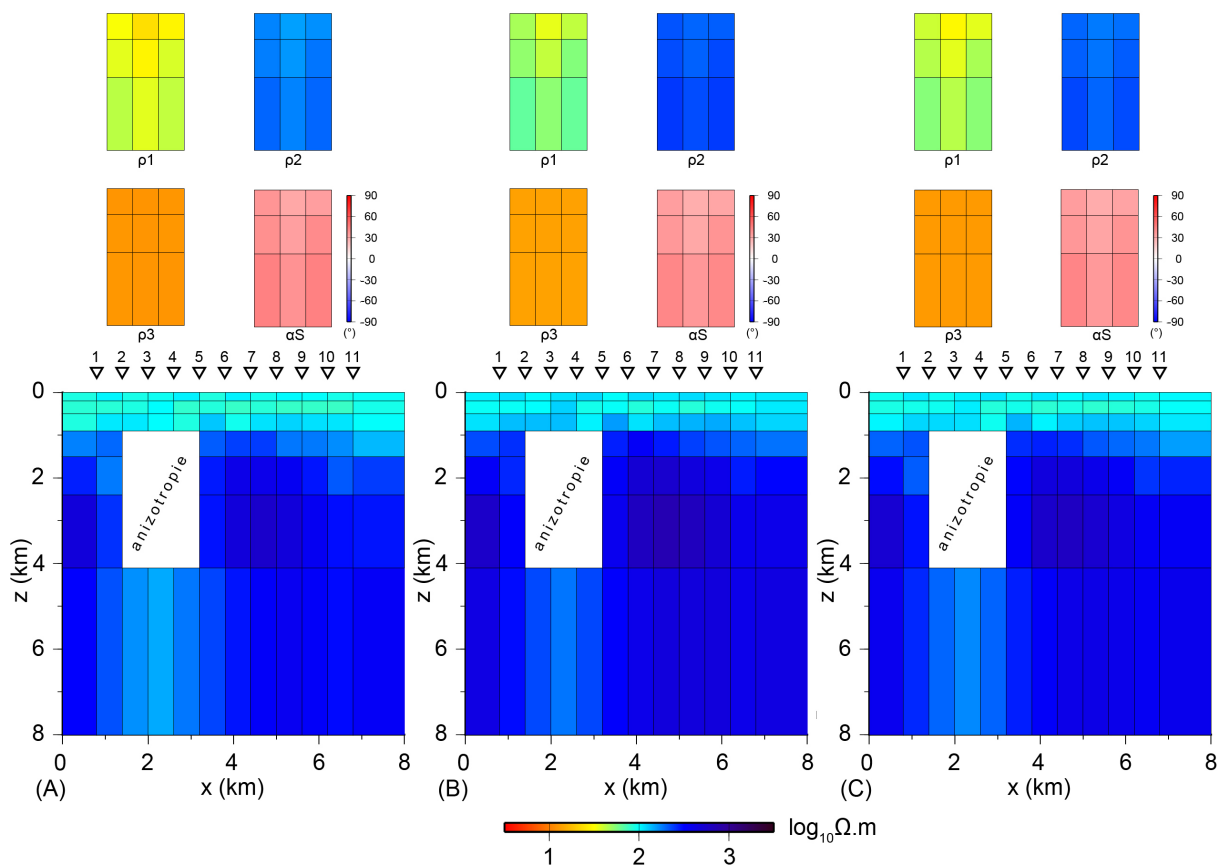
Celkový počet simulací byl nastaven na 100 000, regularizační parametr měl v horizontálním i vertikálním směru hodnotu 0,02. Obr. 25 ukazuje modely pro min. (A) a

max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu a pro řešení mean (C). Celková hodnota průměrné deviance vychází 1,04. Obr. 26 ukazuje vodivostní histogramy pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí přes anizotropní vodivé těleso.

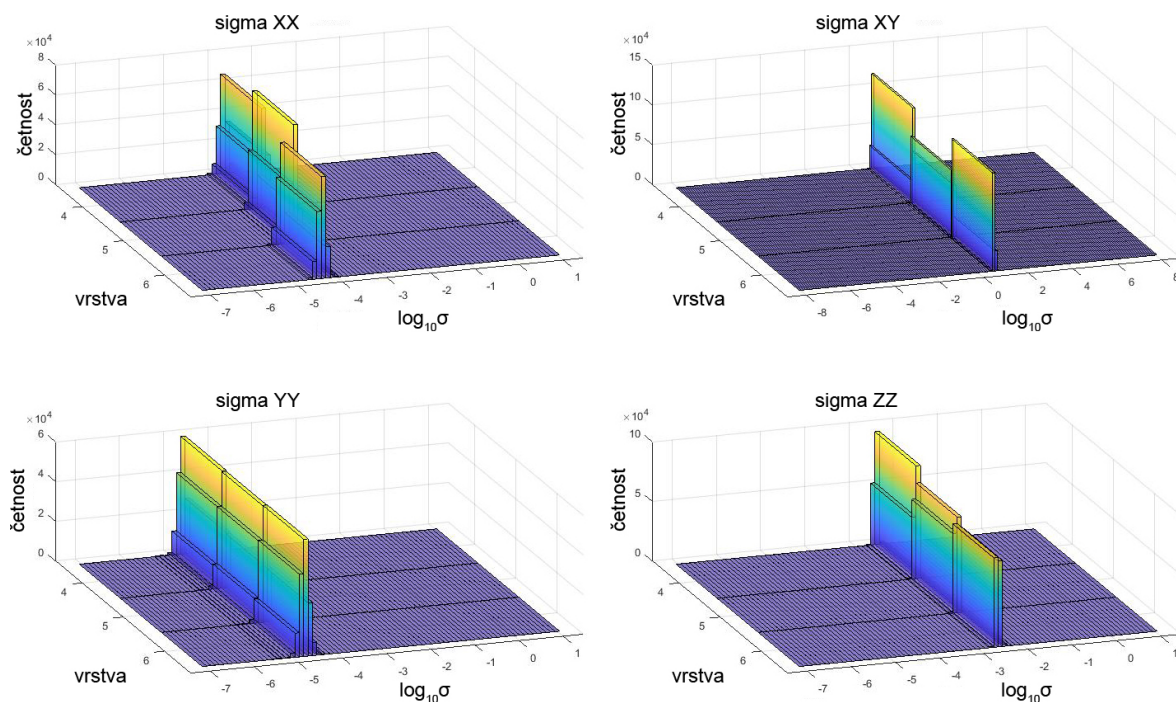
Modely na obr. 25 ukazují na velmi malou neurčitost v odhadu modelových parametrů, zejména v izotropních částech modelu. Rozdíl mezi min. (A) a max. (B) modely je velmi malý. V anizotropních buňkách je rozptyl parametrů o něco větší, problémy jsou zejména u přeskakujících úhlových buněk i přes zavedenou apriorní informaci. Konkrétní buňka odpovídající původnímu anizotropnímu tělesu má rozptyl odporů 10-15/125-147/80-90 $\Omega.m$ a úhel 28° . Vodivostní histogramy na obr. 26 vykazují unimodální rozložení. Při přepočtení na odpory a úhly (obr. 27) však vykazují mírnou bimodalitu. Úhlové histogramy nedrží jeden kvadrant (kladný nebo záporný) a na rozdíl od úloh se standardní parametrizací zde dochází k přeskokování úhlu o 90° . Celková hodnota průměrné deviance dosahuje velmi podobných hodnot jako u předešlého běhu bez apriorní informace a celkově potvrzuje dobrou shodu modelů napříč řetězcem s původními daty.

Vzhledem k pokračujícímu přeskokování azimutu anizotropie, jsem do následujícího testu přidal apriorní informaci ohledně síly anizotropie. Úloha probíhala ve stejném nastavení jako v minulém případě. Regularizační parametr měl hodnotu 0,02 v horizontálním a vertikálním směru, a 0,02 na sílu anizotropie. Obr. 28 ukazuje modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu a pro řešení mean (C). Celková průměrná deviance dosahuje hodnoty 1,09. Obr. 29 ukazuje vodivostní histogramy pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí přes anizotropní vodivé těleso.

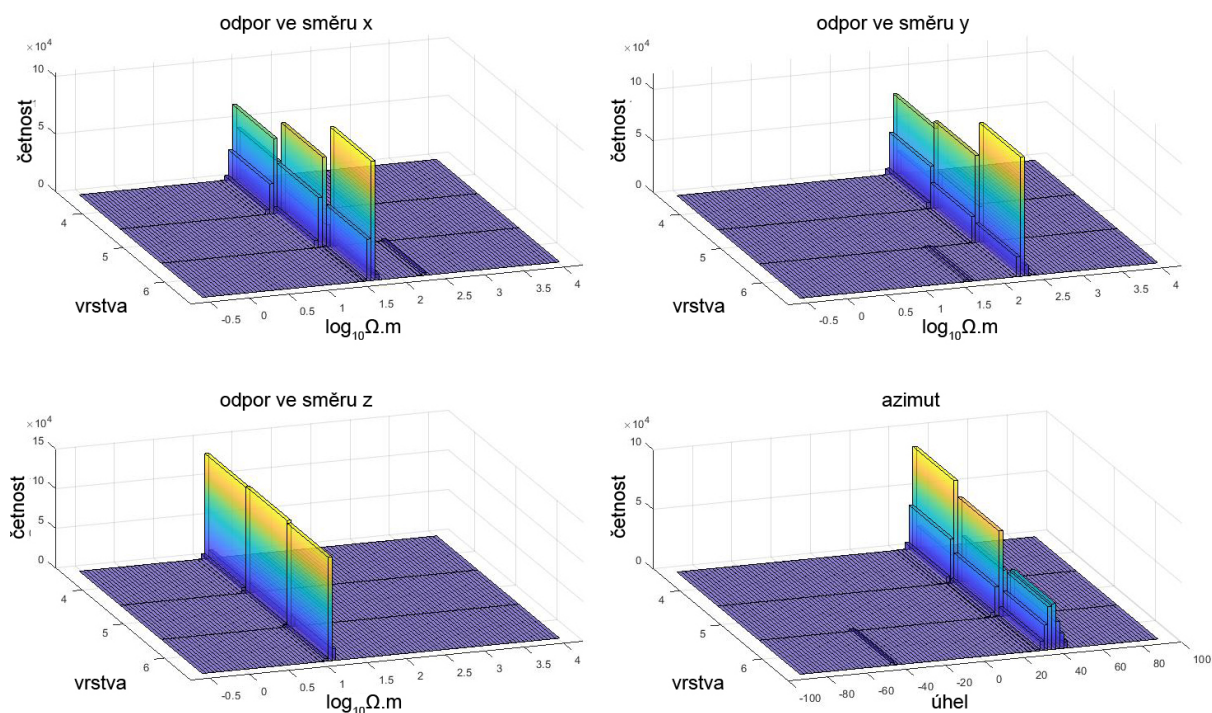
Jak je patrné z obr. 28, nejistota odhadu jednotlivých parametrů je v tomto případě velmi malá, všechny tři modely jsou prakticky totožné nejen v izotropních, ale i v anizotropních částech. Konkrétní buňka odpovídající původnímu anizotropnímu tělesu má rozptyl odporů 23-35/153-199/11-13 $\Omega.m$ a úhel 28° . U azimutu anizotropie zmizela po zavedení apriorní informace na sílu anizotropie nejistota spojená s kladným/záporným řešením. Všechny tři modely nyní ukazují v úhlových buňkách kladnou hodnotu. Vodivostní histogramy na obr. 29 mají unimodální rozložení. Při přepočtení na odpory a úhly (obr. 30) je patrné, že z nich zmizela bimodalita vyskytující se v minulém běhu. Celková hodnota průměrné deviance nabývá lehce horších hodnot než v minulém případě, ovšem i přes mírné zhoršení stále potvrzuje dobrou shodu s původními daty.



Obr. 28. Řešení syntetického anizotropního modelu pomocí algoritmu MT-DREAM_(ZS) s alternativní parametrizací a apriorní informací na sílu anizotropie: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu, (C) průměrný model z řešení *mean*.



Obr. 29. Histogramy komponent tenzoru impedance pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí středem přes anizotropní vodivé těleso.



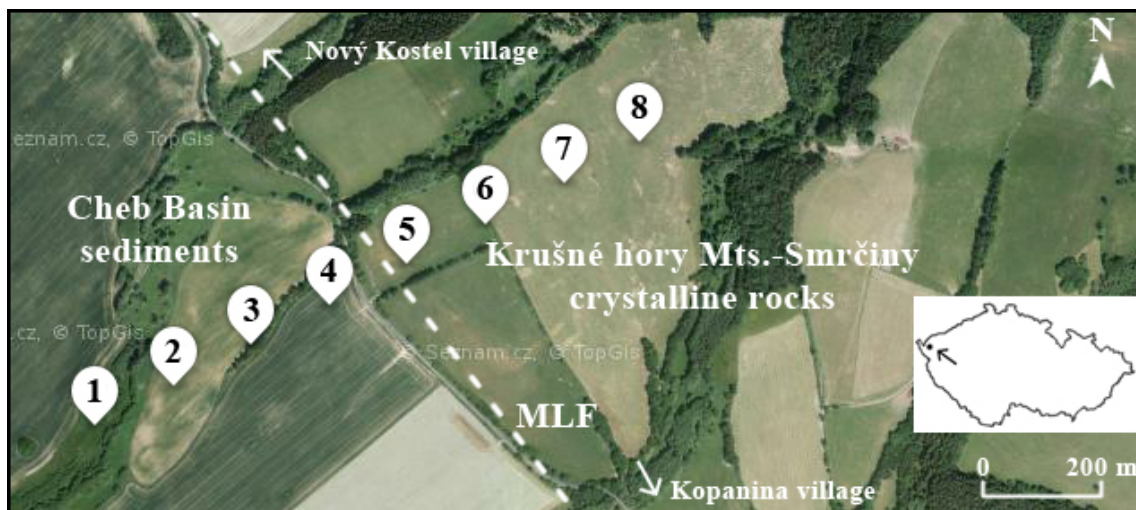
Obr. 30. Odporové a úhlové histogramy pro tři vrstvy (čtvrtou až šestou) jdoucí středem přes anizotropní vodivé těleso, přepočtené z komponent tenzoru impedance (analogie obr. 29 v prostoru odporů a úhlů).

6.2.3 Reálná data

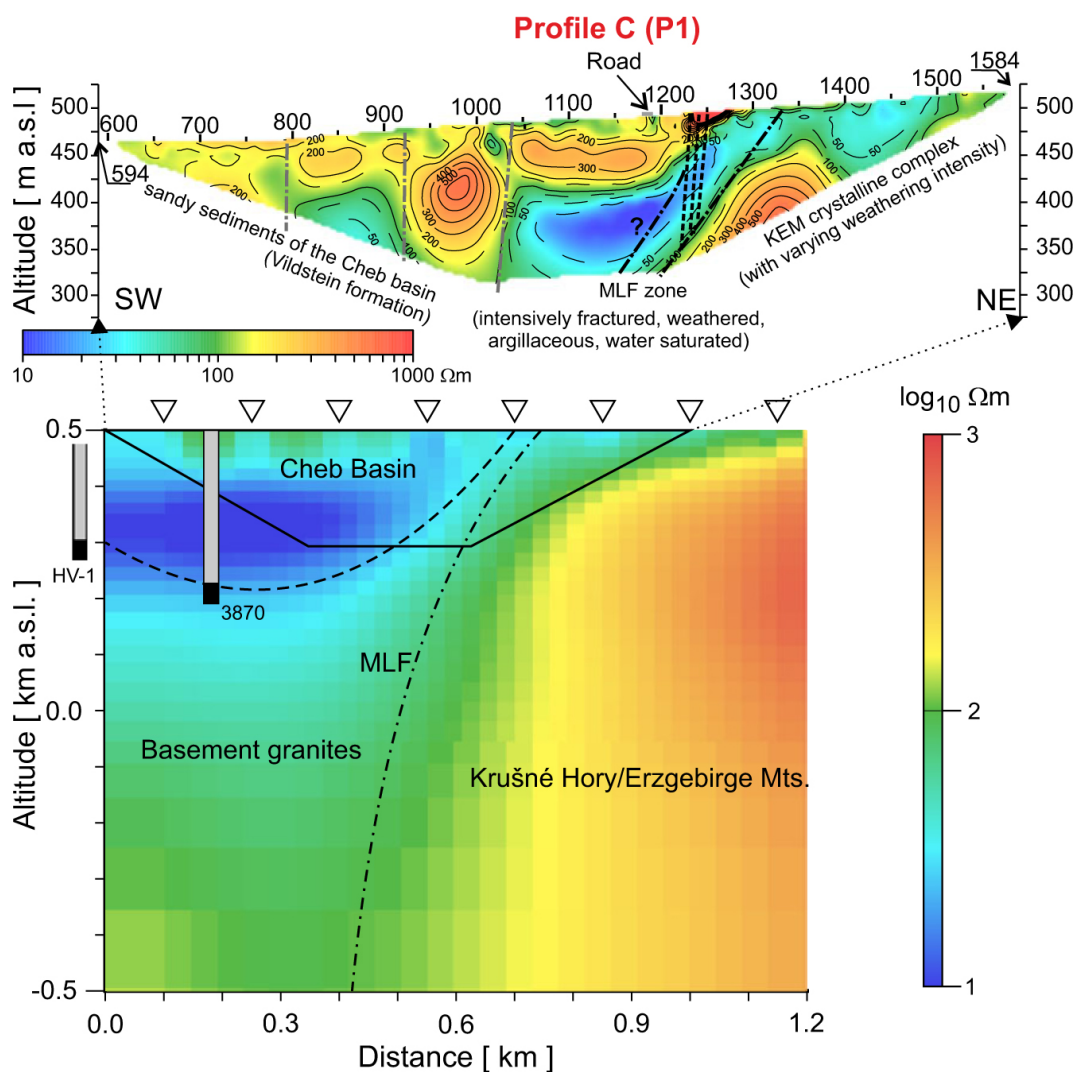
6.2.3.1 Úklon mariánsko-lázeňského zlomu

Lokalita Kopanina se nachází v Západních Čechách nedaleko stejnojmenné obce, přibližně 20 km SV od města Cheb. Z geologického hlediska spadá celá oblast do západní části Českého masivu, konkrétně do sasko-durynské jednotky. Celá oblast je významná zejména díky křížení VSV-ZJZ protáhlého oherského riftu s přibližně S-J táhnoucím se mariánsko-lázeňským zlomem, který byl v minulosti několikrát reaktivován a z velké části ovlivnil formování přílehlé terciární chebské pánve. Celá oblast okolo křížení obou struktur je také známa díky četným seismickým rojům přesahujícím běžně magnitudo 3.

Mariánsko-lázeňský zlom odděluje chebskou pánev na západě od krušnohorsko-smrčinského krystalinika na východě (obr. 31). Sedimentace v chebské pánvi probíhala přibližně od pozdního eocénu po pozdní pliocén a byla kontrolována mnoha zlomy, díky čemuž má dnes pánev blokovou stavbu. Chebská pánev je vyplněna především jíly, písky, šterky, vulkanoklastiky a uhelnými slojemi. Krušnohorsko-smrčinské krystalinikum má pravděpodobně předvariské stáří a sestává zejména z fylitů.



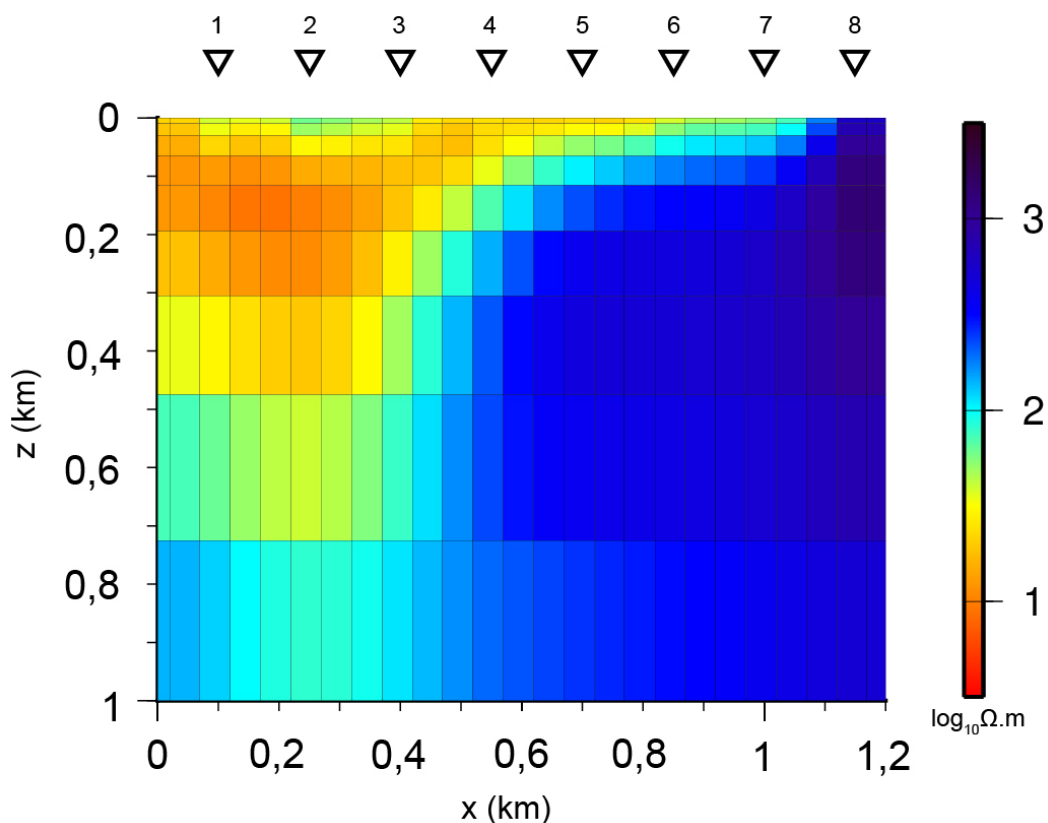
Obr. 31. Schematická geologická situace na lokalitě Kopanina.



Obr. 32. Výsledný model na lokalitě Kopanina spolu s výsledkem z elektrické odporové tomografie (horní mnohoúhelník). Odporová škála je pro MT netradičně v otočené konvenci, kterou používají aplikované metody.

Zdroj: Blecha et al., 2018.

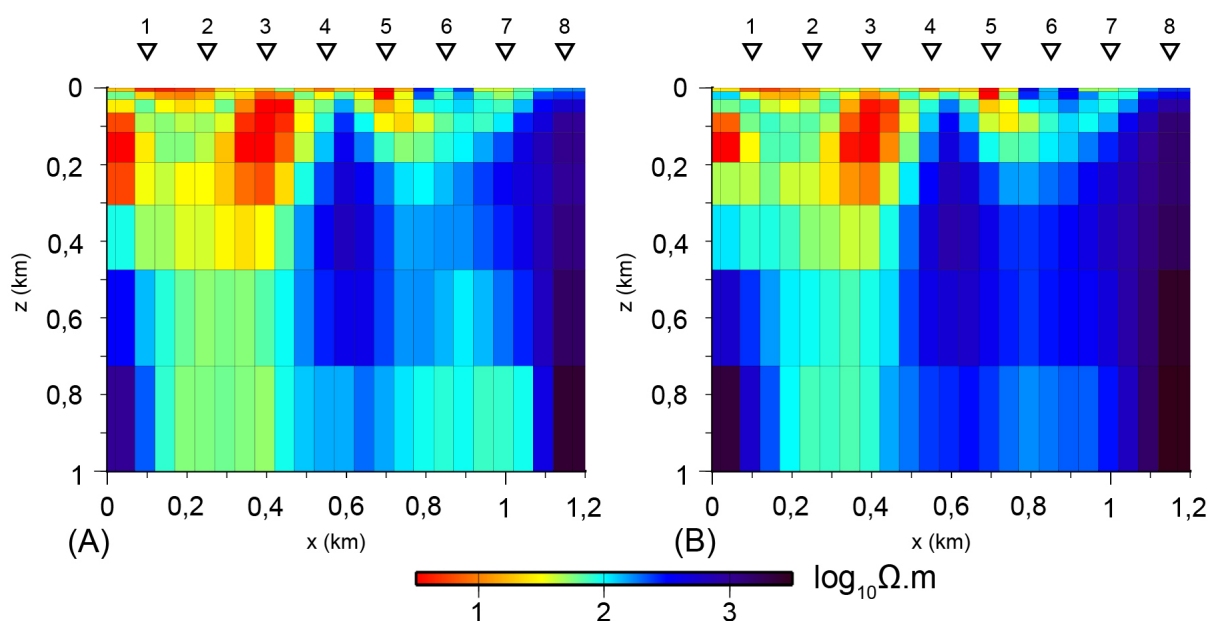
Magnetotelurické měření na Kopanině začínající v chebské pánvi, překračující mariánsko-lázeňský zlom a končící v krušnohorskó-smrčinském krystaliniku jsem realizoval na 1050 m dlouhém profilu o 8 stanicích, které byly rozloženy podél profilu pravidelně po 150 m. Cílem měření bylo zachytit sklon mariánsko-lázeňského zlomu a doplnit tak předešlá měření jiných geofyzikálních metod (DC geoelektrické, gravimetrické, magnetometrické, seismické). Z těchto důvodů jsem měřil pouze audio-magnetotelurická data (periody 0,0001 - 0,3 s), která měla přinést podrobné informace o odporových poměrech podél profilu od prvních desítek metrů po cca 1 km.



Obr. 33. Řešení úlohy standardní inverzní metodou (Pek et al., 2012) v hrubé odporové síti.

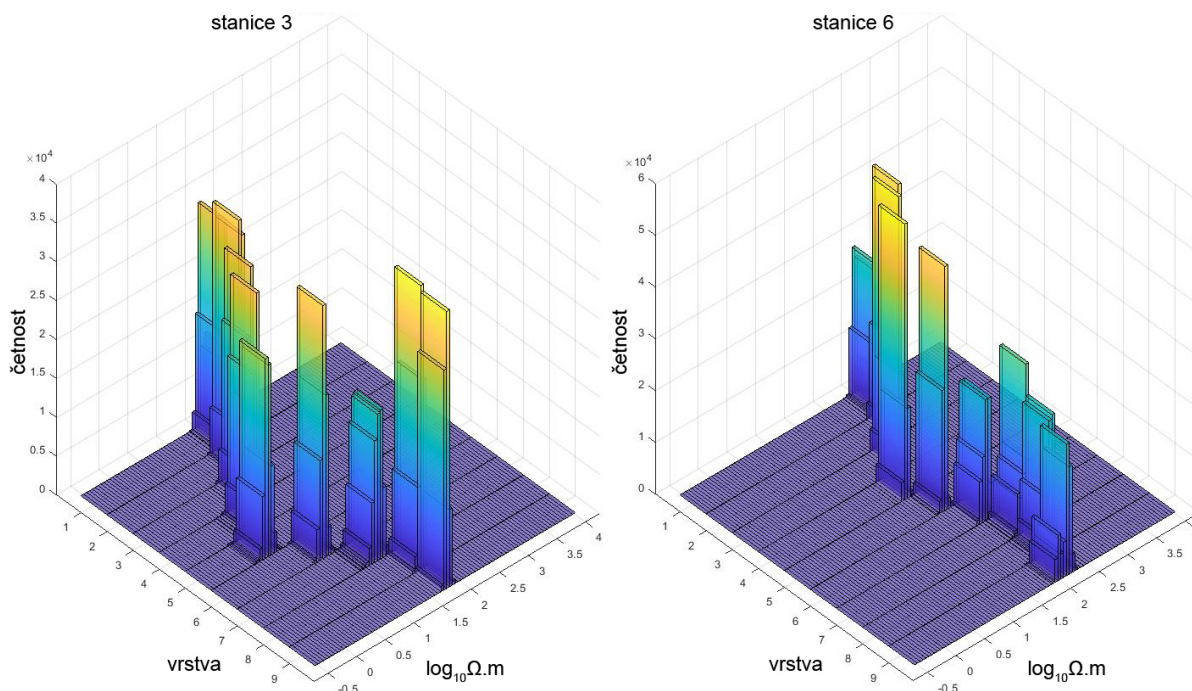
Data jsem následně zpracoval pomocí robustních metod (Friedrichs, 2004), prozkoumal jejich dimenzionalitu a určil regionální směr homogenity N28°W (Bahr 1988, 1991; Swift, 1967). Na závěr jsem data invertoval metodou nelineárních sdružených gradientů (Pek et al., 2012). Výsledek ukázal (obr. 32) odporový kontrast mezi vodivou pánví (odpory cca 1-50 $\Omega.m$) proti nevodivému krystaliniku (odpory 300-700 $\Omega.m$) a odhalil též více o sklonu samotného mariánsko-lázeňského zlomu mezi oběma jednotkami. Také prokázal úspěšnou kombinaci magnetotelurické metody s mělkými geofyzikálními metodami. Podrobnosti viz Blecha et al., 2018.

Data z lokality Kopanina v Západních Čechách reprezentují velmi podrobný profil. Oproti původnímu modelování (velmi podrobný model - 1369 odporových buněk; obr. 32), jsem zde vytvořil hrubší model s ohledem na budoucí výpočty stochastickou metodou DREAM. Model se tak skládal z 507 odporových buněk, které měly v horizontálním směru v oblasti stanic na délku vždy 50 m. Obr. 33 ukazuje invertovaný model pomocí inverzní úlohy metodou nelineárních sdružených gradientů (Pek et al., 2012). Startovním modelem byl homogenní poloprostor o odporu $100 \Omega.m$, invertoval jsem hlavní i vedlejší impedance s prahem chyby 5% pro hlavní a 10% pro vedlejší. Před samotným výpočtem chyby jsem v rámci inverze rotoval modelové impedance o -28° na základě informací o dimenzionalitě prostředí. Regularizační váhy jsem nastavil dle L-křivky na 100 v horizontálním a 50 ve vertikálním směru. Výsledný model byl získán po 30 iteracích a má celkovou chybu $RMS=3,58$. Pro srovnání model v původní podrobné odporové síti měl celkovou chybu $RMS=3,14$ (obr. 32).



Obr. 34. Řešení úlohy metodou $MT-DREAM_{(ZS)}$ se zavedenou apriorní informací: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu.

Obrácená úloha pomocí algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ invertovala elektrické odpory, které se mohly pohybovat v rozmezí od $10^{-0,5}$ do $10^4 \Omega.m$. Celkový počet simulací byl nastaven na 100 000, regularizační parametr měl hodnotu 0,001. Před samotným výpočtem chyby jsem v rámci inverze rotoval modelové impedance o -28° na základě informací o dimenzionalitě prostředí. Obr. 34 ukazuje modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu. Celková hodnota průměrné deviance vychází 4,16. Na obr. 35 jsou histogramy pro prvních devět vrstev pod stanicemi tři a šest.



Obr. 35. Odporové histogramy pro prvních devět vrstev pod stanicemi tři a šest.

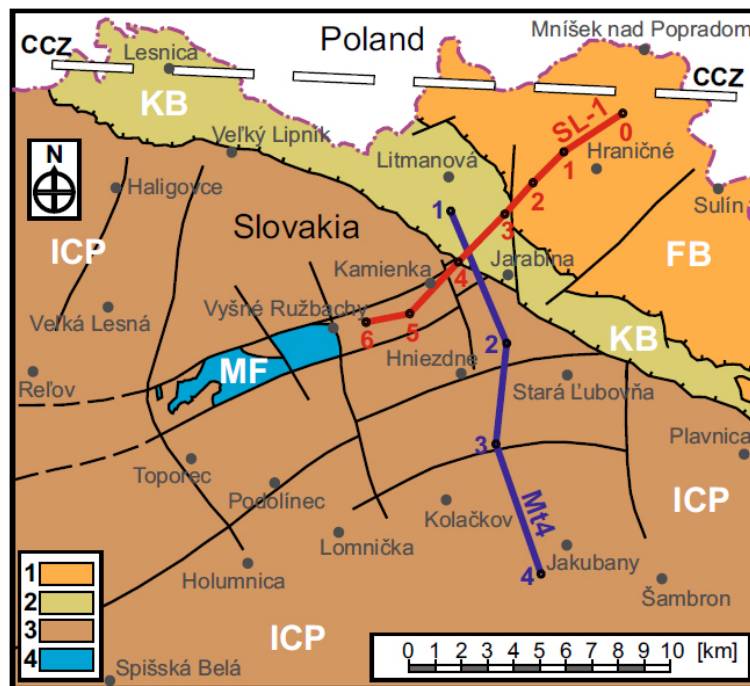
Jak je patrné z obr. 34, rozdíly mezi min. (A) a max. (B) modely jsou menší u povrchu, s rostoucí hloubkou se zvětšují. Oba dva modely však vykreslují velmi podobné struktury, největších rozdílů dosahují až v posledních dvou stech metrech hloubky. V případě stanice 3 ukazují histogramy na obr. 35 unimodální rozložení s nízkou nejistotou určení parametru. Pod stanicí 6 je v hlubších částech situace horší, některé histogramy mají širší rozložení se dvěma vrcholy. Celková hodnota průměrné deviance je výrazně vyšší než u syntetických modelů a vychází 4,16 což je o něco horší výsledek než RMS z klasické deterministické úlohy.

6.2.3.2 Úklon bradlového pásma

Měřený profil se nacházel nedaleko obce Stará Lubovňa, zhruba 40 km SV od města Poprad. Celá oblast je součástí Západních Karpat, které patří k nejsevernější části alpského orogénu v Evropě. Západní Karpaty lze rozdělit na dva hlavní celky: Vnější Západní Karpaty a Vnitřní Západní Karpaty, které jsou od sebe navzájem odděleny bradlovým pásmem. Celková stavba a litologické složení Západních Karpat je v důsledku jejich dlouhého vývoje a komplexních tektonických procesů velmi složitá.

Bradlové pásmo je úzkou (v nejširších místech cca 15 km) mnoho set kilometrů dlouhou tektonickou strukturou, která sleduje kontakt mezi Vnějšími a Vnitřními Západními Karpaty po celé jejich délce. I když zde chybí klasické komplexy, jako jsou

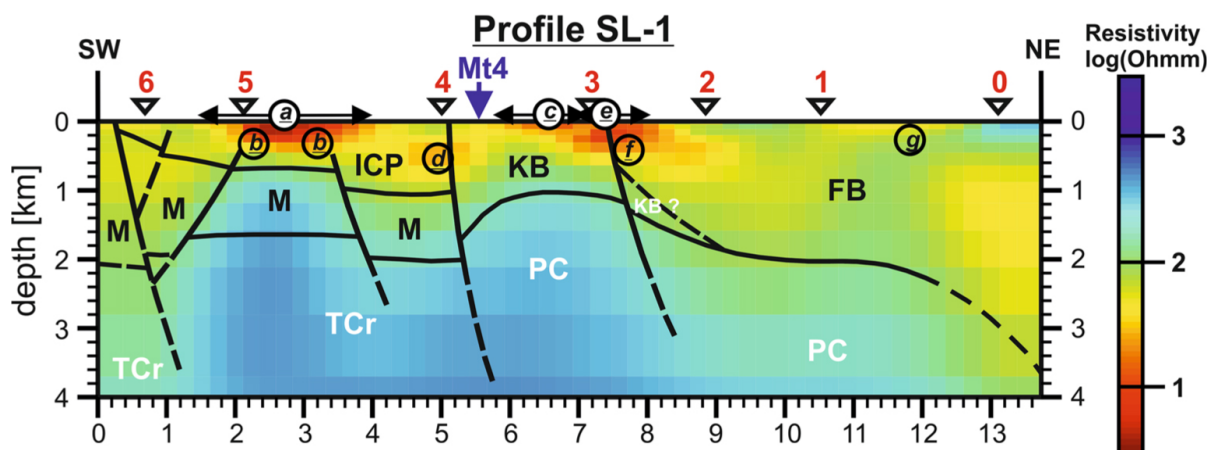
třeba ofiolity, převládá názor, že se jedná o bývalou suturní zónu (pozůstatek oceánu).



Obr. 36. Geologická mapa s pozicemi magnetotelurických stanic a profilem SL-1: FB-flyšové pásmo, KB-bradlové pásmo, ICP-vnitrokarpatký paleogén, MF-mezozoikum fatrika, CCZ-karpatská vodivostní anomálie.
Zdroj: Majcin et al., 2018.

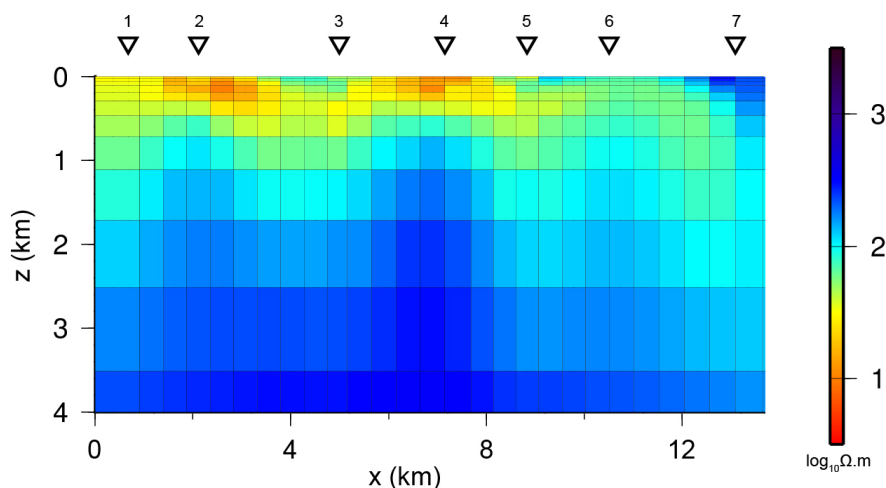
Magnetotelurické měření přes bradlové pásmo bylo realizováno ve spolupráci se Slovenskou akademií věd v roce 2015. Na cca 13 km dlouhém profilu SL-1 ve směru SV-JZ bylo změřeno 7 stanic s rozsahem period 0,001s - 40 s (obr. 36). Profil začínal ve vnitrokarpatském paleogénu (Vnitřní Západní Karpaty), překračoval bradlové pásmo a končil ve vnějším flyšovém pásmu (Vnější Západní Karpaty). Cílem měření bylo získat detailnější znalosti o geologické stavbě bradlového pásma a jeho kontaktu s vnějším flyšovým pásmem a vnitrokarpatským paleogémem.

Data jsem zpracoval pomocí robustních metod (Friedrichs, 2004), prozkoumal jejich dimenzionalitu a určil regionální směr homogenity na S55°E (Bahr 1988, 1991; Swift, 1967). Výsledně jsem data invertoval metodou nelineárních sdružených gradientů (Pek et al., 2012). Výsledek (obr. 37) pomohl rozlišit hranice výše zmíněných jednotek až do hloubky 4 km, zejména pak odporové rozdíly mezi sedimenty Západních Karpat (vodivé), bradlovým pásmem a podložním krystalinikem (nevodivé). Podrobnosti viz Majcin et al., 2018.



Obr. 37. Výsledný model na profilu SL-1 s geologickou interpretací: FB-flyšové pásmo, KB-bradlové pásmo, PC-peninická kůra, ICP-vnitrokarpatský paleogén, M-mezozoické komplexy, TCr-krystalinikum tatrika.
Zdroj: Majcin et al., 2018.

Profil nedaleko města Stará Ľubovňa na SV Slovenska reprezentuje regionální profil. Oproti původnímu modelování (podrobný model - 1155 odporových buněk), jsem opět vytvořil hrubší model obsahující 622 odporových buněk. Obr. 38 ukazuje invertovaný model pomocí standardní inverzní úlohy metodou nelineárních sdružených gradientů (Pek et al., 2012). Startovním modelem byl homogenní poloprostor o odporu $300 \Omega \cdot \text{m}$, invertoval jsem hlavní i vedlejší impedance s prahem chyby 5% pro hlavní a 10%

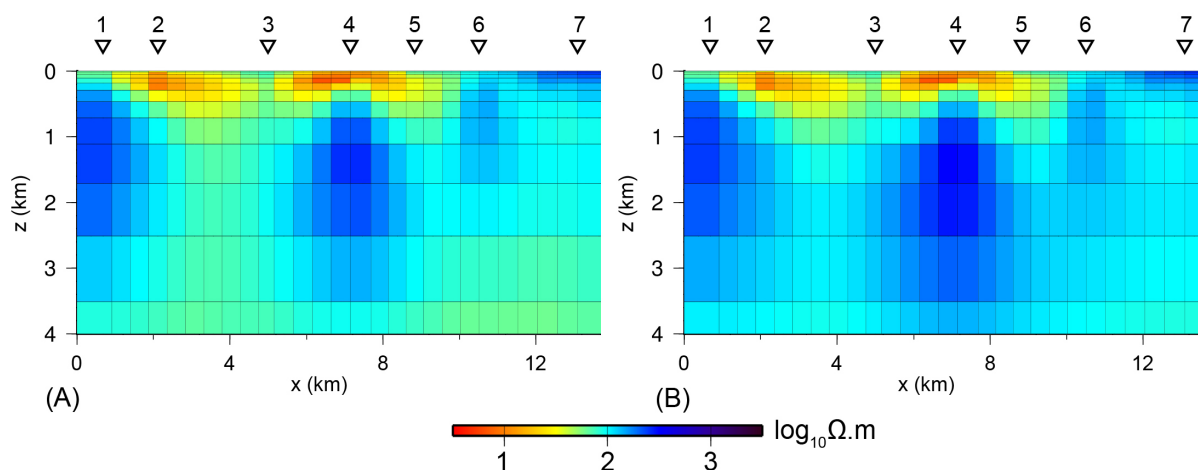


Obr. 38. Řešení úlohy standardní inverzní metodou (Pek et al., 2012) v hrubé odporové síti.

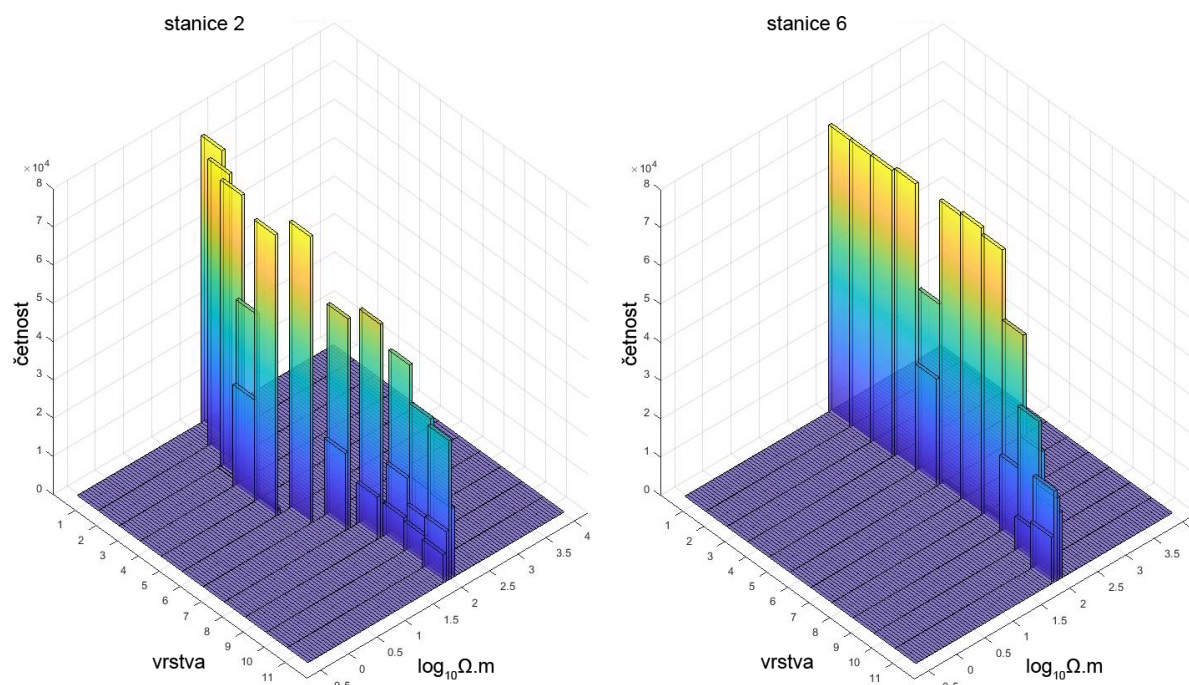
pro vedlejší. Před samotným výpočtem chyby jsem v rámci inverze rotoval modelové impedance o $-44,5^\circ$ na základě informací o dimenzionalitě prostředí. Regularizační váhy jsem nastavil dle L-křivky na 300 v horizontálním a 100 ve vertikálním směru.

Výsledný model byl získán po 24 iteracích a má celkovou chybu RMS=5,22. Model z původní podrobnější sítě z obr. 37 měl celkovou chybu RMS=5,45.

Obrácená úloha pomocí algoritmu MT-DREAM(ZS) invertovala elektrické odpory, které se mohly pohybovat v rozmezí od $10^{-0,5}$ do $10^4 \Omega.m$. Celkový počet simulací byl nastaven na 100 000, regularizační parametr měl hodnotu 0,0000003 v horizontálním směru a 0,0000006 ve vertikálním. Před samotným výpočtem chyby jsem v rámci



Obr. 39. Řešení úlohy metodou MT-DREAM_(ZS) se zavedenou apriorní informací: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu.



Obr. 40. Odporové histogramy pro prvních jedenáct vrstev pod stanicemi dva a šest.

inverze rotoval modelové impedance o $-44,5^\circ$ na základě informací o dimenzionalitě prostředí. Obr. 39 ukazuje modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního

intervalu. Celková hodnota průměrné deviance vychází 3,9. Obr. 40 ukazuje histogramy pro vzorkované odpory pro prvních jedenáct vrstev pod stanicemi dva a šest.

Z obr. 39 je patrné, že nejistota odhadu jednotlivých parametrů je nižší v přípovrchových vrstvách, kde je rozdíl mezi min. (A) a max. (B) modely téměř neznatelný. S rostoucí hloubkou se nejistota odhadu parametrů zvětšuje, v posledních vrstvách dosahuje hodnot kolem půl řádu. Obě dvě řešení v rámci 90% intervalu kredibility jsou však velmi konzistentní, na obou modelech vznikají téměř stejné odporové struktury. Histogramy na obr. 40 mají unimodální rozložení s ostrými vrcholy. Histogramy se rozšiřují až v posledních vrstvách, které již však korespondují s konečným hloubkovým dosahem. Celková hodnota průměrné deviance je sice poměrně vysoká, ovšem i tak je lepší než RMS u klasické úlohy.

6.2.3.3 Geologická stavba seismoaktivní oblasti

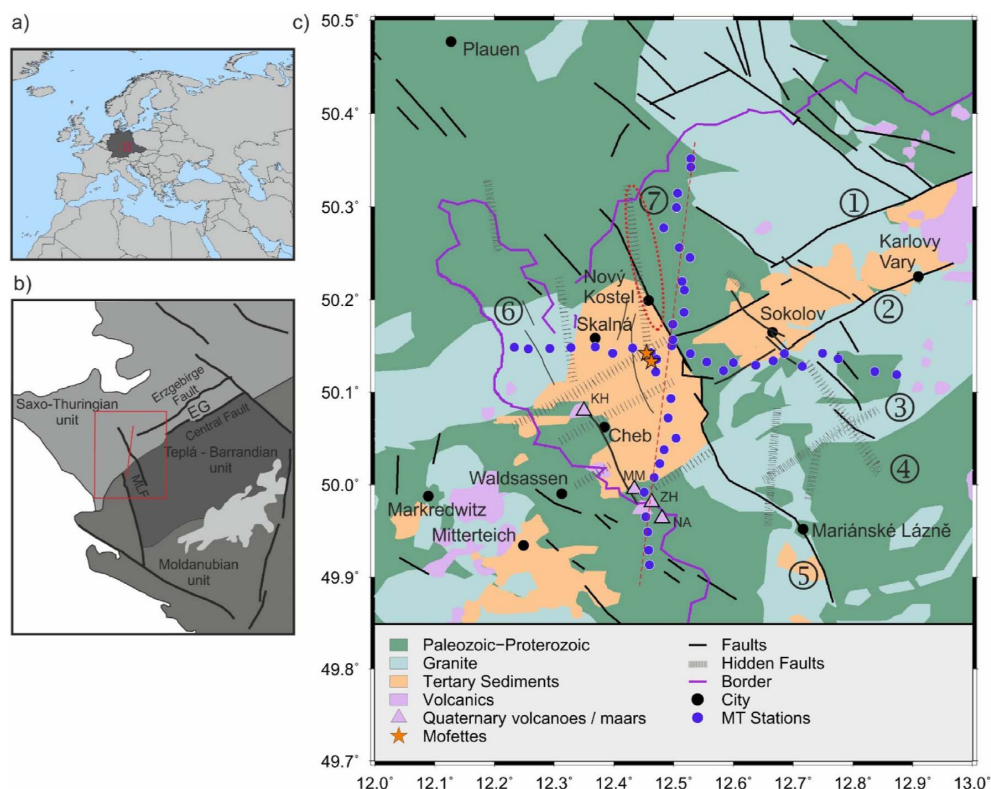
Magnetotelurického měření v Západních Čechách jsem se účastnil v rámci projektu EMERES (Electromagnetics in the Eger Rift System), který řídila GFZ Potsdam ve spolupráci s Geofyzikálním ústavem AVČR a Univerzitou v Uppsale. Projekt byl rozdělen na tři části: (1) zahrnovala dva 50 km dlouhé regionální profily v oblasti Chebska; (2) cílila na oblast chebské pánve a měla podobu podrobné lokální sítě na ploše cca 50 km²; (3) zahrnovala mělké radiomagnetotelurické měření na lokalitě Hartoušov. Z těchto tří fází, jsem se účastnil prvních dvou a pro testování stochastické inverze jsem použil první z nich.

Oblast Západních Čech spadá do sasko-durynské jednotky Českého masivu a je významná zejména z hlediska stále probíhající geodynamické aktivity. Nejvýznamnějšími lokalitami je oblast okolo obce Nový Kostel, národní přírodní rezervace Soos a okolí obce Hartoušov. Všechny tyto lokality leží zhruba na křížení severojižní regensburško-lipsko-rostocké zóny (jejíž součástí je i mariánsko-lázeňský zlom uvedený v kap. 6.2.3.1) s VSV-ZJZ probíhajícím oherským riftem.

Geodynamická aktivita Západních Čech se projevuje zejména periodicky se opakujícími zemětřesnými roji dosahujícími až magnituda 4,5; přítomností CO₂ a isotopů He plášťového původu v minerálních vodách a mofetách; a doklady pleistocénního vulkanismu reprezentované sypanými kužely Komorní a Železné hůrky, či nedávno objevenými maarovými strukturami Mýtina a Neualbenreuth.

První část projektu měla podobu dvou 50 km dlouhých vzájemně kolmých profilů

cca ve směru S-J a Z-V o 25, respektive 22 stanicích (obr. 41). Cílem měření bylo odhalit geologickou stavbu v seismicky aktivní oblasti a pokusit se potvrdit původ geodynamické aktivity v korových fluidech. Za tímto účelem se na všech stanicích měřilo široké spektrum period 0,0001 - 1000 s, jež měly přinést informace o odporových poměrech od prvních desítek metrů po první desítky kilometrů.



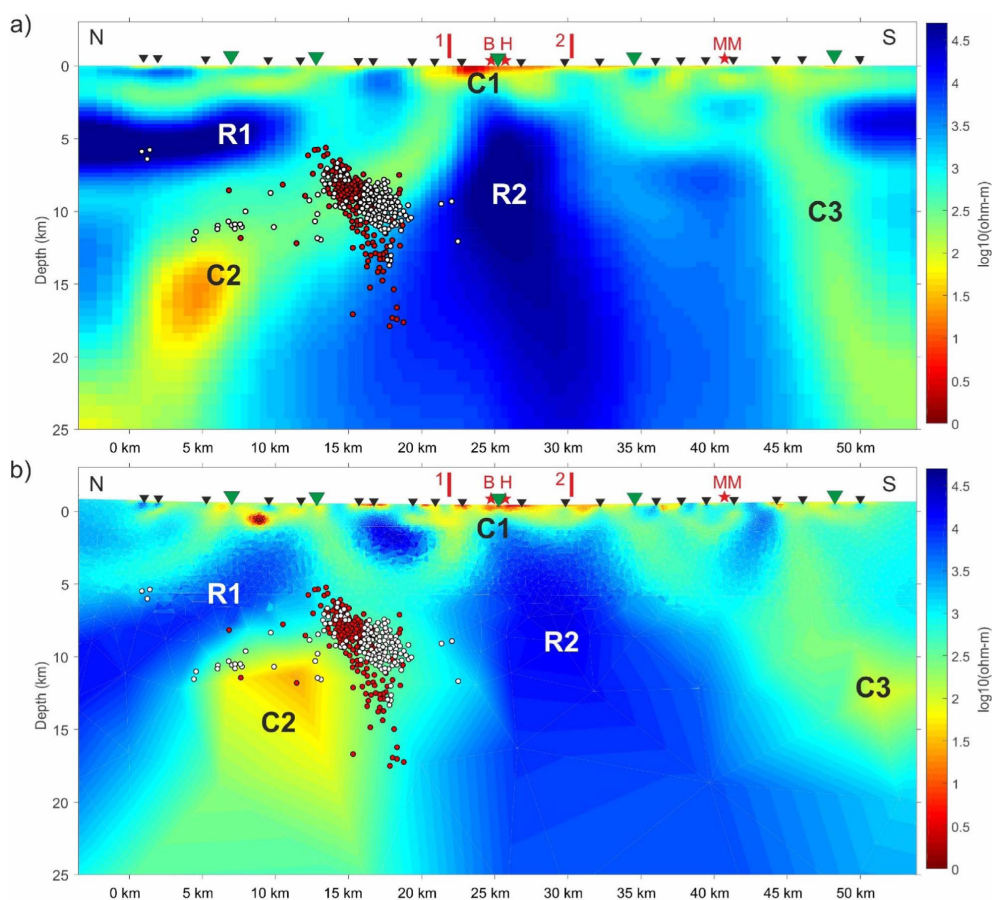
Obr. 41. Umístění oblasti (a, b) a geologická mapa (c) s pozicemi magnetotelurických stanic a zlomy: (1) krušnohorský zlom, (2) oherské zlomy, (3) litoměřický zlom, (4) zlom horní slavkov, (5) mariánsko-lázeňský zlom, (6) tachovský zlom, (7) zóna počátky-plesná

Zdroj: Muñoz et al., 2018.

Pro hlubší analýzu byl po měření vybrán severojižní profil začínající nedaleko obce Kraslice a pokračující na jih okolo obcí Nový Kostel (centrum zeměměřných rojů), Hartoušov (mofety), Kynšperk nad Ohří, Mýtina (maar a sypaný kužel Železná hůrka) a končící v Německu za obcí Neualbenreuth (maar). Z geologického hlediska začínal profil v sasko-durynské oblasti reprezentované sasko-vogtlandským paleozoikem, překračoval chebskou pánev a jih krušnohorsko-smrčinského krystalinika; a nakonec překročil hranici do moldanubika, kde byl ukončen.

Data byla zpracována pokročilými statistickými metodami pomocí softwarového balíčku EMERALD (Ritter et al., 1998; Ritter et al., 2015; Weckmann et al., 2005). Dále

byla vyčištěna od šumové složky pomocí referenční stanice v rámci softwaru EME-RALD (Krings, 2007), filtrována na určité frekvence pomocí delay-line filtru (Chen, 2008) a na závěr byly v datech detekovány, a pak odstraněny výskoky pomocí Wienerova filtru (Kütter, 2015). Zpracovaná data byla analyzována na dimenzionalitu a byl určen regionální směr homogenity N35°E (Becken and Burkhardt, 2004). Následně byla data invertována pomocí algoritmů FD² inverze (Rodi and Mackie, 2001) a FE³ inverze (Key, 2016; Key and Ovall, 2011).



Obr. 42. Výsledný model z (A) FD inverze a (B) FE inverze. Písmena R označují nevodiče, písmena C vodiče. B a H označují povrchové projevy geodynamické aktivity - mofety Bublák a Hartoušov, MM značí Mýtina maar. Tečky označují lokace zemětřesení v zóně Nový Kostel.

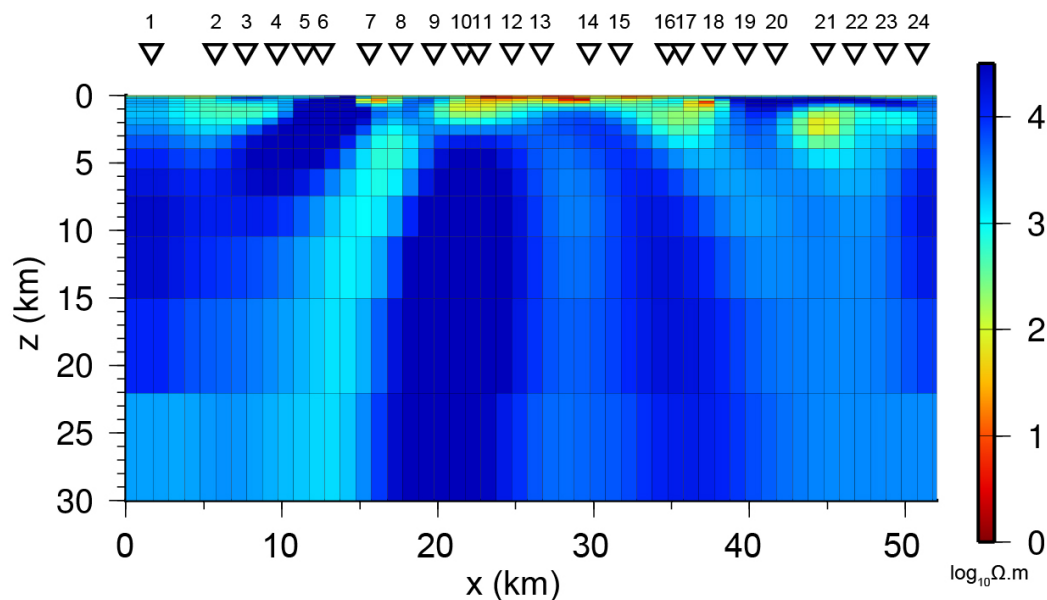
Zdroj: Muñoz et al., 2018.

Výsledky (obr. 42) přinesly nové informace o mocnosti jednotlivých jednotek, ale zejména ukázaly dvě zóny s nižším odporem: (1) jdoucí přibližně z hloubky pod Novým Kostelem směrem do chebské pánve a (2) přibližně na rozhraní sasko-durynské zóny

²finite differences (konečných diferencí)

³finite elements (konečných prvků)

s moldanubikem nedaleko kužele Železné hůrky a Mýtina maaru. Obě tyto zóny lze spojit s korovými fluidy, která mohou stát za probíhající (či proběhlou) geodynamickou aktivitou. Podrobnosti viz Muñoz et al., 2018.

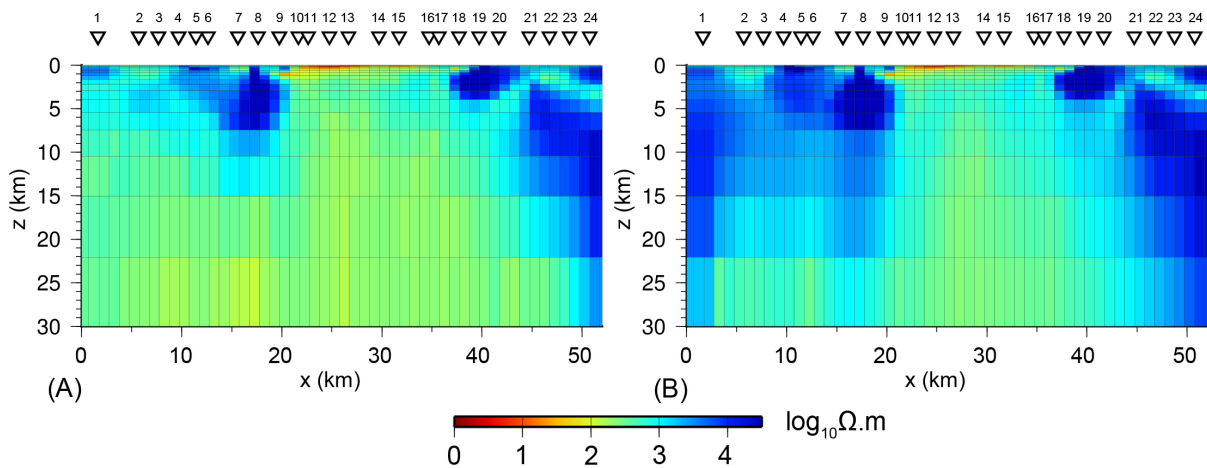


Obr. 43. Řešení úlohy standardní inverzní metodou (Pek et al., 2012) v hrubé odporové síti.

Zhruba 50 km dlouhý profil ze Západních Čech lze zařadit mezi delší regionální profily. Původní modelování (obr. 43) využívalo inverzní algoritmus založený na metodě konečných diferencí (Rodi and Mackie, 2001) a konečných prvků (Key, 2016; Key and Owall, 2011), které však nejsou dostupné na našem pracovišti. Proto jsem se pokusil pro ilustraci data invertovat námi používanou metodou nelineárních sdružených gradientů (obr. 43; Pek et al., 2012). Díky budoucímu plánovanému výpočtu stochastickou metodou, jsem opět zvolil poměrně hrubý model obsahující 1200 odporových buněk. Model z obr. 43 byl získán z poměrně složitějšího startovního modelu s blokovou strukturou podél profilu, jehož jednotlivé části byly invertovány zvlášť po šesti stanicích, s cílem dosáhnout, co nejmenší chyby i při velké variabilitě zdánlivých elektrických odporů podél profilu. Invertoval jsem pouze hlavní impedance s prahem chyby 5%. Před samotným výpočtem chyby jsem v rámci inverze rotoval modelové impedance o 55° na základě informací o dimenzionalitě prostředí. Regularizační váhy jsem nastavil dle L-křivky na 10 v horizontálním a 10 ve vertikálním směru. Výsledný běh měl 27 iterací a celková chyba RMS získaného modelu činí 5,38.

Obrácená úloha pomocí algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ invertovala elektrické odpory, které se mohly pohybovat v rozmezí od $10^{-0,5}$ do $10^5 \Omega.m$. Celkový počet simulací

byl nastaven na 200 000, regularizační parametr měl hodnotu 0,000001 v horizontálním i vertikálním směru. Před samotným výpočtem chyby jsem v rámci inverze rotoval modelové impedance o 55° na základě informací o dimenzionalitě prostředí. Obr. 44 ukazuje modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu. Celková průměrná deviance vychází 4,24.



Obr. 44. Řešení úlohy metodou MT-DREAM_(ZS) se zavedenou apriorní informací: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu.

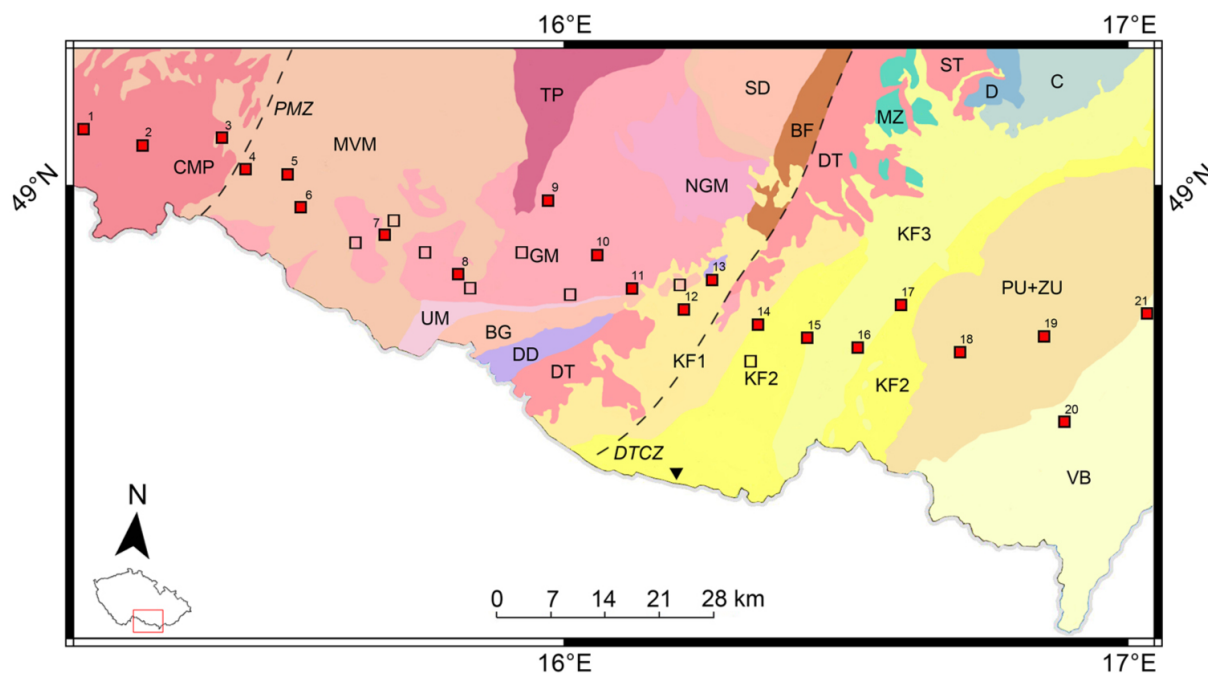
Z obr. 44 je patrné, že nejistota odhadu modelových parametrů je poměrně velká, rozdíly mezi min. (A) a max. (B) modely jsou značné. Oba dva modely se chovají podobně pouze v prostřední části profilu, největší rozdíly panují v první části modelu mezi stanicemi 1 až 9. Při porovnání výsledku s klasickým inverzním algoritmem (obr. 43) je vidět, že stochastický inverzní program vidí velmi odlišné struktury, zejména v prostřední části profilu, kde modeluje vodič, zatímco všechny klasické inverzní algoritmy zde vyžadují nevodič (obr. 42, 43). Celková průměrná deviance dosahuje hodnoty 4,24 a je tak lepší než RMS u klasické úlohy, i když výsledek stochastické úlohy je velmi diskutabilní a nejistý.

6.2.3.4 Geologická stavba jihovýchodního okraje Českého masivu

Cílem měření bylo získat elektrický obraz ze stykové zóny Českého masivu a Západních Karpat. Samotné měření bylo realizováno v letech 2007-2010. V rámci 140 km dlouhého profilu bylo položeno 29 stanic, na kterých se měřilo většinou široké spektrum period mezi 0,0001 - 1000 s.

Profil přes jihovýchodní okraj Českého masivu začínal přibližně u Jindřichova Hradce a končil zhruba 20 km severně od Břeclavi (obr. 45). Měření začínalo v mol-

danubiku, překračovalo všechny tři jeho litologické jednotky (monotónní, pestrou, gföhlskou), přešlo do moravika, zahrnujícího brněnský masiv a končilo v karpatské předhlubni a příkrovech vnějších Karpat. Z pohledu geologie se tak jednalo o litologicky složitý profil zastoupený jak metamorfity (moldanubikum), vulkanity (brněnský masiv) tak i velkým množstvím sedimentů (karpatská předhlubeň, vnější Karpaty).

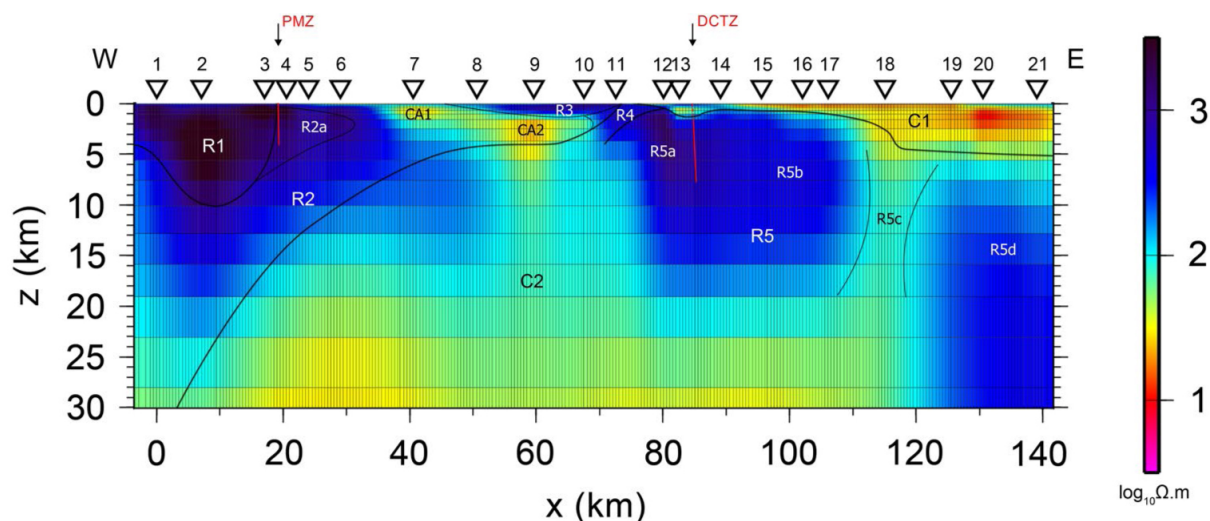


Obr. 45. Geologická mapa s magnetotelurickými stanicemi: *variský orogén*: CMP-centrální moldanubický pluton, PMZ-přibyslavská mylonitová zóna, MVM-monotónní a pestrá skupina moldanubika, GM-gföhlská skupina moldanubika, TP-třebíčský pluton, NGM-náměšťský granulitový masiv, UM-nerozlišené moravikum, BG-bítešská ortorula, SD-svratecký dóm, D-devon, C-karbonský flyš; *kadomský orogén*: DT-dyjský terán, MZ-metabazitová zóna, ST-slavkovský terán; *alpinský orogén*: BF-boskovická brázda, DCTZ-tektonická linie diensdorf-čebín, KF1-spodní miocén karpatské předhlubně (eggenburg-ottnang), KF2-spodní miocén karpatské předhlubně (karpat), KF3-střední miocén karpatské předhlubně, PU+ZU-pouzdránská a ždánická jednotka vnějších Karpat, VB-vídeňská pánev.

Zdroj: Klanica et al., 2018.

Data jsem zpracoval pomocí robustních metod (Friedrichs, 2004), prozkoumal jejich dimenzionalitu a určil regionální směr homogenity N90°E (Bahr 1988, 1991; Bailey and Groom 1987; Caldwell et al., 2004; Swift, 1967). Nakonec jsem data invertoval Occamovským inverzním algoritmem REBOCC (Siripunvaraporn and Egbert, 1999). Výsledek (obr. 46) přinesl nové informace o mocnostech jednotlivých geologických jednotek (moldanubický pluton, litologické jednotky moldanubika), ukázal vztah mezi moldanubikem a brunovistulikem a zejména blíž odhalil geologickou stavbu brněn-

ského masivu pod sedimenty karpatské předhlubně a vnějších Karpat. Podrobnosti viz Klanica et al., 2018.



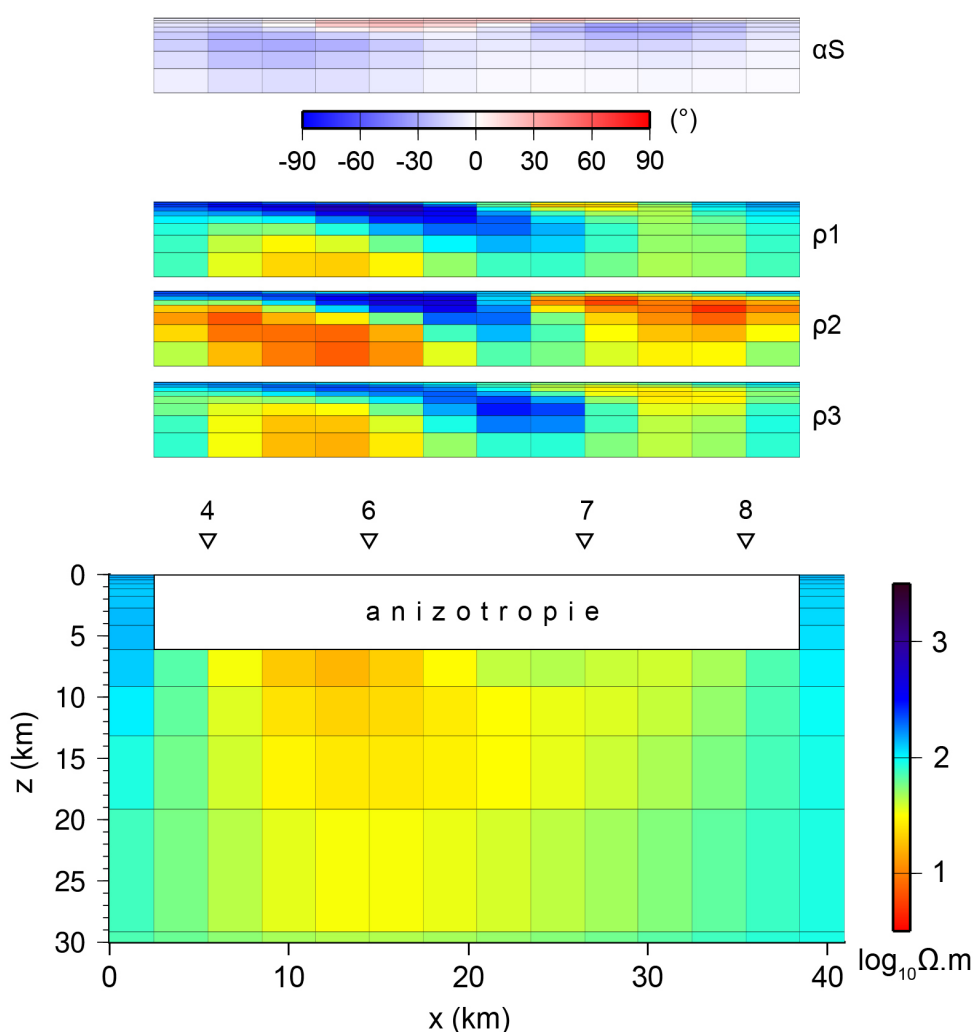
Obr. 46. Výsledný model s geologickou interpretací: *variský orogén*: R1-centrální moldanubický pluton, R2-monotónní a pestrá skupina moldanubika, R2a-migmatizované horniny monotónní skupiny, R3-gföhlská skupina moldanubika, R4-moravikum, CA1,2-grafitické zóny v moldanubiku, PMZ-přibyslavská mylonitová zóna; *kadomský orogén*: R5-brněnský masiv, R5a-západní část dyjského teránu, R5b-východní část dyjského teránu, R5c-metabazitová zóna, R5d-slavkovský terán, C2-spodní části brunovistulika, DCTZ-tektonická linie diensdorf-čebín; *alpinský orogén*: C1-karpatská předhlubeň a vnější Západní Karpaty
Zdroj: Klanica et al., 2018.

Z profilu mě však nejvíce zajímala poměrně krátká centrální část v okolí obce Dešov. Zde se v hloubce prvních kilometrů nachází ne zcela jasný přechod mezi brunovistulikem a moldanubikem projevující se na elektrickém obrazu vodivými zónami. Ty mají pravděpodobně původ v grafitizovaných zónách spjatých s bývalou střížnou zónou mezi oběma velkými geologickými celky či s grafitovými ložisky. Několik MT stanic zde má nestandardní průběhy fázových křivek, které se projevují přechody křivek přes více kvadrantů. Takové chování lze vysvětlit více způsoby: galvanickými distorzemi, 2D strukturou s velkým odporovým kontrastem nebo 3D strukturami kanalizujícími silné proudy. Další možností je však anizotropní struktura (Martí 2014), jakou by mohla být právě grafitizovaná zóna.

Přechody fázových křivek přes více kvadrantů mohou být způsobeny anizotropním blokem ležícím na anizotropním podloží o velmi rozdílném anizotropním úhlu (Pek a Verner, 1997). Pozdější studie však ukázali (osobní rozhovor s Josefem Pekem), že stejného efektu lze docílit i pouze v případě mělkého anizotropního bloku, nad kterým se rotuje modelovými křivkami. S rozdílným úhlem rotace se mění diagonální fázové

křivky a dosahuje se stejného efektu jako v případě složitějších anizotropních či 3D struktur.

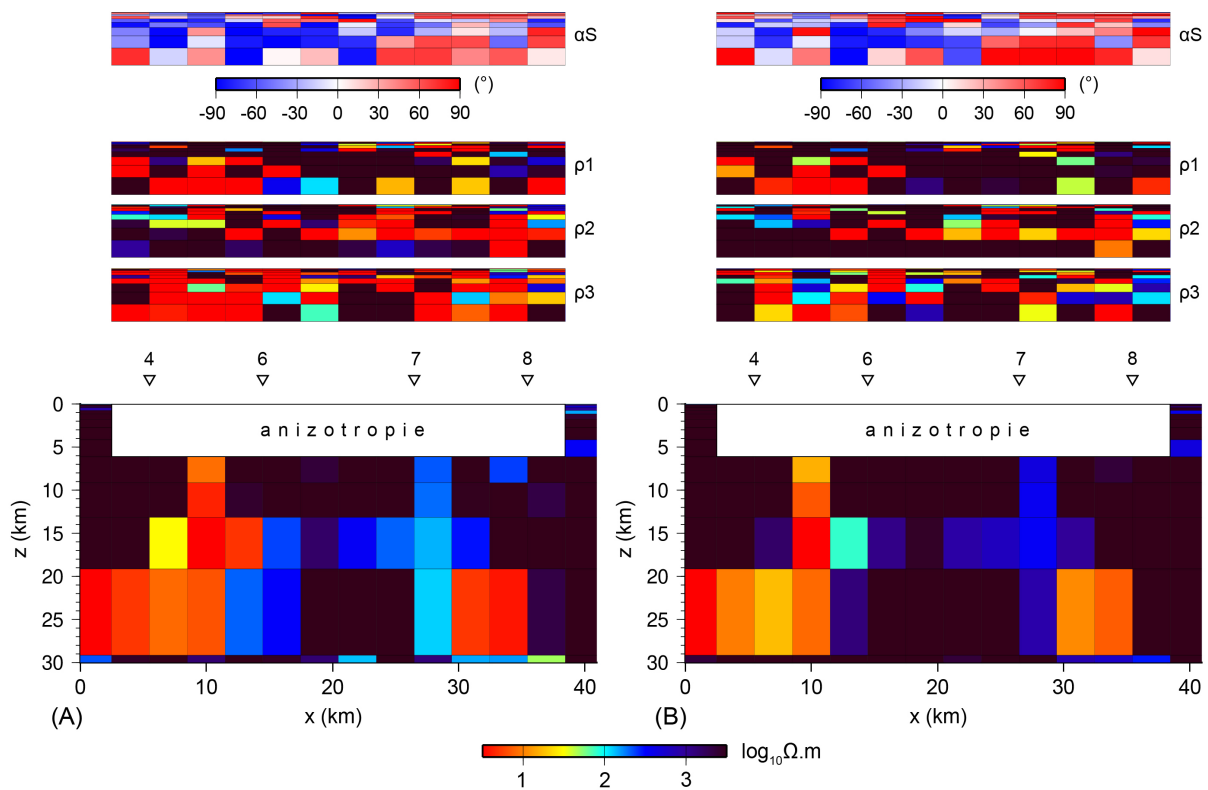
Z celého profilu jsem tedy pro výpočet stochastickou úlohou vybral pouze malou oblast mezi stanicemi 4 až 8 o délce zhruba 30 km, která se projevuje výše zmíněnými netradičními fázovými křivkami. Vzhledem k výpočtu stochastickou metodou jsem opět vytvořil poměrně hrubý model s buňkami o délce 3 km, který měl dohromady 266 parametrů. Pro výpočty jsem aktivoval anizotropii v 6 km mocné přípoверхové vrstvě, která se rozkládala podél celého profilu. S aktivní uniaxiální anizotropií s azimutem α_S v uvedené vrstvě vzrostl celkový počet parametrů na 590.



Obr. 47. Řešení úlohy standardní inverzní metodou (Pek et al., 2012) v hrubé odporové síti.

Obr. 47 ukazuje invertovaný model pomocí inverzní úlohy metodou nelineárních sdružených gradientů (Pek et al., 2012). Jako startovní model jsem použil homogenní poloprosor o odporu $100 \Omega.m$ v izotropních částech modelu, v anizotropních buňkách

jsem nastavil odpor 100/100/100 $\Omega.m$ a anizotropní úhel α_S 0° . Invertoval jsem hlavní i vedlejší impedance s prahem chyby 5% pro hlavní a 10% pro vedlejší. Regularizační váhy jsem nastavil v horizontálním i vertikálním směru na 100. Výsledný model byl získán po 24 iteracích a má celkovou chybu $RMS=4,42$. V anizotropní vrstvě ukazuje model dvě vodivé struktury pod stanicemi 4 a 6 a pod stanicemi 7 a 8. Střed profilu mezi stanicemi 6 a 7 je nevodivý. Jak je patrné, rozdíl mezi všemi třemi odpory (x , y , z) je poměrně malý, anizotropní úhel se pohybuje v nízkých hodnotách blízko nuly. Z toho vyplývá poměrně slabá anizotropie, jelikož prostředí se ve všech směrech chová velmi podobně.

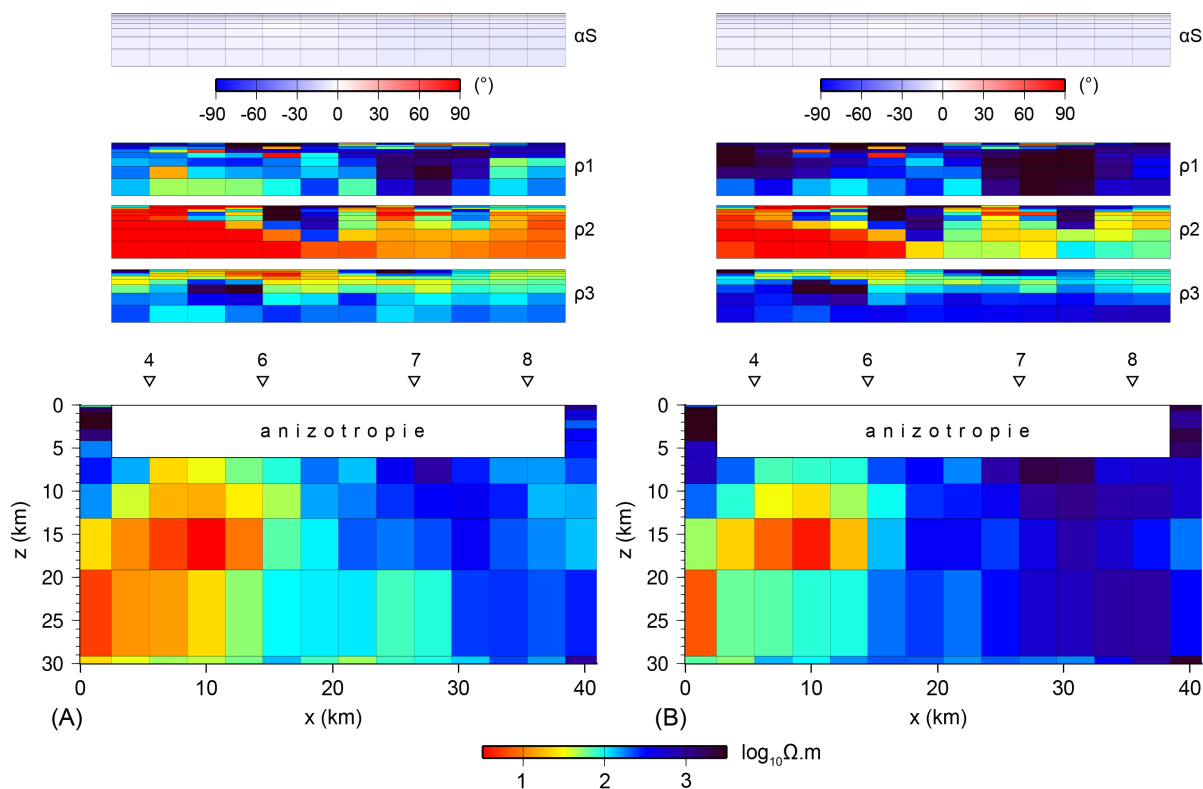


Obr. 48. Řešení úlohy metodou $MT-DREAM_{(ZS)}$: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu.

Výpočet pomocí algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ se standardní parametrizací invertoval elektrické odpory, které se mohly pohybovat v rozmezí od $10^{-0,5}$ do $10^4 \Omega.m$ a azimut anizotropie v rozpětí od -90° do 90° . Celkový počet simulací byl nastaven na 150 000. Obr. 48 ukazuje modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu. Celková hodnota průměrné deviance dosahuje hodnoty 1,95.

Z obr. 48 je patrné, že díky absenci apriorní informace je model velmi variabilní. Z pravděpodobnostního hlediska se však min. a max. modely prakticky neliší. Na rozdíl

od klasické inverze, stochastická ukazuje poměrně silnou anizotropii, což ovšem může být způsobeno absencí apriorní informace. Celková hodnota průměrné deviance je na úlohu s reálnými daty poměrně malá a její hodnota je výrazně lepší než RMS v případě klasické úlohy.

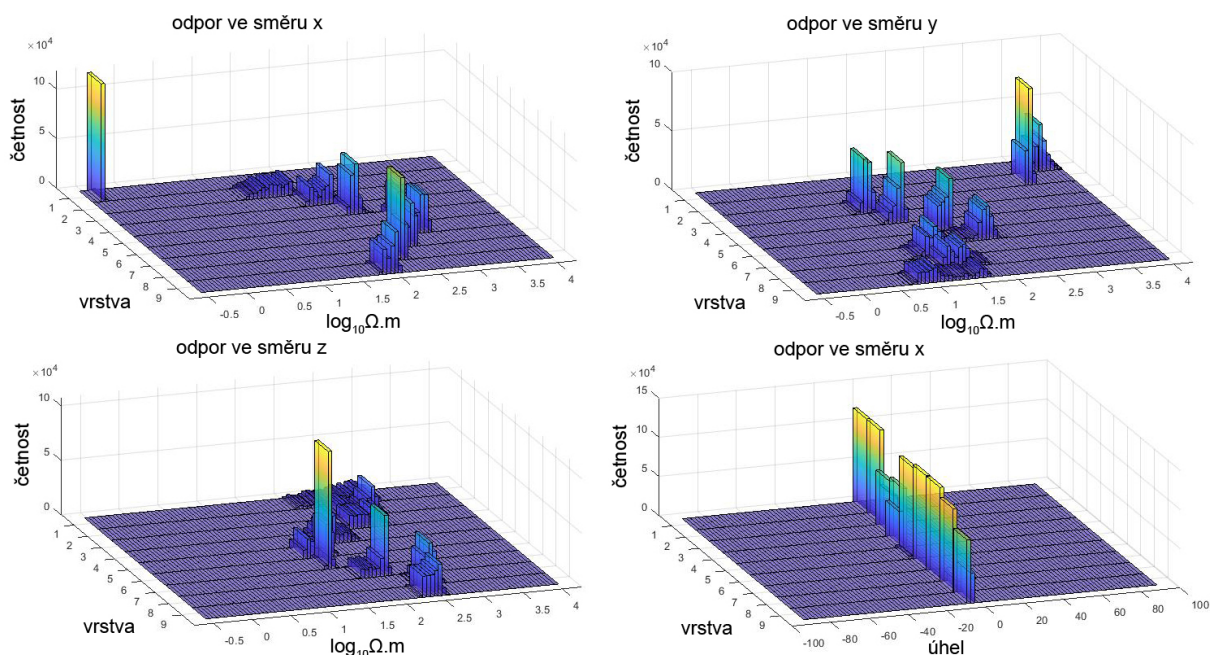


Obr. 49. Řešení úlohy metodou MT-DREAM_(ZS) se zavedenou apriorní informací: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu.

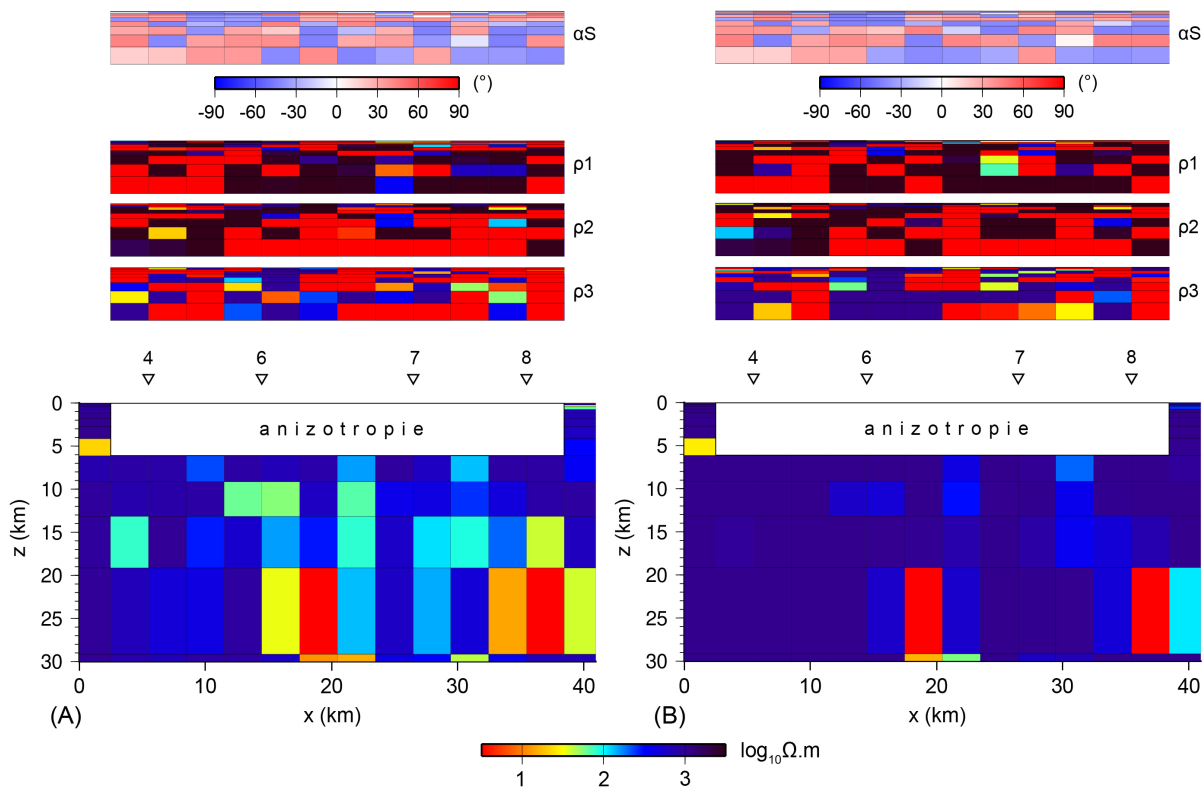
Následující výpočet pomocí algoritmu MT-DREAM_(ZS) se standardní parametrizací pracoval s již zavedenou apriorní informací. Vzorkované elektrické odpory se mohly pohybovat v rozmezí od $10^{-0,5}$ do $10^4 \Omega.m$ a azimut anizotropie v rozpětí od -90° do 90° . Regularizační parametr měl hodnotu 0,001. Celkový počet simulací byl nastaven na 80 000. Obr. 49 ukazuje modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu. Celková hodnota průměrné deviance vychází 2,32. Obr. 50 ukazuje histogramy pro vzorkované parametry pro prvních devět vrstev uprostřed modelu mezi stanicemi 6 a 7.

Obr. 49 ukazuje, že nejistota odhadu vzorkovaných parametrů je poměrně malá v případě izotropních buněk, anizotropní buňky mají nejistotu větší. Min. i max. model jsou si podobné, větších rozdílů dosahují v anizotropních částech. Odporové histogramy na obr. 50 ukazují, že odpory ve směru x mají unimodální rozložení, zatímco

zbylé odpory vykazují silnou nejednoznačnost. Jasně řešení dává pouze azimut anizotropie, který má unimodální histogramy okolo -5° . Na rozdíl od klasické inverze



Obr. 50. Odporové a úhlové histogramy pro prvních devět vrstev uprostřed modelu mezi stanicemi 6 a 7.



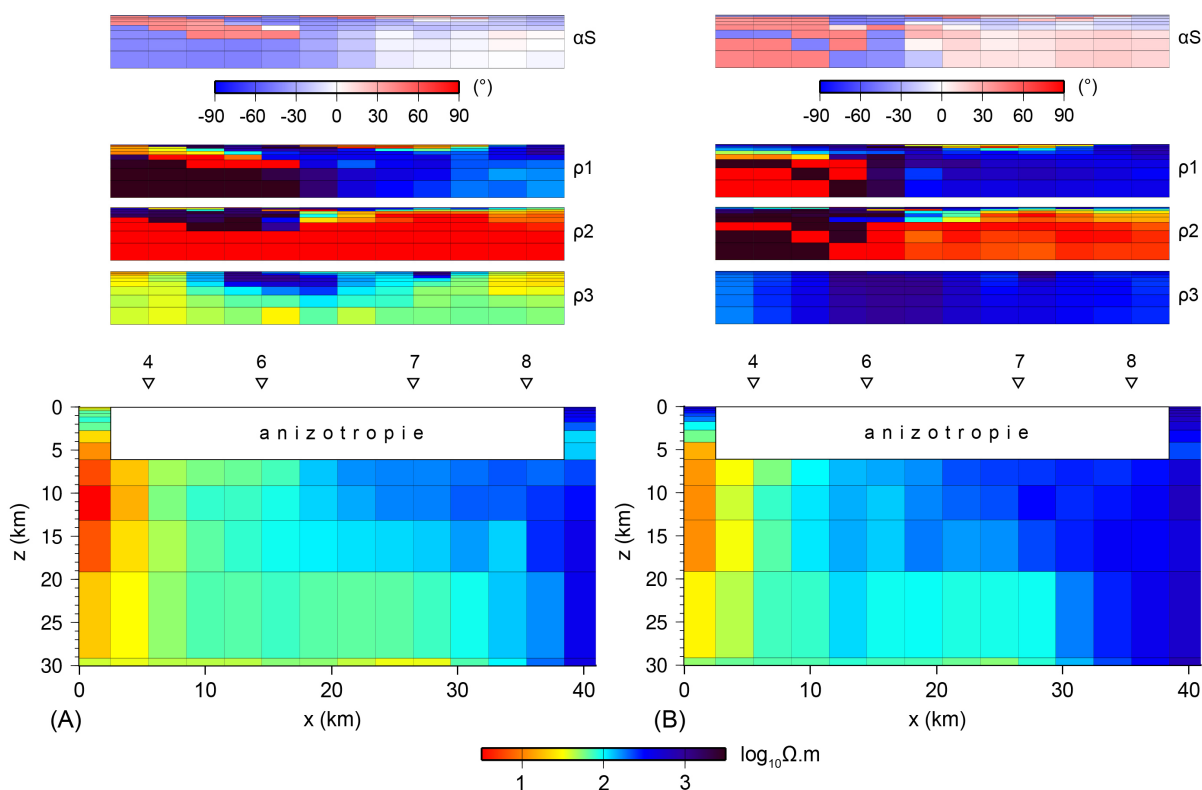
Obr. 51. Řešení úlohy metodou MT-DREAM_(ZS) s alternativní parametrizací: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu.

i tento stochastický běh naznačuje řádově silnější anizotropii. Celková hodnota průměrné deviance je o něco horší než v minulém běhu bez zavedené apriorní informace.

Další běh algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ pracoval s alternativní parametrizací pomocí logaritmického tenzoru vodivosti bez zavedené regularizace. Algoritmus invertoval elektrické vodivosti, které se mohly pohybovat v rozmezí od 10^{-7} po 10^1 pro diagonální komponenty tenzoru vodivosti a v rozmezí od 10^{-8} po 10^8 pro nediagonální komponenty tenzoru. Celkový počet simulací byl nastaven na 150 000, regularizace ve výpočtu zavedena nebyla. Obr. 51 ukazuje modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu. Celková hodnota průměrné deviance dosahuje 2,44.

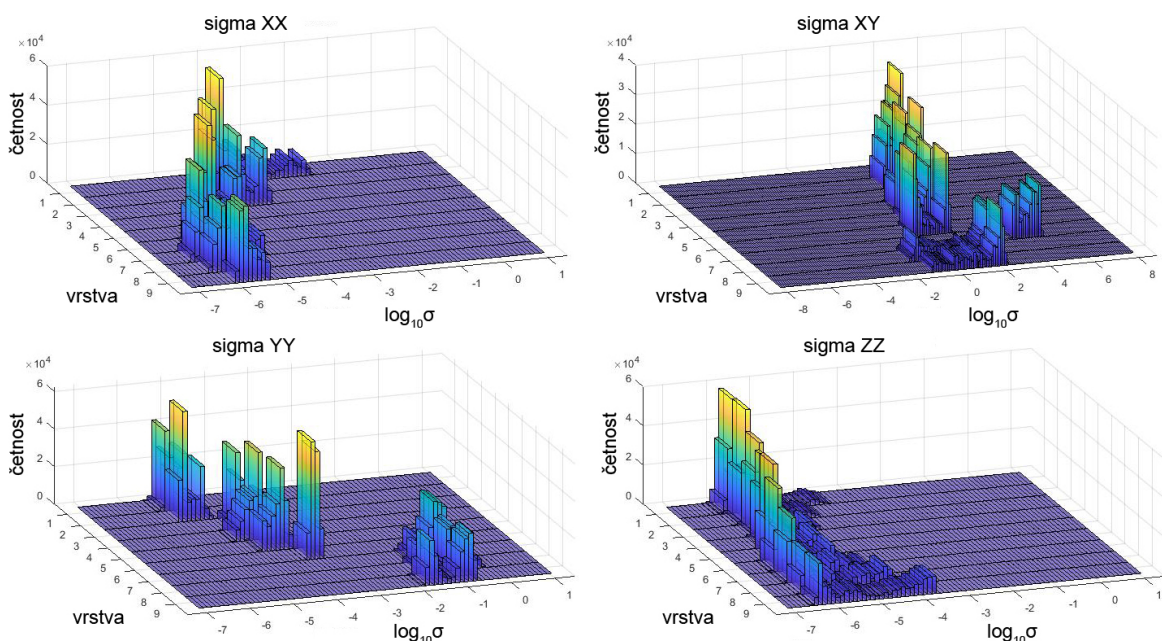
Obr. 51 ukazuje poměrně velké rozdíly mezi oběma modely, což indikuje vysokou nejistotou odhadu modelových parametrů. Vysoká nejistota panuje, jak v izotropní části modelu, tak v anizotropní části. Celková hodnota průměrné deviance je o něco horší než v případě standardní parametrizace.

Následující výpočet pomocí algoritmu $MT-DREAM_{(ZS)}$ pracoval s alternativní parametrizací pomocí logaritmického tenzoru vodivosti s již zavedenou regularizací pomocí normy L2.

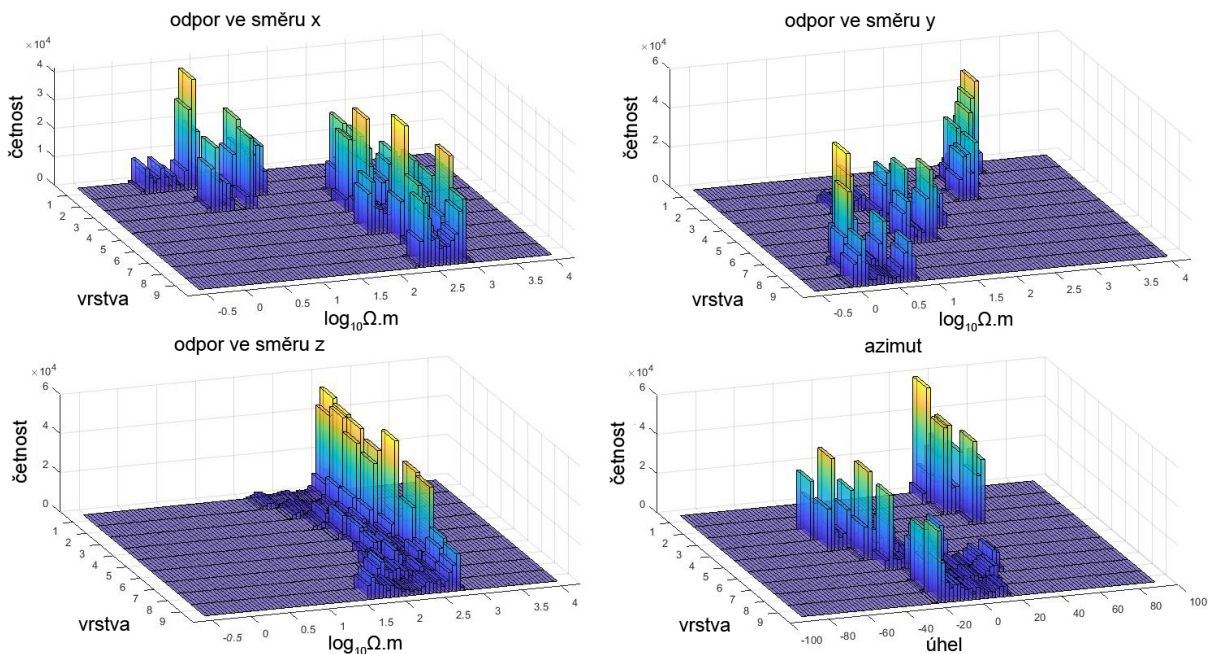


Obr. 52. Řešení úlohy metodou $MT-DREAM_{(ZS)}$ s alternativní parametrizací se zavedenou apriorní informací: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu.

Algoritmus invertoval elektrické vodivosti, které se mohly pohybovat v rozmezí od 10^{-7} po 10^1 pro diagonální komponenty tenzoru vodivosti a v rozmezí od 10^{-8} po 10^8 pro nediagonální komponenty tenzoru. Celkový počet simulací byl nastaven na 100 000, regularizační parametr měl hodnotu 0,0008. Obr. 52 ukazuje modely pro min. (A)



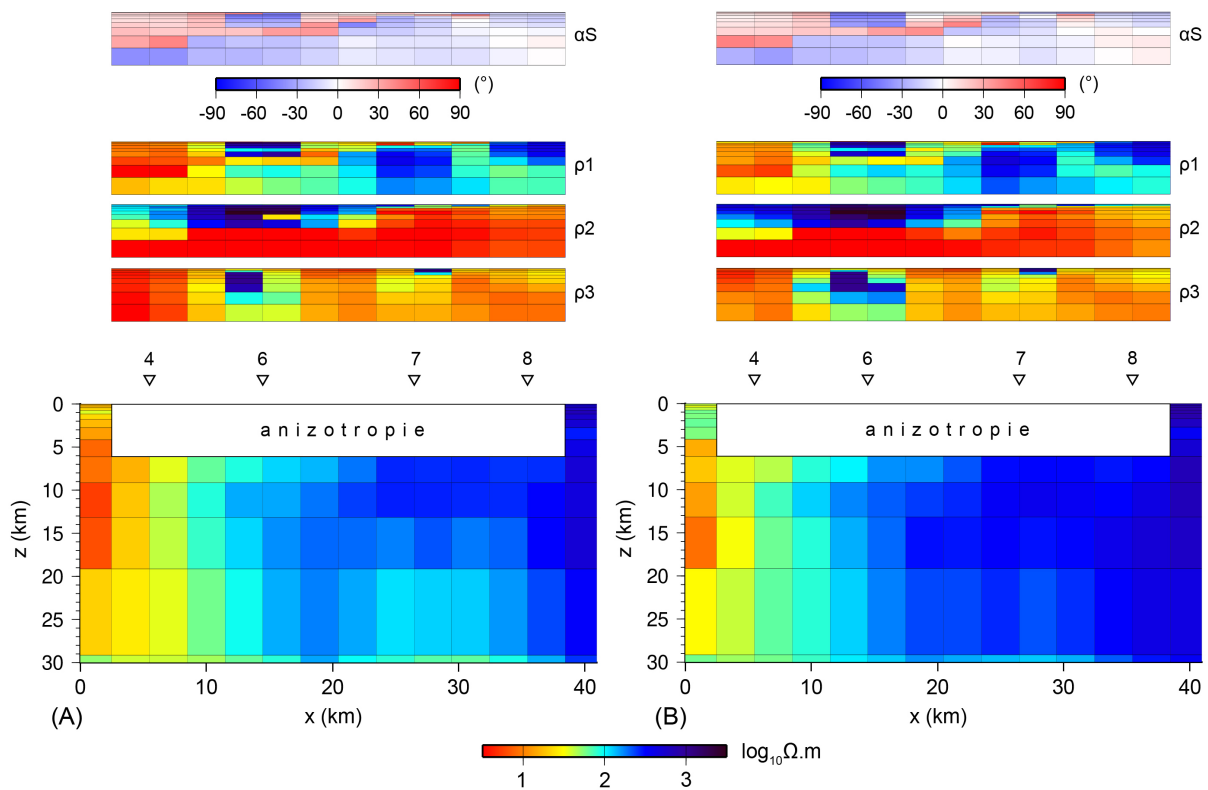
Obr. 53. Histogramy komponent tenzoru impedance pro prvních devět vrstev uprostřed modelu mezi stanicemi 6 a 7.



Obr. 54. Odporové a úhlové histogramy pro prvních devět vrstev uprostřed modelu mezi stanicemi 6 a 7, přepočtené z komponent tenzoru impedance (analogie obr. 53 v prostoru odporů a úhlů).

a max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu. Celková hodnota průměrné deviance dosahuje 2,42. Obr. 53 ukazuje vodivostní histogramy pro vzorkované parametry pro prvních devět vrstev uprostřed modelu mezi stanicemi 6 a 7.

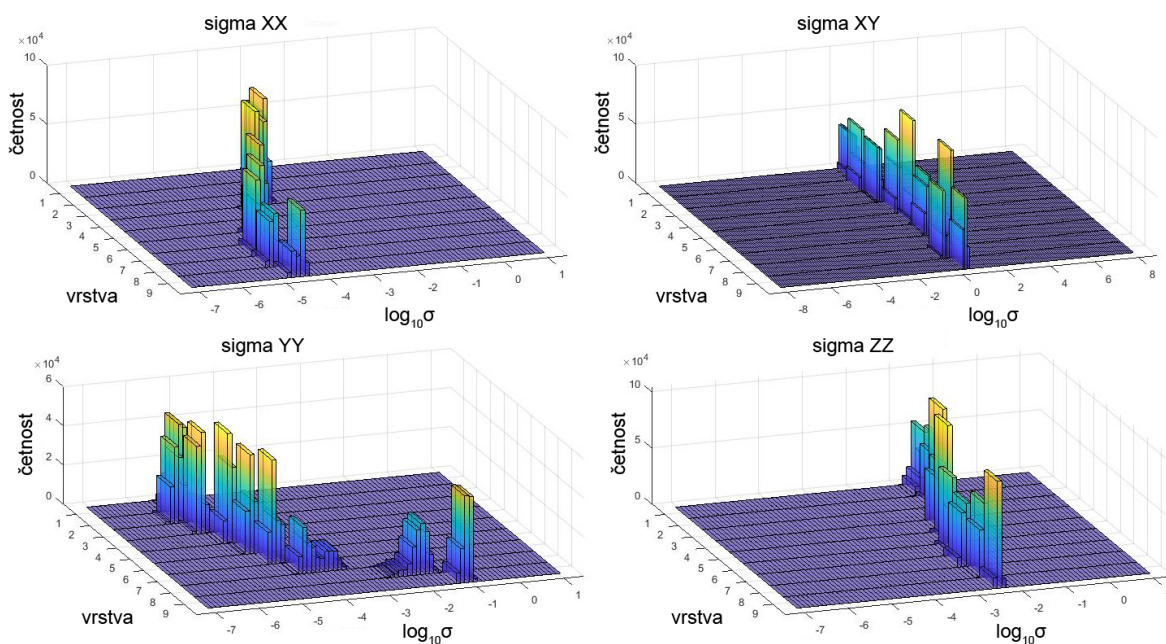
Jak je patrné z obr. 52, zavedení apriorní informace výrazně pomohlo snížit nejistotu odhadu modelových parametrů. Izotropní části modelu se v rámci 90% intervalu kredibility liší jen velmi málo, v anizotropní části je větší rozdíl pouze u ρ_3 a u azimutu α_S . Vodivostní histogramy na obr. 53 vykazují multimodální rozložení. Multimodalita zůstává i po přepočtení na odpory a úlohy (obr. 54). U azimutálních histogramů pak navíc dochází k přeskokování úhlu o 90° . Histogramy celkově potvrzují nejistotu ohledně odhadu modelových parametrů v anizotropních buňkách. Celková hodnota průměrné deviance je velmi podobná té z minulého běhu.



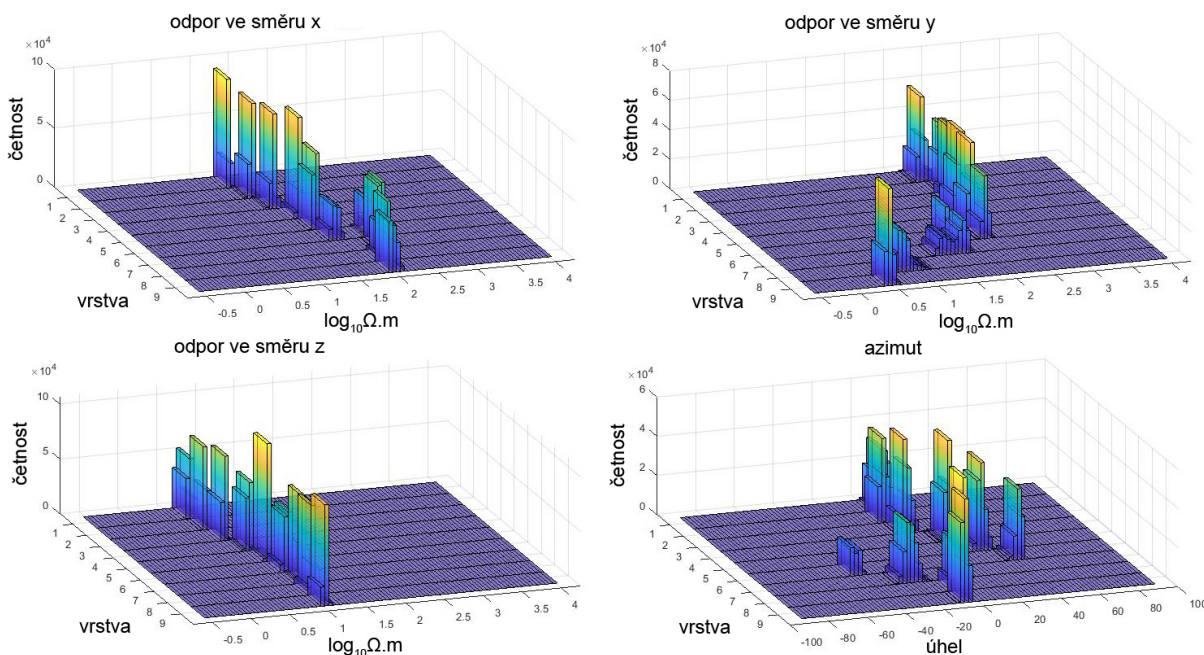
Obr. 55. Řešení úlohy metodou MT-DREAM_(ZS) s alternativní parametrizací s apriorní informací na sílu anizotropie: (A) min. a (B) max. hodnoty 90% kredibilního intervalu.

Poslední běh algoritmu MT-DREAM_(ZS) pracoval s alternativní parametrizací pomocí logaritmického tenzoru vodivosti se zavedenou regularizací na hladkost a na sílu anizotropie. Algoritmus invertoval elektrické vodivosti, které se mohly pohybovat v rozmezí od 10^{-7} po 10^1 pro diagonální komponenty tenzoru vodivosti a v rozmezí od 10^{-8} po 10^8 pro nediagonální komponenty tenzoru. Celkový počet simulací byl na-

staven na 150 000, regularizační parametr na hladkost měl hodnotu 0,0009 a na sílu anizotropie 0,002. Obr. 55 ukazuje modely pro min. (A) a max. (B) hodnoty 90% kredibilního intervalu. Celková hodnota průměrné deviance vychází 2,6. Obr. 56 ukazuje vodivostní histogramy pro vzorkované parametry pro prvních devět vrstev uprostřed modelu mezi stanicemi 6 a 7.



Obr. 56. Histogramy komponent tenzoru impedance pro prvních devět vrstev uprostřed modelu mezi stanicemi 6 a 7.



Obr. 57. Odporové a úhlové histogramy pro prvních devět vrstev uprostřed modelu mezi stanicemi 6 a 7, přepočtené z komponent tenzoru impedance (analogie obr. 56 v prostoru odporů a úhlů).

Obr. 55 ukazuje velmi malé rozdíly mezi min (A) a max (B) modely, jak v izotropní, tak v anizotropní části modelu. Stejně jako v minulých případech, i zde algoritmus DREAM dává řádově silnější anizotropii než klasický inverzní algoritmus. Vodivostní histogramy na obr. 56 se proti minulému běhu výrazně zlepšily, jejich tvar je téměř všude unimodální a s výrazně ostřejšími vrcholy. Stejná situace nastává i po přepočtení na odpory a úhly (obr. 57), kdy si odporové a úhlové histogramy ponechávají unimodální rozložení. Celková hodnota průměrné deviance se v případě zavedené apriorní informace na velikost anizotropie proti minulým běhům s alternativní parametrizací o něco zhoršila.

7. Diskuze

Stochastický přístup k obrácené úloze má své výhody i nevýhody. Hlavním a největším pozitivem je pravděpodobnostní přístup k řešení. Úloha se snaží zmapovat prostor řešení a určit tak nejistotu odhadu daných parametrů. Díky postupnému mapování prostoru řešení jsou stochastické úlohy také lépe imunní vůči lokálním minimům.

Na druhou stranu se potvrdilo, že stochastický algoritmus není vhodný pro úlohy obsahující velké množství parametrů (cca > 500). Prozkoumání prostoru řešení trvá velmi dlouho a vynaložené (časové) úsilí nemusí být zcela hodné výsledku. Vyvinutý stochastický algoritmus má tak největší využití na malých modelech obsahujících anizotropní struktury, kde může efektivně prohledat prostor řešení a spolehlivě vyřešit úlohy charakteristické více lokálními minimy, se kterými si klasická úloha neporadí.

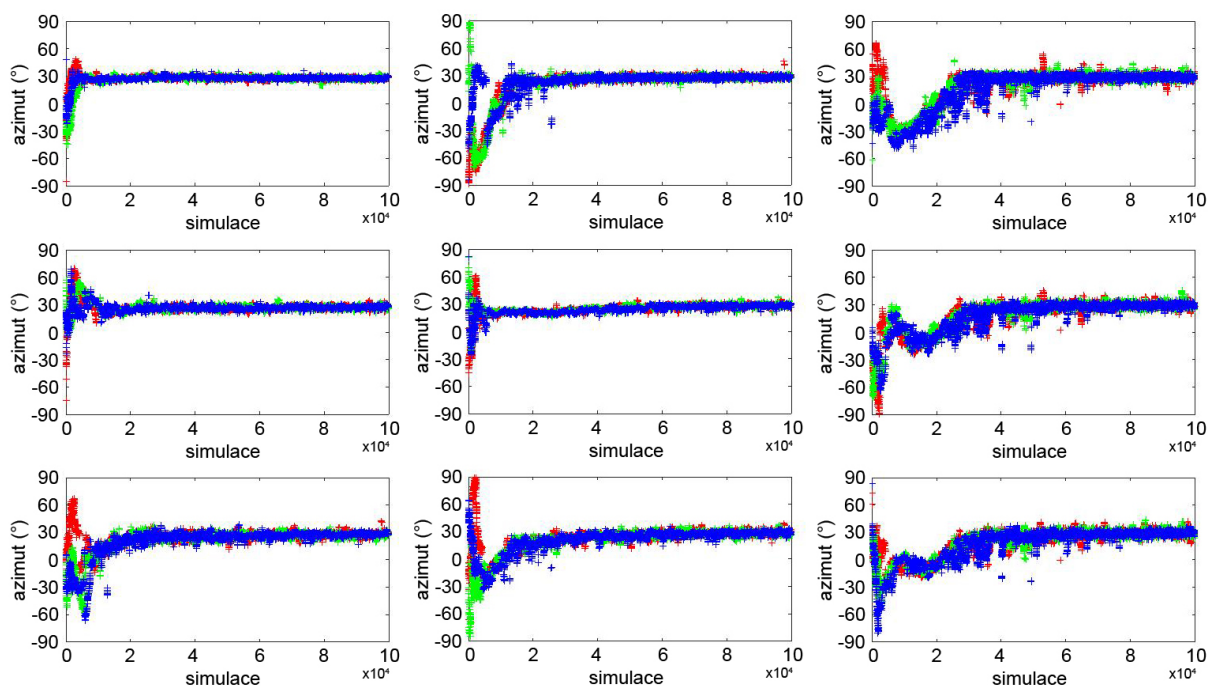
7.1 Syntetické modely

V případě 1D syntetického modelu podává vyvinutý algoritmus uspokojivé výsledky. V případě úlohy se zavedenou apriorní informací a s pevně definovanou mocností vrstev našel program přibližně podobné řešení s původním modelem. V úloze se vzorkovanou mocností vrstev dosáhl algoritmus prakticky dokonalého řešení. Stejně jako u všech anizotropních úloh, i zde je problém s nejednoznačností u azimutu anizotropie, kdy úloha nalézá buď kladná, nebo záporná řešení, která jsou zcela ekvivalentní, jen se liší prohozením obou odporů ve směru x a y . V případě 1D úlohy je diskutabilní, zda používat větší počet vrstev se zavedenou apriorní informací či jen několik vrstev bez apriorní informace. Ve chvíli kdy zkoumané přírodní prostředí neznáme, může být malý počet vrstev omezující, na druhou stranu při velkém počtu vrstev mohou, díky mnohoznačnosti úlohy, vznikat neexistující struktury.

Ve 2D izotropním případě podává vyvinutý algoritmus dobré výsledky. Rozptyl odhadu jednotlivých parametrů vychází malý, celkové hodnoty průměrné deviance jsou akceptovatelné. Stochastická úloha se zavedenou apriorní informací dosáhla lepšího výsledku než klasická úloha s regularizací. Paradoxní je, že úloha s apriorní informací dosáhla lepšího výsledku než úloha bez apriorní informace (děje se to i dále v případě anizotropních úloh). Možným vysvětlením je průběh konvergence, kdy úloha s apriorní informací lépe konverguje a úloha mapuje prostor řešení efektivněji. 2D anizotropní úloha prokázala, že algoritmus DREAM dokáže najít řešení i v případě poměrně vel-

kého počtu parametrů (~ 300) pouze ve výrazně delším čase proti klasické úloze (cca hodina u klasické úlohy vs. 3 dny u stochastické).

V případě 2D anizotropní úlohy podává DREAM také dobré výsledky. Celkové hodnoty průměrné deviance jsou velmi podobné hodnotám RMS z klasické inverzní úlohy nebo o něco menší. Výsledné modely se v rámci kredibilních intervalů pohybují ve velmi úzkých mezích. Zajímavá je zde zejména otázka nejednoznačnosti úlohy spjatá s azimutem anizotropie. Původní model generující data měl v případě anizotropní struktury odporu 3/300/3 $\Omega.m$ (tzn. vodič/nevodič/vodič)⁴ a azimut 30°. Klasická obrácená úloha s anizotropií našla model s odpovídající chybou v sestavě vodič/nevodič/vodič. Stejného řešení dosáhl i běh algoritmem DREAM se standardní parametrizací se zavedenou apriorní informací.

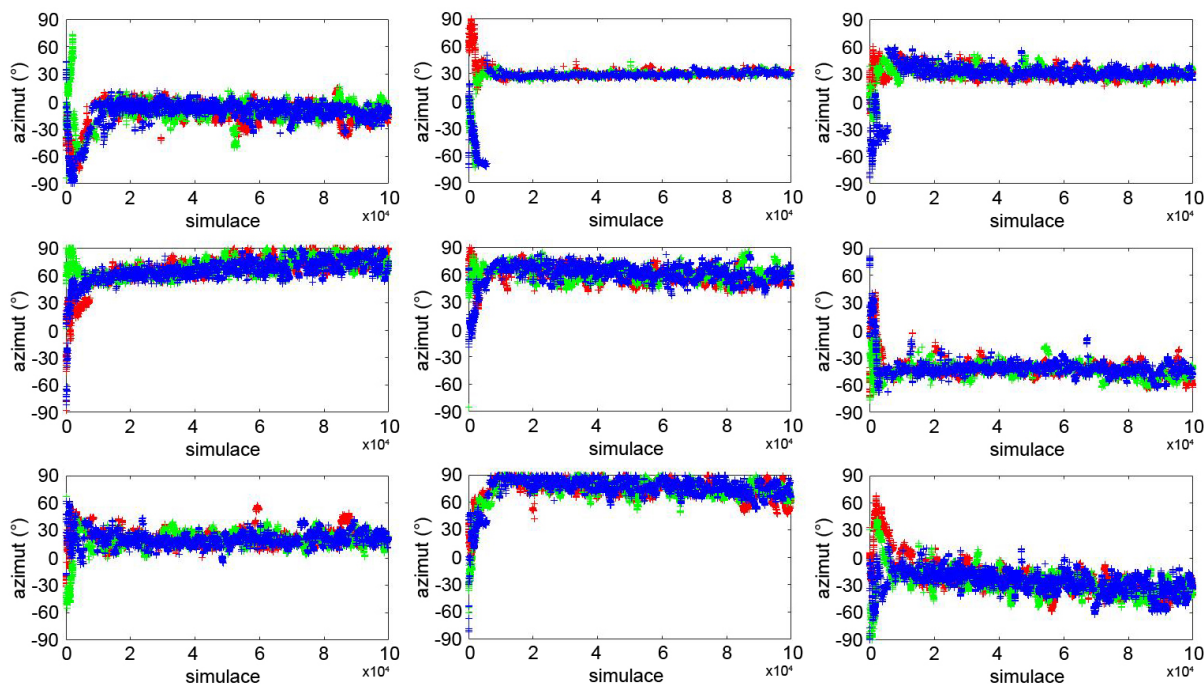


Obr. 58. Záznam stochastického vzorkování úhlů ve všech devíti anizotropních buňkách v úloze se zavedenou apriorní informací.

Zajímavé je, že stochastická úloha našla úhel azimutu anizotropie shodně s původním modelem (kladný) i přes široké vzorkování úhlu od -90° po $+90^\circ$. Pokud by úloha určila jako lepší úhel v rozmezí od 0° po -90° , přiřadila by odporovým buňkám konfiguraci nevodič/vodič/vodič (nevodič). V takovém případě by však výsledná chyba z těchto buněk byla zcela identická jako v případě „správné“ původní konfigurace vo-

⁴Třetí odpor ve směru z je prakticky nerozlišitelný, proto v podstatě závisí pouze na konfiguraci odporů ve směru x a y spolu s azimutem anizotropie.

dič/nevodič/vodič (nevodič) a úhlu mezi 0° a $+90^\circ$. Obr. 58 ukazuje záznam stochastického vzorkování úhlů ve všech devíti anizotropních buňkách v úloze se zavedenou apriorní informací. Z obrázku je patrné, že jednotlivé řetězce v několika prvních tisících simulacích prozkoumali jak kladné, tak záporné řešení a poté se uchýlily k hodnotě blízké 30° , což dokazovaly i v předešlých kapitolách uvedené histogramy počítané pouze z 50% posledních hodnot.

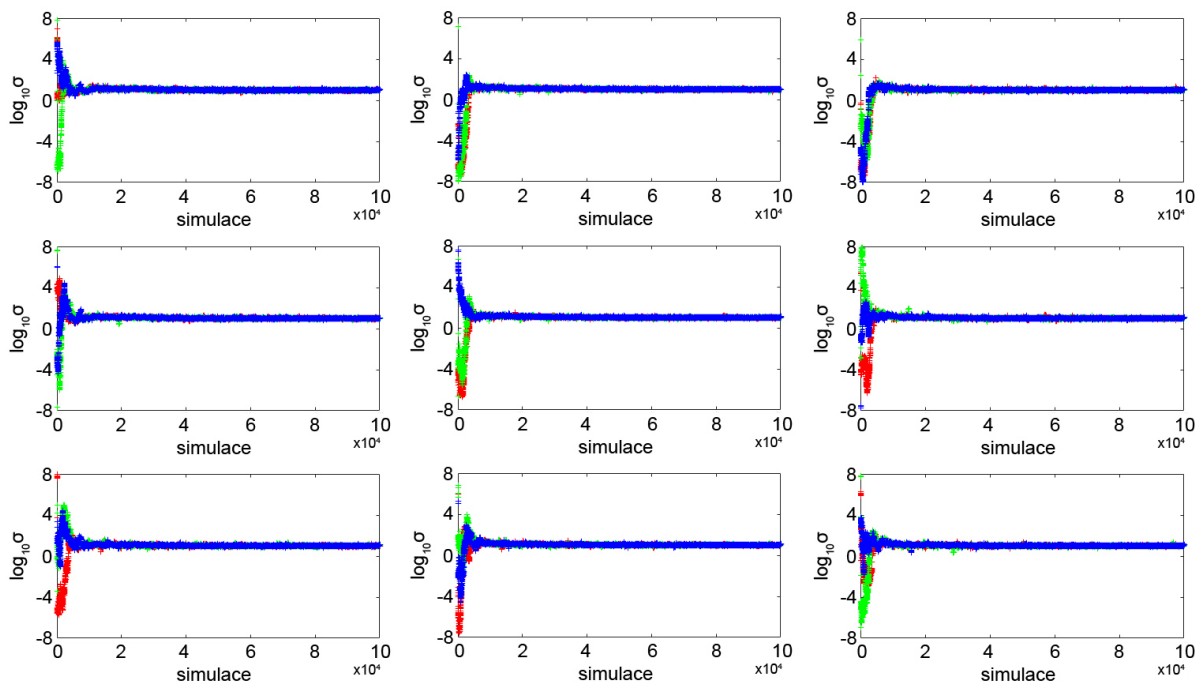


Obr. 59. Záznam stochastického vzorkování úhlů ve všech devíti anizotropních buňkách v úloze bez zavedené apriorní informace.

Je otázkou zda ke správné (původní - kladné) volbě došlo dílem náhody, protože na základě modelové chyby se algoritmus správně rozhodnout nemohl. Je tedy možné, že více počátečních simulací padlo do kladného řešení a úloha tak vyloučila záporné. Jisté je pouze to, že k velmi uniformní distribuci úhlu v posledních 50% simulací (která se pohybuje od 28° po 29°) přispělo zavedení apriorní informace. Pokud se podíváme na výsledek identického běhu bez zavedené apriorní informace na obr. 59, je patrné, že se úhly mohou pohybovat velmi variabilně.

Vzhledem k nejistotě u azimutu anizotropie při vzorkování pomocí úhlů jsem se uchýlil k alternativní parametrizaci pomocí logaritmického tenzoru vodivosti. Při této parametrizaci, kdy se vzorkují místo odporu a úhlu pouze vodivosti, by již nemělo docházet k singularitám a výše zmíněným nejistotám v důsledku přetočení znaménka u úhlu. Výpočet pracoval s modifikovaným a zjednodušeným tenzorem vodivosti, jehož

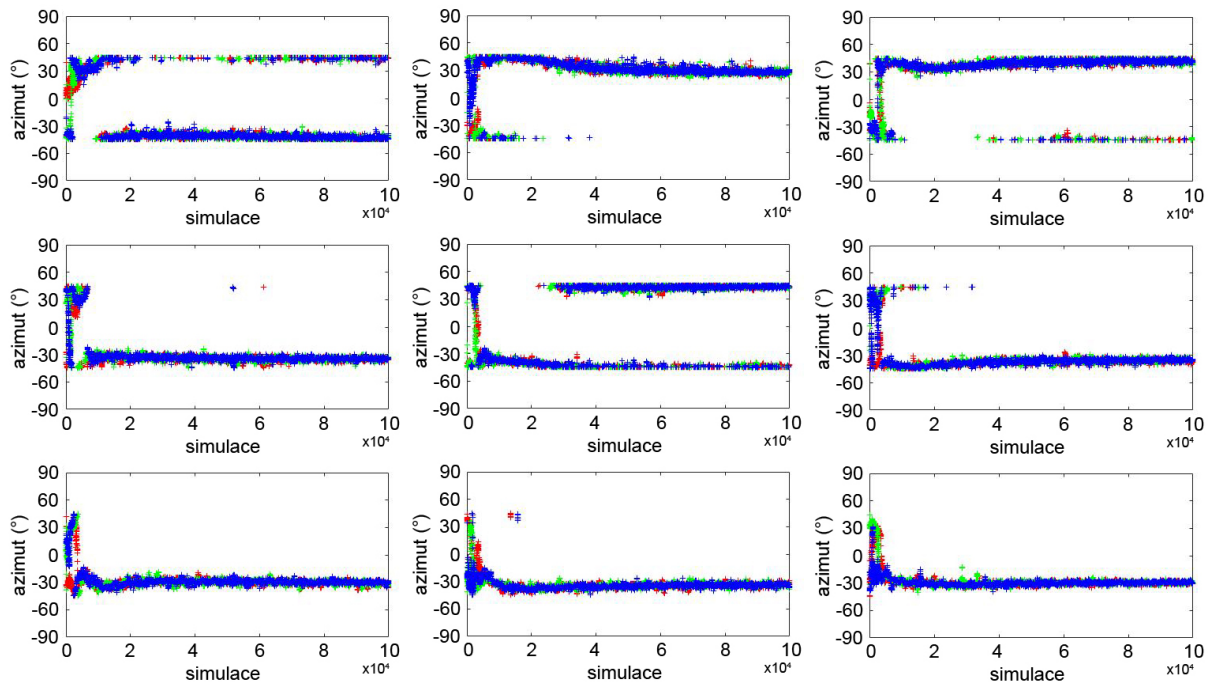
členy odpovídaly výlučně azimutální anizotropii, tj. konfiguraci se třemi hlavními odpory a jedním úhlem. Výpočet se zavedenou apriorní informací ukazuje, že vzorkování pomocí vodivostních komponent dosahuje pouze velmi malého rozptylu (obr. 60). Po přepočtení vodivostí na odpory a úhly se však ukázalo, že nejistota ohledně znaménka úhlu zůstala (je neodstranitelná) a řešení přeskakuje mezi dvěma výsledky: kladným a záporným (obr. 61).



Obr. 60. Záznam stochastického vzorkování vodivostní komponenty XY ve všech devíti anizotropních buňkách v úloze s alternativní parametrizací a se zavedenou apriorní informací.

Pokud porovnáme obr. 58 zahrnující vzorkování se standardní parametrizací s obr. 60 jenž odpovídá alternativní parametrizaci, je patrné, že řetězce se pohybují stejným způsobem: po počátečním prozkoumání prostoru se ustálí na jednom z řešení. Jak je však patrné z obr. 61, po přepočtu vodivostí při alternativní parametrizaci, dochází k přeskakování úhlu. K větší stabilitě řešení může přispět zavedení apriorní informace na sílu anizotropie, ovšem ani tento postup nemusí být zcela úspěšný. Nerozlišitelnost znaménka u azimutu je daná a nelze ji nikdy zcela vyřešit.

Celkově však vyvinutý algoritmus podává uspokojivé výsledky a je schopen najít lepší řešení než klasická inverzní úloha. K tomu poskytuje nejistotu odhadu vzorkovaných parametrů, díky čemuž lze objektivně zhodnotit stabilitu nalezeného řešení. I přes delší výpočetní čas tak má stochastický algoritmus jasné výhody oproti klasickým inverzním algoritmům, které nejsou schopny statisticky zhodnotit nalezené řešení.



Obr. 61. Záznam stochastického vzorkování úhlů ve všech devíti anizotropních buňkách v úloze s alternativní parametrizací a se zavedenou apriorní informací. Úhly byly přepočteny z vodivostních komponent v obr. 60, jedná se tak o analogii komponent vodivostního tenzoru v prostoru úhlů.

7.2 Reálná data

V případě izotropních modelů si vyvinutý algoritmus vedl v některých případech podobně jako klasický inverzní program. Na detailním profilu z lokality Kopanina dosáhl DREAM poměrně stabilního výsledku, kdy se modely v rámci kredibilního intervalu lišily poměrně málo v přípoверхové části a větších rozdílů dosahovaly až v posledních několika vrstvách. Při srovnání standardní a stochastické inverze je patrné, že oba inverzní algoritmy vidí trochu jiné struktury. Pod stanicemi 1-4 sice vzniká výrazný vodič a pod stanicemi 5-8 masivní nevodič (obr. 34), jejich struktura je však proti klasické inverzi zásadně odlišná. Stochastická inverze modeluje nevodič již pod stanicí 4 a poté ještě mělký vodič pod stanicí 6. Různá situace také nastává v nejhlubších vrstvách. Výsledná chyba vychází lépe pro klasickou inverzi.

V případě profilu ze slovenské Ľubovni dosáhl DREAM velmi konzistentního výsledku, rozdíly v rámci kredibilního intervalu jsou malé. Stochastický i klasický algoritmus dosáhly podobného výsledku. Mělké vodivé zóny pod stanicemi 2 a 4 jsou rekonstruovány prakticky shodně, stejně vyšel i masivní nevodič pod stanicí 4 (obr. 39). Největší rozdíl nastal na stanici 1, kde stochastická inverze modeluje nevodič. Dis-

kutabilní je propojení nevodivých zón pod stanicemi 1 a 4: zde se modely pro 90% kredibilní interval liší. Klasická inverze zde dokonce modeluje nevodič. Rozdíly mezi oběma inverzními algoritmy nastávají též pod stanicí 7. Výsledek ze stochastické inverze je zde však na min. i max. modelu konzistentní. Výsledná chyba v tomto případě vychází lépe u stochastické úlohy. Stochastická inverze tedy podává výsledek s menší chybou a navíc přináší důležitou informaci ohledně nejistoty odhadu vzorkovaných parametrů.

Regionální profil přes Západní Čechy byl nejslabším výsledkem stochastické úlohy. V porovnání s klasickou úlohou zde vyvinutý algoritmus podává velmi odlišný výsledek a ukazuje jiné struktury. Na nestabilitu výsledku ukazují i modely v rámci 90% kredibilního intervalu - rozdíly mezi min. a max. modely jsou poměrně velké (obr. 44). Otázkou je, zda stochastická úloha provedla dostatečný počet simulací při celkovém počtu 1200 parametrů. Časové nároky na výpočet této úlohy ovšem i při 200 tis. simulacích činily téměř 14 dní a tato úloha tak potvrdila, že stochastická úloha je užitečná pouze pro úlohy obsahující první stovky parametrů.

V případě profilu na jihovýchodní Moravě s anizotropními daty si vedla lépe jednoznačně stochastická inverze. Klasický inverzní algoritmus v tomto případě pravděpodobně skončil v lokálním minimu a nedokázal se z něj nikam dále posunout. Izotropní část modelu se v obou inverzích zhruba shoduje, ovšem velké rozdíly panují v anizotropních vrstvách. Zatímco klasická inverze modeluje velmi slabou anizotropii, stochastická úloha jí dává řádově silnější (např. obr. 49). To by bylo v souladu s MT výsledky nedaleko hlubokého vrtu KTB (Eisel a Haak, 1999), kde byla v případě grafitizace/fosilní střížné zóny pozorována velmi silná makroanizotropie.

V případě stochastické úlohy dochází k poměrně velkým rozdílům mezi standardní a alternativní parametrizací pomocí logaritmického tenzoru vodivosti, zejména u azimutu anizotropie. Standardní parametrizace nalézá hodnoty azimutu blízké nule, ale zhruba mezi 0° a -90° (záporné). Naproti tomu u alternativní parametrizace nabývají hodnoty azimutu širokého rozpětí mezi -90° a 90° i v případě zavedené apriorní informace.

U této anizotropní úlohy se naplno ukázala nejednoznačnost anizotropních úloh i při jednoduché anizotropii definované třemi odpory a jedním azimutem. Ve všech bžích dochází k poměrně velkým rozdílům mezi min. a max. modely v anizotropních částech modelů v rámci kredibilního intervalu. Menšího rozdílu dosahuje až běh s alter-

nativní parametrizací se zavedenou apriorní informací na sílu anizotropie. I když mají vzorkované komponenty vodivostního tenzoru unimodální rozložení, při přepočtu na odpory a úhly dochází i zde ke zvýšené nejistotě projevující se roztaženými histogramy.

Standardní úloha dosáhla celkové RMS chyby 4,42. Stochastická úloha se naproti tomu pohybovala s celkovou průměrnou deviancí okolo 2,4. Tento anizotropní příklad tak velmi dobře ukázal sílu stochastické úlohy, která nejenže dokáže najít lepší řešení, ale hlavně zhodnotí jistotu odhadu jednotlivých parametrů, což je pro velmi nejednoznačné úlohy zcela klíčové.

8. Závěr

Obrácená úloha je v magnetotelurice vždy mnohadimenzionální problém zahrnující velké množství parametrů. K tomu je její řešení velmi často mnohoznačné a nalezení globálního minima obtížné. To se projevuje zejména u anizotropních úloh, které se vyznačují silnou mnohoznačností a mnoha lokálními minimy. Stochastické úlohy jsou tak jednou z alternativ, jak účinně prozkoumat prostor řešení, vyvarovat se lokálním minimům a zjistit nejistotu odhadu modelových parametrů.

S cílem mít možnost získat úplnější řešení obrácené úlohy s pravděpodobnostní informací jsem vyvinul stochastický algoritmus pro magnetotelurickou obrácenou úlohu v 1D/2D izotropním a anizotropním případě založenou na vzorkovacím algoritmu DREAM. Ten pracuje na základech MCMC algoritmu, využívá paralelní výpočty a dovoluje tak efektivně prozkoumat prostor řešení i při mnohadimenzionálních úlohách.

Vyvinutý algoritmus podává obecně velmi dobré výsledky. V případě izotropních úloh jsou srovnatelné s klasickými nepravděpodobnostními algoritmy, ovšem za cenu výrazně delšího výpočetního času. U úloh s mnoha lokálními minimy však může být tento algoritmus užitečným nástrojem pro pravděpodobnostní zhodnocení výsledku. V případě anizotropních úloh podává algoritmus výrazně lepší výsledky než klasické deterministické úlohy, které v případě anizotropních dat zatížených silnou mnohoznačností selhávají. I když se vyvinutý algoritmus vyznačuje dlouhým výpočetním časem v řádech dnů, jeho využití má u anizotropních úloh opodstatnění, protože dokáže pravděpodobnostně zhodnotit nalezené řešení a vyvarovat se tak zavádějících výsledků založených na lokálních minimech.

Vyvinutý stochastický algoritmus je tak užitečným nástrojem zejména pro malé modely obsahující anizotropní struktury. Jeho využití na izotropních datech je možné, ale je omezeno na menší modely obsahující stovky parametrů, což je však z pohledu stochastických úloh stále vysoké číslo. Ukázalo se, že stochastická úloha má své výhody i nevýhody, ale že pro určitý typ úloh je velmi efektivním nástrojem, který s rozvojem výpočetní techniky bude mít stále větší uplatnění.

9. Publikované práce

<https://doi.org/10.1007/s00531-018-1631-9>

*International Journal of Earth Sciences (Geol Rundsch)*107(2018), 2843–2857.

Magnetotelluric study of the eastern margin of the Bohemian Massif: relations between the Cadomian, Variscan, and Alpine orogeny

Klanica, R., Červ, V., Pek, J. (2018)

Abstract

Eastern margin of the Bohemian Massif is a geologically remarkable area, where three different orogenic cycles are meeting—the oldest, Cadomian, building a basement for younger cycles; a younger, Variscan; and the youngest, Alpine, covering the older units. In the past, this area was investigated by gravimetry and seismic methods. Recently, we have supplemented broadband magnetotelluric measurements within the period range of 0.001–1000 s, carried out on 29 stations distributed along a 140-km long west-east regional profile. The profile direction was based on local geology and then confirmed by a dimensionality and directionality analysis. Data showed moderate effects of cultural noise in the signals and could be successfully processed by robust methods. We carried out a 2D inversion of the data using the REBOCC approach. The inversion results confirm the known near-surface geology and reveal deeper structures. On the west and in the central part of the profile, units of the Bohemian massif (the Moldanubian Zone, the Brunovistulicum) are interpreted. In the east, the Western Carpathians units are encountered. Short-period data agree well with the known near-surface geology of all inner smaller units and bring new knowledge in particular on their thickness. In the shallow structure, several conductive anomalies have been identified which are hypothesized to be related to graphitized layers in the Moldanubian Zone. From long-period data, a new image of the Moldanubian/Brunovistulicum contact and about the structure of the Brunovistulicum, especially the Brunovistulian Massifs, was obtained.

Geophysical evidence of the Eastern Marginal Fault of the Cheb Basin (Czech Republic)

Blecha, V., Fischer, T., Tábořík, P., Vilhelm, J., **Klanica, R.**, Valenta, J., Štěpánčiková, P. (2018)

Abstract

The western part of the Bohemian Massif hosts an intersection of two regional fault zones, the SW-NE trending Ohře/Eger Graben and the NNW-SSE trending Mariánské Lázně Fault, which has been reactivated several times in the geological history and controlled the formation of the Tertiary Cheb Basin. The broader area of the Cheb Basin is also related to permanent seismic activity of ML 3+ earthquake swarms. The Eastern Marginal Fault of the Cheb Basin (northern segment of the Mariánské Lázně Fault) separates the basin sediments and underlying granites in the SW from the Krušné Hory/Erzgebirge Mts. crystalline unit in the NE. We describe a detailed geophysical survey targeted to locating the Eastern Marginal Fault and determining its geometry in the depth. The survey was conducted at the Kopanina site near the Nový Kostel focal zone, which shows the strongest seismic activity of the whole Western Bohemia earthquake swarm region. Complex geophysical survey included gravimetry, electrical resistivity tomography, audiomagnetotellurics and seismic refraction. We found that the rocks within the Eastern Marginal Fault show low resistivity, low seismic velocity and density, which indicates their deep fracturing, weathering and higher water content. The dip of the fault in shallow depths is about 60° towards SW. At greater depths, the slope turns to subvertical with dip angle of about 80°. Results of geoelectrical methods show blocky fabric of the Cheb Basin and deep weathering of the granite bedrock, which is consistent with geologic models based on borehole surveys.

Klippen Belt, Flysch Belt and Inner Western Carpathian Paleogene Basin Relations in the Northern Slovakia by Magnetotelluric Imaging

Majcin, D., Bezák, V., Klanica, R., Vozár, J., Pek, J., Bilčík, D., Telecký, J. (2018)

Abstract

The paper presents the interpretation of magnetotelluric measurements along the SW–NE profile near Stará Ľubovňa (Northern Slovakia). The profile passes through the Outer Carpathian Flysch Belt, Klippen Belt and ends in the Inner Western Carpathians Paleogene NW from Ružbachy horst structure. The interpretation of the older measurements from profile Mt4 was utilized and, moreover, the 3-D geoelectrical model of studied region was constructed. The magnetotelluric data interpretations verified the northern inclination of Flysch belt structures and their smaller thickness out of Klippen Belt in direction to the Carpathian electrical conductivity zone axis. We consider this as a consequence of the flower structure - more precisely the southern branch of the suture zone related to mentioned conductivity zone. Northerly from this zone the thickness of the Outer Carpathian Flysch Belt increases and the structures have inclination to the south, i.e. to the subduction zone. The contact of Flysch Belt with Klippen Belt has a fault character and it is subvertical, slightly inclined to the North. The southern boundary between Klippen Belt and Inner Western Carpathians has also fault character and is very steep. We detect the continuation of the Ružbachy horst to the NE in the basement of Inner Western Carpathian Paleogene. The structural discordance between this horst and Klippen Belt direction is a result of younger tectonic processes. According to our results the depth distribution of the pre-Tertiary basement below the Inner Western Carpathian units is non-uniform; the basement is broken to a number of partial blocks—horsts and grabens.

Regional two-dimensional magnetotelluric profile in West Bohemia/Vogtland reveals deep conductive channel into the earthquake swarm region.

Muñoz, G., Weckmann, U., Pek, J., Kováčiková S., **Klanica, R.** (2018)

Abstract

The West Bohemia/Vogtland region, characterized by the intersection of the Eger (Ohře) Rift and the Mariánské Lázně fault, is a geodynamically active area exhibiting repeated occurrence of earthquake swarms, massive CO₂ emanations and mid Pleistocene volcanism. The Eger Rift is the only known intra-continental region in Europe where such deep seated, active lithospheric processes currently take place. We present an image of electrical resistivity obtained from two-dimensional inversion of magnetotelluric (MT) data acquired along a regional profile crossing the Eger Rift. At the near surface, the Cheb basin and the aquifer feeding the mofette fields of Bublák and Hartoušov have been imaged as part of a region of very low resistivity. The most striking resistivity feature, however, is a deep reaching conductive channel which extends from the surface into the lower crust spatially correlated with the hypocentres of the seismic events of the Nový Kostel Focal Zone. This channel has been interpreted as imaging a pathway from a possible mid-crustal fluid reservoir to the surface. The resistivity model reinforces the relation between the fluid circulation along deep-reaching faults and the generation of the earthquakes. Additionally, a further conductive channel has been revealed to the south of the profile. This other feature could be associated to fossil hydrothermal alteration related to Mýtina and/or Neualbenreuth Maar structures or alternatively could be the signature of a structure associated to the suture between the Saxo-Thuringian and Teplá Barrandian zones, whose surface expression is located only a few kilometres away.

10. Použitá literatura

Abdelfettah Y., Tiercelin JJ., Tarits P., Hautot S., Maia M., Thuo P. (2016) Subsurface structure and stratigraphy of the northwest end of the Turkana Basin, Northern Kenya Rift, as revealed by magnetotellurics and gravity joint inversion, *J Afr Earth Sci* 119, 120–138.

Akaike, T. (1974) A new look at the statistical model identification, *IEEE Trans, Automatic Control*, AC-19, 716-723.

Amatyakul P., Rung-Arunwan T., Siripunvaraporn W. (2015) A pilot magnetotelluric survey for geothermal exploration in Mae Chan region, northern Thailand, *Geothermics* 55, 31–38.

Avdeev D., Avdeeva A. (2009) 3D magnetotelluric inversion using a limited-memory quasi-Newton optimization, *Geophysics* 74, F45-F57.

Baba, K., Chave, A.D., Evans, R.L., Hirth, G., Mackie, R.L. (2006) Mantle dynamics beneath the East Pacific Rise at 178S: insights from the mantle electromagnetic and tomography (MELT) experiment, *J Geophys Res* 111:B02101.

Bahr, K. (1988) Interpretation of the magnetotelluric impedance tensor – regional induction and local telluric distortion, *J. Geophys. (Z. Geophys.)*, 62(2), 119–127.

Bahr, K. (1991) Geological noise in magnetotelluric data: a classification of distortion types, *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 66, 24–38.

Bailey, R.C., Groom, R.W. (1987) Decomposition of the magnetotelluric impedance tensor which is useful in the presence of channeling, In: *SEG technical program expanded abstracts 1987*, 154–156.

Bauwens, L., de Backer, B., Dufays, A. (2011) Estimating and Forecasting Structural Breaks in Financial Time Series, *Economics, Finance, Operations Research, Economet-*

rics, and Statistics, Discussion paper, pp. 1-23.

Becken, M., Burkhardt, H. (2004) An ellipticity criterion in magnetotelluric tensor analysis, *Geophys. J. Int.* 159, 69–82.

Bertrand E.A., Caldwell T.G., Hill G.J., Bennie S.L., Soengkono S. (2013) Magnetotelluric imaging of the Ohaaki geothermal system, New Zealand: Implications for locating basement permeability, *J Volcanol Geoth Res* 268, 36–45.

Bikowski, J., Huisman, J.A., Vrugt, J.A., Vereecken, H., van der Kruk, J. (2012) Inversion and sensitivity analysis of ground penetrating radar data with waveguide dispersion using deterministic and Markov chain Monte Carlo methods, *Near Surf. Geophys.* 10 (6), 641-652.

ter Braak, C.J.F. (2006) A Markov chain Monte Carlo version of the genetic algorithm differential evolution: easy Bayesian computing for real parameter spaces, *Statistics & Computing* 16, 239-249.

ter Braak, C.J.F., Vrugt, J.A., (2008) Differential evolution Markov chain with snooker updater and fewer chains, *Statistics & Computing*, vol. 18 (4), pp. 435-446.

Cagniard, L. (1953) Basic theory of the magneto-telluric method of geophysical prospecting, *Geophysics*, 18, 605-635.

Caldwell, T.G., Bibby, H.M., Brown, C. (2004) The magnetotelluric phase tensor, *Geophys. J. Int.* 158, 457–469.

Carbalaj, R.S., Linde, N., Kalscheuer, T., Vrugt, J.A. (2014) Two-dimensional probabilistic inversion of plane-wave electromagnetic data: Methodology, model constraints and joint inversion with electrical resistivity data, *Geophys. J. Int.* 196, 1508-1524.

Celeux, G., Diebolt, J. (1985) The SEM algorithm: A probabilistic Teacher algorithm derived from the EM Algorithm for the mixture problem, *Computational Statistics*

Quarterly 2, 73-82.

Chave, D.A., Jones, G.A. (2012) *The Magnetotelluric Method: Theory and Practice*, Cambridge University Press, Cambridge, 604s.

Chen, J., Vasco, D., Rubin, Y., Hou, Z. (2007) A Bayesian model for gas saturation estimation using marine seismic AVA and CSEM data, *Geophysics*, 72(2), WA85–WA95.

Chen, J., Hoversten, G.M., Key, K., Nordquist, G., Cumming, W. (2012) Stochastic inversion of magnetotelluric data using a sharp boundary parameterization and application to a geothermal site, *Geophysics*, 77(4), E265–E279.

Chen, X. (2008) *Filterung von geophysikalischen Zeitreihen mit periodisch auftretenden multifrequenten Störsignalen*, Technische Universität Berlin, Diploma Thesis.

Coelho, F.C., Codeço, C.T., Gomes, M.G.M. (2011) A Bayesian framework for parameter estimation in dynamical models, *PLoS ONE* 6 (5), e19616.

Constable, S.C., Parker, R.L., Constable, C.G. (1987) Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data, *Geophysics*, 52, 289-300.

Constable, C. (2005) Geomagnetic temporal spectrum for *Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism*, July 7.

DeCaluwe, S.C., Kienzle, P.A., Bhargava, P., Baker, A.M., Dura, J.A. (2014) Phase segregation of sulfonate groups in Nafion interface lamellae, quantified via neutron reflectometry fitting techniques for multi-layered structures, *Soft Matter* 10, 5763-6577.

deGroot-Hedlin, C.D., Constable, S.C. (1990) Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data, *Geophysics*, 55, 1613–1624.

Dekker, D.L., Hastie, L.M. (1980) Magneto-telluric impedances of an anisotropic la-

tered Earth model, *Geophys J R Astr Soc* 61, 11–20.

Diaz, D., Brasse, H., Ticona, F. (2012) Conductivity distribution beneath Lascar volcano (Northern Chile) and the Puna, inferred from magnetotelluric data, *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 217–218, 21-29.

Dura, J.A., Kelly, S.T., Kienzle, P.A., Her, J.-H., Udovic, T.J., Majkrzak, C.F., Chung, C.-J., Clemens, B.M. (2011) Porous Mg formation upon dehydrogenation of MgH₂ thin films, *J. Appl. Phys.* 109, 093501.

Egbert G.D., Kelbert A. (2012) Computational recipes for electromagnetic inverse problems, *Geophys. J. Int.* 189 (1), 251-267.

Eisel, M., Haak, V. (1999) Macro-anisotropy of the electrical conductivity of the crust: a magnetotelluric study of the German Continental Deep Drilling site (KTB), *Geophys. J. Int.* 136 (1), 109–122.

Friedrichs B. (2004) Mapros, (Ver. 0.87b freeware), Metronix Measurement Instruments and Electronics Ltd. <https://www.geo-metronix.de/mtxgeo/>, Accessed 6 Nov 2017

Gelfand, A.E., Smith, A.F.M. (1990) Sampling-Based Approaches to Calculating Marginal Densities, *Journal of the American Statistical Association* 85, 398-409.

Gelman, A.G., Rubin, D.B. (1992) Inference from iterative simulation using multiple sequences, *Statistical Sciences* 7, 457-472.

Geman, S., Geman, D. (1984) Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 6, 721-741.

Goldstein, H., Poole, C.P., Safko, J.L. (2001) *Classical Mechanics* (3rd ed.), Addison-Wesley. p. 680.

Grandis, H., Menvielle, M., Roussignol, M. (1999) Bayesian inversion with Markov chains — I. The magnetotelluric one-dimensional case, *Geophys. J. Int.*, 138, 757–768.

Grandis, H., Menvielle, M., Roussignol, M. (2002) Thin-sheet electromagnetic modeling using Monte Carlo Markov chain (MCMC) algorithm, *Earth Planets Space*, 54, 511–521.

Grayver, A.V. (2015) Parallel three-dimensional magnetotelluric inversion using adaptive finite-element method, Part I: theory and synthetic study, *Geophys. J. Int.* 202, 584-603

Guo, R., Dosso, S.E., Liu, J., Dettmer, J., Tong, X. (2011) Non-linearity in Bayesian 1-D magnetotelluric inversion, *Geophys. J. Int.*, 185, 663–675.

Hansen, P. C. (2000) The L-Curve and its Use in the Numerical Treatment of Inverse Problems, in *Computational Inverse Problems in Electrocardiology*, ed. P. Johnston, *Advances in Computational Bioengineering*, WIT Press, pp. 119-142.

Hastings, W.K. (1970) Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications, *Biometrika* 57, 97-109.

Hill, J.H., Caldwell, T.G., Heise, W., Chertkoff, D.G., Bibby, H.M., Burgess, M.K., Cull, J.P., Cas, R.A.F. (2009) Distribution of melt beneath Mount St Helens and Mount Adams inferred from Magnetotelluric data, *Nature Geoscience* 2(11), 785-789.

Hill, J.H., Bibby, H.M., Ogawa, Y., Wallin, E.L., Bennie, S.L., Caldwell, T.G., Keys H., Bertrand, E.A., Heise, W. (2015) Structure of the Tongariro Volcanic system: Insights from magnetotelluric imaging, *Earth and Planetary Science Letters* 432, 115-125.

Horn, R. A., Johnson, C. R. (1990) Norms for Vectors and Matrices. Ch. 5 in *Matrix Analysis*. Cambridge, England: Cambridge University Press.

Horowitz, V.R., Aleman, B.J., Christle, D.J., Cleland, A.N., Awschalom, D.D. (2012) “Electron spin resonance of nitrogen-vacancy centers in optically trapped nanodia-

monds. Proc. Natl. Acad. U. S. A. 109 (34), 13493-13497.

Jeffreys, H. (1939) *Theory of Probability*. Oxford University Press, Oxford.

Jones A.G. (1993) Electromagnetic images of modern and ancient subduction zones: plate tectonic signatures in the continental lithosphere, *Tectonophysics* 219, 29–45.

Jones A.G., Dumas I. (1993) Electromagnetic images of a volcanic zone, *Phys Earth Planet Inter* 81, 289–314.

Keating, E.H., Doherty, J., Vrugt, J.A., Kang, Q. (2010) Optimization and uncertainty assessment of strongly nonlinear groundwater models with high parameter dimensionality, *Water Resour. Res.* 46, W10517.

Key, K. (2016) MARE2DEM: a 2-D inversion code for controlled-source electromagnetic and magnetotelluric data, *Geophys. J. Int.* 207, 571-588.

Key, K., Ovall, J. (2011) A parallel goal-oriented adaptive finite element method for 2.5-D electromagnetic modelling, *Geophys. J. Int.* 186, 137–154.

Khan, A., Connolly, J.A.D., Olsen, N. (2006) Constraining the composition and thermal state of the mantle beneath Europe from inversion of longperiod electromagnetic sounding data, *J. geophys. Res.*, 111, 1978–2012.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., Vecchi, M.P. (1983) Optimization by Simulated Annealing, *Science* 220, 671-680.

Kováčiková, S., Pek, J. (2002) Generalized Riccati equations for 1-D magnetotelluric impedances over anisotropic conductors, Part I: plane wave field model, *Earth Planets Space* 54, 473–482.

Krings, T. (2007) *The Influence of Robust Statistics, Remote Reference, and Horizontal Magnetic Transfer Functions on Data Processing in Magnetotellurics*, Master's thesis,

Universität Münster and GeoForschungsZentrum Potsdam.

Kütter, S. (2015) Magnetotelluric Measurements Across the Southern Barberton Greenstone Belt, South Africa, PhD Thesis, University of Potsdam.

Landau, L.D., Lifshitz, E.M. (1982) *Electrodynamics of Continuous Media* (Nauka, Russia).

Larsen, J. C. (1975) Low-frequency (0.1–6.0 cpd) electromagnetic study of deep mantle electrical-conductivity beneath Hawaiian islands, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 43(1), 17–46.

Larsen, J. C. (1977) Removal of local surface conductivity effects from low frequency mantle response curves, *Acta Geodaet. Geophys. Montanist. Acad. Sci. Hung.*, 12, 183–186.

Laloy, E., Vrugt, J.A. (2012) High-dimensional posterior exploration of hydrologic models using multiple-try DREAM.(ZS) and high-performance computing, *Water Resources Research*, 48, W01526.

Laloy, E., Rogiers, B., Vrugt, J.A., Jacques, D., Mallants, D. (2013) Efficient posterior exploration of a high-dimensional groundwater model from two-stage Markov chain Monte Carlo simulation and polynomial chaos expansion, *Water Resour. Res.* 49 (5), 2664-2682.

Laloy, E., Linde, N., Jacques, D., Vrugt, J.A. (2015) Probabilistic inference of multi-Gaussian fields from indirect hydrological data using circulant embedding and dimensionality reduction, *Water Resources Research* 51, 4224-4243.

Li, Y. (2002) A finite-element algorithm for electromagnetic induction in two-dimensional anisotropic conductivity structures, *Geophys. J. Int.* 148, 389–401.

Linde, N., Vrugt, J.A. (2013) Distributed soil moisture from crosshole groundpene-

trating radar travel times using stochastic inversion, *Vadose Zone J.* 12 (1).

Lise, J., Meghir, C., Robin, J.-M. (2012) Mismatch, Sorting and Wage Dynamics. Working paper, 18719, National Bureau of Economic Research, pp. 1-43.

Liu, J.S., Liang, F., Wong, W.H. (2000) The Multiple-Try Method and Local Optimization in Metropolis Sampling, *Journal of the American Statistical Association*, 95:449, 121-134.

Malinverno, A. (2002) Parsimonious Bayesian Markov chain Monte Carlo inversion in a nonlinear geophysical problem, *Geophys. J. Int.* 151, 675–688.

Martí, A. (2014) The Role of Electrical Anisotropy in Magnetotelluric Responses: From Modelling and Dimensionality Analysis to Inversion and Interpretation, *Survey in Geophysics* 35, 179-218.

MathWorks, (2018) Matlab Function Reference (R2018b). Retrieved November 2, 2018 from https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/matlab_refbook.pdf

McNeice, G.M., Jones, A.G. (1996) Multisite, multifrequency tensor decomposition of magnetotelluric data, *Geophysics* 66, 158-173.

Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H., Teller, D. (1953) Equation of State Calculations by Fast Computing Machines, *The Journal of Chemical Physics* 21, 1087-1092.

Minasny, B., Vrugt, J.A., McBratney, A.B. (2011) Confronting uncertainty in modelbased geostatistics using Markov chain Monte Carlo simulation, *Geoderma* 163, 150-162.

Naganjaneyulu K., Santosh M. (2010) The Cambrian collisional suture of Gondwana in southern India: a geophysical appraisal, *J Geodyn* 50, 256–267.

Owejan, J.E., Owejan, J.P., DeCaluwe, S.C., Dura, J.A. (2012) Solid electrolyte inter-

phase in Li-ion batteries: evolving structures measured in situ by neutron reflectometry, *Chem. Mater.* 24, 2133-2140.

Parker, R.L. (1980) The inverse problem of electromagnetic induction: Existence and construction of solutions based on incomplete data, *J. Geophys. Res.*, 85, 4421-4428.

Parker, R.L. (1983) The magnetotelluric inverse problem, *Geophys. Surv.*, (Surveys in Geophysics) 6, 5-25.

Pek, J., Verner, T. (1997) Finite-difference modelling of magnetotelluric fields in two dimensional anisotropic media, *Geophys. J. Int.* 128, 505–521.

Pek, J., Santos, F.A.M. (2002) Magnetotelluric impedances and parametric sensitivities for 1-D anisotropic layered media, *Computer Geoscience* 28, 939–950.

Pek, J., Santos, F.A.M., Li, Y., 2012, Non-Linear Conjugate Gradient Magnetotelluric Inversion for 2-D Anisotropic Conductivities, in Börner, R.-U., and Schwalenberg, K., Eds., *Proceed. 24th Schmucker-Weidelt Colloq. "Electromagnetic Depth Investigations"*, Neustadt/Weinstr., 26. 9.-30. 9. 2011, DGG, 187-206.

Ritter, O., Junge, A., Dawes, G. (1998) New equipment and processing for magnetotelluric remote reference processing, *Geophys. J. Int.* 132, 535–548.

Ritter, O., Klose, R., Weckmann, U. (2015) EMERALD Data Format for Magnetotelluric Data, (Scientific Technical Report - Data 15/08), Deutsches GeoForschungsZentrum GFZ, Potsdam (50 pp).

Roberts, G.O., Rosenthal, J.S. (2007) Coupling and ergodicity of adaptive Markov chain Monte Carlo algorithms, *Journal of Applied Probability*, vol. 44, pp. 458-475.

Robertson K., Taylor D., Thiel S., Heinson G. (2015) Magnetotelluric evidence for serpentinisation in a Cambrian subduction zone beneath the Delamerian Orogen, southeast Australia, *Gondwana Res* 28, 601–611.

Rodi, W., Mackie, R.L. (2001) Non-linear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion, *Geophysics* 66, 174–187.

Senn, M.K., Stoffa, P.L. (1995) Global optimization methods in geophysical inversion, *Advances in Exploration Geophysics* 4, pp. 294.

Simpson, F., Bahr, K. (2005) *Practical Magnetotellurics*, Cambridge University Press, Cambridge, 272 s.

Siripunvaraporn, W., Egbert, G. (1999) Reduced Basis Occam (REBOCC) inversion version 1.0 for two-dimensional magnetotelluric data. College of Oceanic and Atmospheric Sciences, Oregon State University, Oregon.

Siripunvaraporn W., Egbert G. (2009) WSINV3DMT: vertical magnetic field transfer function inversion and parallel implementation, *Phys. Earth planet. Inter.* 173, 317-329.

Spiegelhalter D. J., Best N.G., Carlin B.P., van der Linde A. (2002) Bayesian measures of model complexity and fit (with Discussion), *J. R. Statist. Soc. B* 64, 583-639.

Sun, X.-L., Wu, S.-C., Wang, H.-L., Zhao, Yu-G., Zhang, G.-L., Man, Y.B., Wong, M.H. (2013) Dealing with spatial outliers and mapping uncertainty for evaluating the effects of urbanization on soil: a case study of soil pH and particle fractions in Hong Kong, *Geoderma* 195-196, 220-233.

Swift, C.M. (1967) A magnetotelluric investigation of an electrical conductivity anomaly in the South Western United States. Thesis PhD, M.I.T., Cambridge, Mass.

Szarka, L. (1988) Geophysical aspects of manmade electromagnetic noise in earth-a review, *Survey in Geophysics* 9, 287-318.

Tarantola, A., Vallete, B. (1982) Generalized Nonlinear Inverse Problems Solved Using the Least Squares Criterion, *Reviews of Geophysics and Space Physics* 20, 219-232.

Tarits, P., Jouanne, V., Menvielle, M., Roussignol, M. (1994) Bayesian statistics of nonlinear inverse problems—example of the magnetotelluric 1-D inverse problem, *Geophys. J. Int.*, 119, 353–368.

Tichonov, A. N. (1950) On determining electrical characteristics of the deep layers of the Earth's crust, *Doklady Akad. Nauk, S.S.S.R.*, 73, 295-297.

Unsworth M.J., Malin P.E., Egbert G.D., Booker J.R. (1997) Internal structure of the San Andreas Fault Zone at Parkfield, California. *Geology* 25, 359–362.

Volpi G., Manzella A., Fiederlisi A. (2003) Investigation of geothermal structures by magnetotellurics (MT): an example from the Mt. Amiata area, Italy *Geotherm* 32, 131–145.

Vrugt, J.A. (2016) Markov chain Monte Carlo simulation using the DREAM software package: Theory, concepts, and MATLAB Implementation, *Environmental Modelling & Software*, 75, 273-316. Matlab package, available from <http://faculty.sites.uci.edu/jasper/software/#eleven>

Vrugt, J.A., Ter Braak, C.J.F., Clark, M.P., Hyman, J.M., Robinson, B.A. (2008) Treatment of input uncertainty in hydrologic modeling: Doing hydrology backward with Markov chain Monte Carlo simulation, *Water Resources Research* 44, W00B09.

Vrugt, J.A., Ter Braak, C.F.J., Diks, C.G.H., Higdon, D., Robinson, B.A. Hyman, J.M. (2009) Accelerating Markov chain Monte Carlo simulation by differential evolution with self-adaptive randomized subspace sampling, *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation* vol. 10, no. 3, 273-290.

Wannamaker, P.E. (2005) Anisotropy versus heterogeneity in continental solid Earth electromagnetic studies: fundamental response characteristics and implications for physicochemical state, *Surveys in Geophysics* 26, 733–765.

Wannamaker P.E., Booker J.R., Jones A.G., Chave A.D., Filloux J.H., Waff H.S., Law L.K. (1989) Resistivity cross-section through the Juan de Fuca subduction system and its tectonic implications, *J Geophys Res* 94, 14121–114125.

Weckmann, U., Magunia, A., Ritter, O. (2005) Effective noise separation for magnetotelluric single site data processing using a frequency domain selection scheme, *Geophys. J. Int.* 161, 635–652.

Weidelt, P. (1972) The inverse problem of geomagnetic induction, *Journal of Geophysics (Z. Geophysik)* 38, 257-289.

Weidelt, P. (1985) Construction of conductance bounds from magnetotelluric impedances, *Journal of Geophysics (Z. Geophysik)* 57, 191-206.

Weidelt, P. (1995) Bounds on local averages of one-dimensional electrical conductivity distributions, *Geophys. J. Int.* 123, 683-714.

Weidelt, P. (1999) 3D conductivity models: implications of electrical anisotropy. In: Oristaglio M, Spies B (eds) *Three-dimensional electromagnetics*, SEG, 119–137.

Zaoli, S., Giometto, A., Formentin, M., Azaele, S., Rinaldo, A., Maritan, A. (2014) Phenomenological modeling of the motility of self-propelled microorganisms, *arXiv*.