Univerzita Karlova
Pedagogická fakulta
Katedra psychologie

DISERTAČNÍ PRÁCE

Analýza problematických míst při zvládání matematiky u žáků s poruchou autistického spektra

(a jejich vztah ke kognitivnímu zpracovávání žáků)

PŘÍLOHY

Školitel: PhDr. Miroslav Rendl, CSc.

Studijní program: Pedagogická psychologie

Autorka: PhDr. Hana Sotáková

2019

Příloha číslo 1 - Zadání úloh

6. ročník

Úloha číslo 1

Zadání:

Ruda dostal k narozeninám budík. Měl z něj radost a seřídil si jej podle přesného času. Od té doby každé ráno, když vstával (sobotu, neděli a prázdniny nevyjímaje), zmáčkl přesně na 4 sekundy tlačítko, kterým se osvětluje ciferník. Přitom si všiml, že po dobu stisknutí tlačítka je čas na budíku zastaven. Jinak se ale budík vůbec nezpožďuje ani nezrychluje. Odpoledne 11. prosince se Ruda podíval na svůj budík a zjistil, že ukazuje přesně o 3 minuty méně, než by měl.

Kdy dostal Ruda tento budík? (M. Petrová)

Nápověda. Kolikrát zmáčkl Ruda tlačítko?

Možné řešení. Nejprve zjistíme, kolikrát zmáčkl Ruda tlačítko, kterým se osvětluje ciferník: Tlačítko držel pokaždé 4 sekundy a celkové zpoždění budíku nakonec bylo 3 minuty, tj. 180 sekund. Ruda tedy zmáčkl tlačítko celkem 45krát (180 : 4 = 45).

Každý den zmáčkl tlačítko ráno po probuzení. Nyní zjistíme, který den ho stiskl po- prvé, a to tak, že zpětně odpočítáme 45 dní od 11. prosince: V prosinci (od 11. do 1.) to je 11 dní, listopad (od 30. do 1.) má 30 dní, což je celkem 41 dní. Potřebujeme odpočítat ještě 4 dny v říjnu: 31., 30., 29., 28.

Ruda zmáčkl osvětlovací tlačítko poprvé 28. října. Budík dostal o den dříve, tzn. 27. října.

Úloha číslo 2

Zadání:

Mezi dvěma tyčemi je napnutá šňůra dlouhá 3,8 m, na kterou chce maminka pověsit vyprané kapesníky. Všechny kapesníky mají tvar čtverce o straně 40 cm. Na šňůře však už visí dva kapesníky stejného tvaru od sousedky a ty chce maminka nechat na svých místech. Přitom levý roh jednoho z těchto kapesníků je 60 cm od levé tyče a levý roh toho druhého je 1,3 m od pravé tyče.

Kolik nejvíce kapesníků může maminka na šňůru pověsit? Kapesníky se věší natažené za oba rohy tak, aby se žádné dva nepřekrývaly.

Nápověda. Pomozte si náčrtem s vyznačenými danými vzdálenostmi. Možné řešení. Celou situaci si lze pro názornost překreslit například takto:

60cm 40cm 150cm 40cm 90cm

Sousedčiny kapesníky dělí šňůru na 3 různě dlouhé díly, do kterých může maminka věšet svoje kapesníky. Mezi levým rohem jednoho kapesníku a levou tyčí je 60cm. Mezi levým rohem druhého kapesníku a pravou tyčí je 130cm a kapesník je široký 40cm; to znamená, že mezi jeho pravým rohem a pravou tyčí je vzdálenost 90 cm. Jelikož je šňůra dlouhá 380 cm, mezi kapesníky zbývá 150 cm volné šňůry.

Mezi levý kapesník a levou tyč se vejde pouze jeden maminčin kapesník (dva kapesníky vedle sebe by zabraly 80 cm šňůry a volných je zde pouze 60 cm). Mezi sousedčiny kapesníky může maminka pověsit tři své (ty zaberou 120 cm, když se pověsí těsně vedle sebe, k přidání čtvrtého by byla potřeba mezera dlouhá 160cm). Mezi pravý kapesník a pravou tyč se vejdou dva další maminčiny kapesníky. ***Celkem tedy maminka může na šňůru přivěsit 1 + 3 + 2 = 6 svých kapesníků.***

Poznámka. Pokud bude řešitel uvažovat vzdálenost 1,3 m od pravé tyče k pravému rohu kapesníku, vyjde mu rovněž výsledek „6 kapesníků". Takové řešení však nemůže být uznáno jako správné.

Úloha číslo 3

Zadání:

Sedm trpaslíků se postavilo po obvodu své zahrádky, do každého rohu jeden, a napnuli mezi sebou provaz kolem celé zahrady. Sněhurka vyšla od Šmudly a chodila podél provazu. Nejprve šla čtyři metry na východ, kde potkala Prófu. Od něj pokračovala dva metry na sever, než dorazila k Rejpalovi. Od Rejpala šla na západ a po dvou metrech natrefila na Stydlína. Dál pokračovala tři metry na sever, až došla ke Štístkovi. Vydala se na západ a po čtyřech metrech potkala Kejchala, odkud jí zbývaly tři metry na jih ke Dřímalovi. Nakonec podle provázku došla nejkratší cestou ke Šmudlovi a tím obešla celou zahradu.

Kolik metrů čtverečních má celá zahrada? (M. Mach)

Nápověda. Zakreslete si tvar zahrady, nejlépe na čtverečkovaný papír.

Možné řešení.

Nakreslíme si celou zahradu do čtvercové sítě, ve které jeden čtvereček představuje jeden metr čtvereční.

Nyní snadno určíme plochu obrazce. Nejdříve spočítáme všechny celé čtverečky — těch je ve vyznačené ploše 21. Ještě zbývá připočítat dva trojúhelníčky, které dohromady tvoří jeden další celý čtvereček. Napočítali jsme 22 čtverečků, zahrada má tedy 22m^2.

Jiné řešení. Pokud nemáme k dispozici čtverečkovaný papír, můžeme nákres zahrady rozdělit jako na následujícím obrázku; společný bod pomocných úseček označíme B a podle zadání doplníme velikosti potřebných stran (vše v metrech).

• Obdélník „Stydlín—Štístko—Kejchal—Dřímal má obsah $3 \cdot 4 = 12$ (m^2). • Obdélník „Šmudla—Prófa—Rejpal—B má obsah $4 \cdot 2 = 8$ (m^2). • Trojúhelník „Šmudla—Dřímal—B můžeme vidět jako polovinu čtverce o straně 2m

rozděleného úhlopříčkou; jeho obsah je tedy poloviční vzhledem k původnímu čtverci, tj. $(2 \cdot 2) : 2 = 2$ (m^2).

Zahrádka trpaslíků má obsah 12 + 8 + 2 = 22 (m^2).

Úloha číslo 4

Zadání

Pat napsal na tabuli podivný příklad: 550 + 460 + 359 + 340 = 2 012.

Mat to chtěl napravit, proto pátral po neznámém čísle, které by připočetl ke každému z pěti uvedených čísel, aby pak byl příklad početně správný. Jaké to bylo číslo? (L. Hozová)

Nápověda. Kolik čísel přičte Mat k levé a kolik k pravé straně rovnosti?

Možné řešení.

Součet čtyř čísel na levé straně rovnosti je 550 + 460 + 359 + 340 = 1 709; to je o 2 012 − 1 709 = 303 menší číslo než na pravé straně rovnosti.

K levé straně přičteme Matovo číslo celkem čtyřikrát, k pravé pouze jednou. Rozdíl 303 mezi oběma stranami musí tedy být vyrovnán třemi Matovými čísly. Hledané číslo je proto 303 : 3 = 101.

Úloha číslo 5

Zadání:

Jirka, Míša, Petr, Filip a Saša skákali do dálky. Saša skočil 135 cm, Petr skočil o 4 cm více než Jirka, Jirka o 6cm méně než Míša a Míša o 7cm méně než Filip. Navíc Filipův skok byl přesně v polovině mezi tím Petrovým a Sašovým. Zjistěte, kolik cm skočili jednotliví chlapci.

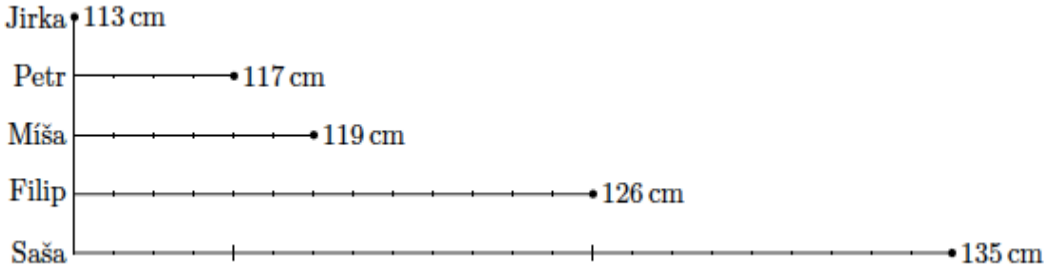
(M. Dillingerová)

Nápověda. Porovnejte nejdříve délky Jirkova, Míšova, Petrova a Filipova skoku.

Možné řešení. Prozatím neuvažujme Sašův skok a délky skoků ostatních chlapců seřaďme od nejkratšího po nejdelší. Ze zadání je zřejmé, že nejméně skočil Jirka: Petr skočil o 4 cm více než Jirka, Míša skočil o 6 cm více než Jirka, Filip skočil o 7 cm více než Míša, tedy o 13 cm více než Jirka.

Protože Filipův skok má být přesně v polovině mezi Petrovým a Sašovým a protože Petr skočil méně než Filip, musel Saša skočit nejvíc ze všech chlapců. A protože Filip skočil o 9 cm víc než Petr (13 − 4 = 9), musel tedy zároveň skočit o 9 cm méně než Saša. Odtud určíme, že Filip skočil 126 cm (135 − 9 = 126), Jirka skočil 113 cm (126 − 13 = 113), Petr skočil

117 cm (113 + 4 = 117) a Míša skočil 119 cm (113 + 6 = 119).



9. ročník

Úloha číslo 1

Zadání:

Na okružní lince ve městě jede tramvaj, v níž je 300 cestujících. Na každé zastávce se odehraje jedna z následujících situací:

• pokud je v tramvaji aspoň 7 cestujících, tak jich 7 vystoupí, • pokud je v tramvaji méně než 7 cestujících, tak 5 nových cestujících přistoupí.

Vysvětlete, proč v jistý okamžik v tramvaji nezůstane žádný cestující. Poté zjistěte, kolik by mělo být na začátku v tramvaji cestujících, aby se tramvaj nikdy nevyprázdnila. (J. Mazák)

Nápověda. Zkuste uvažovat menší počty cestujících.

Možné řešení. Nějakou dobu budou cestující z tramvaje jenom vystupovat. Po 42 zastaveních zůstane v tramvaji $300-42\cdot 7 = 6$ lidí. Podle uvedených pravidel se počet cestujících bude dál vyvíjet následovně:

...6, 11, 4, 9, 2, 7, 0.

V tramvaji tedy nezůstane žádný cestující. Nyní si představme obecnou situaci, kdy je v tramvaji neznámý počet lidí. Tito budou postupně vystupovat, dokud jich nebude v tramvaji méně než 7. To znamená, že bez ohledu na to, kolik lidí bylo v tramvaji na začátku, časem bude jejich počet roven některému z čísel 0, 1, 2, 3, 4, 5 nebo 6. Stačí tedy diskutovat jenom tyto možnosti.

V předchozím odstavci jsme zjistili, že pokud v tramvaji zůstane 6, 4, nebo 2 cestujících, tak se tramvaj nakonec vyprázdní. Když v tramvaji zůstane 5 cestujících, pak se jejich počet

bude dál měnit takto:

..., 5, 10, 3, 8, 1, 6, ...

Tuto situaci již známe; tramvaj se nakonec vyprázdní. V posloupnosti se objevují také čísla 3 a 1, čímž jsme vyčerpali všechny možnosti. Bez ohledu na počáteční počet cestujících se tramvaj nakonec vždycky vyprázdní.

Úloha číslo 2

V hostinci U Tří prasátek obsluhují Pašík, Rašík a Sašík.

Pašík je nečestný, takže každému hostovi připočítá k celkové ceně 10 krejcarů.

Rašík je poctivec, každému vyúčtuje přesně to, co snědl a vypil.

Sašík je dobrák, takže každému hostovi dá slevu z celkové útraty ve výši 20 %.

Prasátka si jsou tak podobná, že žádný host nepozná, které zrovna obsluhuje.

Beránek Vendelín si v pondělí objednal tři koláčky a džbánek džusu a zaplatil za to 56 krejcarů. Byl spokojen, takže hned v úterý snědl pět koláčků, vypil k nim tři džbánky džusu a platil 104 krejcarů. Ve středu snědl osm koláčků, vypil čtyři džbánky džusu a zaplatil 112 krejcarů.

1. Kdo obsluhoval Vendelína v pondělí, kdo v úterý a kdo ve středu?

2. Kolik krejcarů účtuje Rašík za jeden koláček a kolik za jeden džbánek džusu?

(Všechny koláčky jsou stejné, stejně tak všechny džbánky džusu. Ceny uváděné v jídelním lístku se v uvedených dnech neměnily.) (M.Petrová)

Nápověda. Kolik toho Vendelín snědl a vypil v pondělí a v úterý dohromady?

Možné řešení. Všimneme si, že Vendelín snědl a vypil ve středu totéž, co v pondělí a v úterý dohromady. Jenže v pondělí a v úterý dohromady utratil 56+104 = 160 krejcarů, zatímco ve středu platil 112 krejcarů, což je o 48 krejcarů méně. Diskutujme, kdo mohl obsluhovat ve středu:

• Kdyby to byl poctivec Rašík, musel by hostinec během pondělí a úterý ošidit Vendelína právě o 48 krejcarů. Při dvou placeních však lze zákazníka ošidit maximálně o 20 krejcarů. Možnost, že ve středu obsluhoval Rašík, proto zavrhujeme.

• Kdyby to byl Pašík, byla by skutečná středeční cena 112−10 = 102 krejcarů. Vendelína by

museli během prvních dvou dnů ošidit dokonce o 58 krejcarů. Možnost, že ve středu obsluhoval Pašík, také zavrhujeme.

• Kdyby to byl Sašík, představovala by útrata 112 krejcarů 80% skutečné ceny. To znamená, že skutečná středeční cena by byla 112 : 0,8 = 140 krejcarů. Hostinec by musel během pondělí a úterý ošidit Vendelína o 20 krejcarů. To se mohlo stát jen tehdy, pokud ho v oba dny obsluhoval nečestný Pašík.

Tato možnost vyhovuje.

Známe tedy odpověď na první otázku: V pondělí a úterý obsluhoval Pašík, ve středu Sašík.

Skutečné ceny (tj. ceny podle Rašíka) tak byly:

• pondělí (3 koláčky, 1 džbánek): 56 − 10 = 46 krejcarů,

• úterý (5 koláčků, 3 džbánky): 104 − 10 = 94 krejcarů,

• středa (8 koláčků, 4 džbánky): 112 : 0,8 = 140 krejcarů.

Z Vendelínovy středeční objednávky můžeme odvodit, že 2 koláčky a 1 džbánek džusu stojí 140 : 4 = 35 krejcarů. Porovnáním s Vendelínovou pondělní objednávkou zjišťujeme, že skutečná cena jednoho koláčku je 46 − 35 = 11 krejcarů. Podle pondělní objednávky určíme i skutečnou cenu jednoho džbánku: 46 − 3 · 11 = 13 krejcarů. Tím máme odpověď na druhou otázku: Rašík účtuje za jeden koláček 11 krejcarů a za jeden džbánek džusu 13 krejcarů.

Úloha číslo 3

Zadání:

Pan Celer měl na zahrádce dvě stejné nádrže tvaru čtyřbokého hranolu se čtvercovým dnem, v obou dohromady měl 300 litrů vody. V první nádrži tvořila voda přesnou krychli a vyplnila 62,5% nádrže, v druhé nádrži bylo vody o 50 litrů více. Jaké rozměry měly nádrže pana Celera?

(L. Hozová)

Možné řešení. Délku hrany čtvercové podstavy označíme a a výšku hranolu v. Obě veličiny vyjadřujeme v dm; objem nádrže v litrech je roven V = a2 ·v. Objem vody v první nádrži byl a3, ve druhé nádrži a3 + 50 a dohromady 300. Platí tedy

a3 +(a3 +50)=300,

odkud snadno vyjádříme a3 = 125 a a = 5 (dm). V první nádrži tedy bylo 125 litrů vody, což představovalo 62,5 % celkového objemu V .

Platí proto odkud vyjádříme V = 125· 100 = 2·100 = 200 (dm3). Ze vztahu V = a2 ·v nyní dopočítáme

62,5

125 = 62,5 · V, 100

poslední neznámou: Rozměry každé z nádrží byly 5dm×5dm×8dm.

Úloha číslo 4

Zadání:

(CERMAT - přijímací zkoušky na střední školy)

Do ubytovny přijela 30-ti členná skupina. Plně obsadila stejný počet čtyřlůžkových i dvoulůžkových pokojů. V tabulce jsou uvedeny ceny lůžek na pokojích za jeden den.

Počet lůžek na jednom pokoji	2	4
Cena v korunách za jedno lůžko na pokoji	300	200

(CERMAT - přijímací zkoušky na střední školy)

a) Vypočtěte, kolik pokojů skupina obsadila.

b) Vypočtěte cenu ubytování pro celou skupinu za jeden den.

Typ úlohy: široce otevřená

Řešení úlohy a: 10 pokojů a postup řešení (dá se vypočítat jako rovnice o jedné neznámé, ale také úvahou)

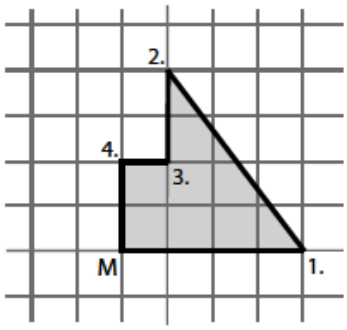
Řešení úlohy b: 7 000 Kč a postup řešení (víme, že obsadí 5 + 5 pokojů, v 5-ti dvoulůžkových je deset lidí, tedy 10x300 a ve čtyřlůžkových pokojích je dvacel lidí, tedy 20x200, pak už jen stačí sečíst 3000 + 4000)

Úloha číslo 5

Zadání:

(Didaktický test - přijímačky čtyřleté obory)

Ve čtvercové síti je vyznačena vyhlídková cesta se čtyřmi zastávkami (1.–4.). Start a cíl vyhlídkové cesty je v jednom místě (M). Cesta od startu (M) k první zastávce (1.) měří 80 m.



a) Vypočtěte délku cesty mezi první a druhou zastávkou.

Jde o to uvědomit si, že obrazec můžeme rozdělit na trojúhelník a obdélník a jeden čtvereček má stranu 20 metrů. Pak už můžeme vypočítat délku cesty pomocí Pythagorovy věty (= 100 m)

b) Vypočtěte obsah plochy obrazce ohraničeného vyhlídkovou cestou.

Můžeme vypočítat jako součet obsahů trojúhelníku a malého obdélníku. Vzhledem k tomu, že se jedná o trojúhelník pravoúhlý, můžeme jeho obsah vypočítat jako polovinu z obsahu obdélníku, jehož je součástí. V našem případě tedy půjde o následující výpočet:

Malý obdélník : S = 20 x 40 metrů

S = 800 metrů

Trojůhelník: S = 0,5 x (60 x 80) / (60 x 80) : 2

S = 2400 metrů

Tedy celkový obsah je 3200 metrů.

Úloha 6

Zadání:

(Klokan 2013)

Marek a Kamila se postavili ke kruhové fontáně tak, že se viděli přes její střed. Poté začali běhat kolem fontány ve směru hodinových ručiček. Markova rychlost byla 9/8 Kamiliny rychlosti. Kolikrát oběhla Kamila fontánu zcela dokola, když ji Marek poprvé dohonil?

a) 2

b) 4

c) 8

d) 9

e) 72

Správná odpověď B

Příloha číslo 2 - Zkrácený záznam sezení

6. ročník

Úloha 1

Adam (2 minuty, 27 sekund) po vypracování úkolu začal popisovat: “30 děleno 4 se rovná 7, 5, bylo to asi nějakýho července, 30 děleno 4 se rovná 7 a sedmej měsíc je červenec. Na doplňující otázky, jak na to přišel, začal polohlasně vykřikovat: “Umí máčulu, umí máčulu, umí máčulu…” Na další žádost upřesnil, že umí matematiku. Když byl ujištěn, že to je jasné, začal mírně podrážděně vysvětlovat: “Takže, zbytek je 2, výsledek je 5, no a příklad je hotovej, nějaká půlka července… půlka protože za desetinnou čárkou je ta půlka a sedmý měsíc je červenec” Třicet pak zastupovalo podle jeho názoru 3 minuty a číslo 4 vyjadřuje 4 sekundy, na které mačkal tlačítko. Poté přešel do polohlasu a mluvil si pro sebe, na další otázky už nereagoval. Dá se tedy říci, že pochopil, že má převést minuty na sekundy, poté dělit 4 vteřinami. Převod (i když chybný) provedl v hlavě, na papír už pouze zapsal:

30 : 4 = 7,5

20

0

20

Zajímavé bylo, že se nezdálo, že by pochyboval o svém výsledku, automaticky prohlásil, že Ruda dostal budík v půlce července, na dotazy upřesnil, že 7 znamená sedmý měsíc (červenec) a za desetinnou čárkou je číslo 5, to znamená půlka července. S příkladem byl velmi rychle hotový (cca dvě a půl minuty), nechtěl moc popisovat, dráždilo ho, když jsme se doptávali, i když jen díky tomu jsme pochopili, že převedl 3 minuty na 30 sekund.

Aleš (25 minut, 21 sekund) vlastně postupoval dobře, podle řešení, které je k úloze navrhnuto. Došlo ale k několika chybám či nepřesnostem, ovlivňujícím výsledek. I když jsme se ho doptávali na údaj, že 64 sekund rovná se 1 minuta, tvrdil, že jde o jednotku, ale ne zcela přesvědčivě. Domníváme se, že zde automaticky přičetl 4 sekundy vyplývající ze zadání, ale neuvědomil si to a nebyl to schopen odůvodnit ani po přímém dotazu. Zároveň zaměnil počet dní v říjnu, uvedl zde číslo 28, můžeme se pouze domýšlet proč, jedním z možných vysvětlení je, že 28. říjen je významný svátek, který předcházel nedlouho testování, navíc děti mají v té době podzimní prázdniny, takže si dané číslo zapamatoval jako

významné pro říjen. Po chybném převodu došek k počtu zmáčknutí 48, od těch odečetl 11 prosincových dní, 30 listopadových dní, přičemž mu zbylo 7 a ty pak nakonec chybně odečetl od 28 v domnění, že říjen má 28 dní. Došel tak k datu 21. října. O výsledku nepochyboval, zdál se být spokojen. Úlohu vypracovával přes 25 minut. Kromě špatného převodu bylo jeho zpracování naprosto v souladu s řešením autora úlohy.

Agáta si nejprve napsala otázku: Kolikrát zmáčkl Ruda tlačítko? Doplnila výpočet převodu minut na sekundy, pak si podtrhla v zadání údaj 4 sekundy, přidala výpočet 180:4=45, ale tím skončila a dále nevěděla. Po 4,5 minutách využila nápovědu, ale zřejmě si nespojila, že číslo 45, ke kterému došla výpočtem znamená skutečně počet zmáčknutí, tedy dnů, které dělí uvedený den a den, kdy Ruda budík dostal. Zhruba po deseti minutách uzavřela počítání a řekla: "Já asi nevím." Na dotaz, co se jí tedy podařilo vypočítat, odpověděla: "Vypočítala jsem, aby se to nějak vydělilo, ty 3 minuty jsem si převedla na sekundy, takže krát 60, pak jsem si to nějak vydělila 4, vyšlo mi 180:4 = 45 sekund, ale nevim, jako co s tim, nevim, bohužel, nevím, jak to vypočítat." "… ještě bych mohla, ale to už je podle mě blbost, ještě jakoby si vypočítat od toho jedenáctého prosince a ty čtyři sekundy, to bych se k tomu možná dopracovala, ale nevím... Takhle to stačí…"

Snažili jsme se ji povzbudit k další práci, očividně byla schopná o úloze dále uvažovat, ale vzhledem k tomu, že si nebyla jistá, co vypočítala, když vydělila počet zpožděných minut 4 sekundami, po které při zmáčknutí chlapec držel, zdráhala se pokračovat dál. Naznačovala, že by mohla zvládnout i další postup viz zmínka o tom, že by mohla odpočítávat od 11. prosince, ale nebyla si zcela jistá, jaké číslo by měla odpočítávat, vracela se ke 4 sekundám, pak nevěděla, co s číslem 45. Situace ji frustrovala, příklad raději ukončila.

Bruno (3 minuty 55 sekund) První úlohu zpracoval chlapec velmi rychle, přičemž si dělal jen kusé zápisky, zvláštní bylo, že k prvnímu zápisu, kdy si poznamenal datum, kdy Ruda zjistil, že se mu zpozdil budík, připsal čas 14,00. Pak si evidentně spočítal, kolikrák Ruda budík zmáčknul a napsal si 11. 12. mínus 45. Poté dopsal vlevo x : x 13:30, pod to 27.10. odpoledne, což zakroužkoval. Pak řekl, že je hotový, doptávali jsme se tedy na postup. "No, myslel jsem, že když se to zpožďovalo o tři minuty, tak že by to, tak jsem vypočítal, že 3x 60 je 180." Zeptali jsme se, kde se objevilo číslo 60. "To je jako počet sekund v minutě a když jsem počítal, že každý den, čtvrvtého - jak se tomu říká - čtvrtého, sakra, jak se tomu sakra říká, každý den drží 4 vteřiny budík, tak jsem to vydělil těmi čtyřmi vteřinami a vyšlo

mi 45 nebo-li po 45 dní to držel 4 vteřiny. A potom, když to bylo 11., tak jsem to rozdělil na 34 a 11, takže jsem měl 1. 12. mínus 34…" Zajímalo nás tedy, co znamenají čísla 34 a 11. Promptně odpověděl: "45 je 34 a 11, to je jako to, když to máme toho 11., tak to je těch 11 v prosinci. A potom jsem to rozdělil zase na 30 a 4... Počkat, to není dobře, takhle je to lepší," opravil 27 ve výsleku na 26. Dotazovali jsme se na postup, chlapec automaticky pokračoval, i když se díval do svých zápisů, zdálo se, že si svůj postup kontroluje: "Jo, počkat, říjen má 31, takže jsem to měl předtím dobře. Říjen má 31 dní…," výsledek opět opravil na 27. Vrátili jsme se k poslednímu bodu vysvětlování před tím, než začal opakovaně opravovat výsledek, k číslům 30 a 4. Zamyslel se krátce a pokačoval: "Takže jsem to vzal, vzal 30 a už mi z toho vyšlo prvního listopadu, protože předtím byl prosinec a potom jsem ještě od listopadu odečetl 4 dny, takže mi vyšlo dvacátého sedmého. A to je teda výsledek." Chlapec věděl, jak má postupovat, zaskočil nás jen tím, jak pro něj bylo důležité doplnit časový údaj, což nikoho jiného ani nenapadlo. Při popisu postupu a vysvětlování se k tomu už ale nevrátil.

Bedřich Úloha 1 (čas 21:34)

Chlapec si zapsal sobota a neděle 4 sekundy. Podle dalšího průběhu bylo jasné, že špatně pochopil význam slova nevyjímaje, což je patrné i ze slovního popisu. Nicméně to nebylo jedinou chybou v postupu. Dokázal si převést minuty na sekundy, ale to byl vpodstatě jediny správný postup.

Sám to popisoval takto: "Dostal ten budík někdy a toho 11. to bylo opožděný o tři minuty, ale jenom v sobotu a jenom v neděli mačkal to osvětlení, to je dvakrát tejdně a já jsem si vypočítal 3 x 60, to je 180, pak jsem to vydělil osmi, to je za ten tejden, to mi vyšlo 22, zbytek 4 a pak protože mi tam zbyly ty čtyři sekundy, tak to bylo v sobotu a v neděli už bylo toho jedenáctýho a sobota byla toho 11. 12." Postupoval tedy tak, že si zpoždění budíku převedl na vteřiny a vydělil to počtem vteřin za týden (v jeho pojetí 2 x 4 vteřiny, jak bylo uvedeno, myslel si, že mačkal budík jen v sobotu a v neděli), čímž podle svého názoru došel k počtu týdnů, který Ruda budík měl, jak je vidět z následujícího vysvětlení: "Pak jsem si vypočítal 22 x 7, protože 22 tam bylo těch celých tejdnů a 6 to bylo 6 dnů v tejdnu, protože to bylo v sobotu a to muselo bejt pondělí až sobota a to je šestej den… Ne 22 je sekund, kolik se odečetlo, počkat, tohleto je sekundy... To děleno 8, to je za ten tejden, jo to je kolik těch tejdnů a krát 7, to je protože, ono je v tejdnu 7 dní plus těch 6, protože to bylo v sobotu, to se rovná 160 a pak jsem si vypočítal 160: 3, protože měsíc má 30 dní, většinou, to mi

vyšlo 4 a zbylo mi 20 a pak to to, to mám trochu blbě, protože ne každej měsíc má 30 dní. Asi to mám špatně trochu…" Ujistili jsme ho, že se nic neděje, že nás zajímá, jak postupoval. Ptali jsme se ho, jestli chce pokračovat v počítání. Odpověděl: "Jo…," začal počítat a rovnou komentovat: "Takže, pak si musím odečíst 20, 20 - 3 a to je 17, od toho musím odečíst 11, protože je 11. 12, tam byly ty 3 minuty, to mi zbylo 8. Pak si musím spočítat, že čtvrtej měsíc od prosince je červenec a pak od začátku července musím odečíst 8 dní…" Doptávali jsme se, jak přišel na to, že se bude jednat o čtvrtý měsíc: "To je čtvrtý měsíc od prosince, to jsem si vypočítal 160: 4, 22, takže 31 - 8 se rovná 23., 23. července, tak to je konečnej výsledek."

Domníváme se, že nevěděl přesně, proč a co počítá, ale snažil se vyhovět našemu zadání a popisoval postup. Povzbudilo ho, když jsme ho ubezpečili, že nám jde hlavně o postup (je ke zvážení, zda to zde nebylo kontraproduktivní), začal popisovat rychleji, už tolik neváhal. Ke čtyřce došel výpočtem 160:3 = 4 (zbytek 20), to poprvé označil za chybu, ale posléze to používá, nepozastavuje se už nad tím, že mu vyšel zbytek. K dílčímu výsledku 22 také došel jiným výpočtem, zdálo se, že už to chce rychle dořešit a víc se tím nezabývat.

Barbora Úloha 1 (čas 18:28 nedokončila)

Dívka si několikrát pečlivě (potichu i nahlas) přečetla úlohu, pak přemýšlela nad prázdným papírem. Zhruba po 5 minutách si převedla 3 minuty zpoždění na sekundy vynásobením 60, pak zase nevěděla. Po 11minutách požádala o nápovědu a její znění si přepsala na papír. Pak začala dělat další výpočty, ale začala již převedené sekundy znovu násobit 60, tím se dostala do vysokých čísel, s kterými si už nevěděla rady, úlohu tedy nedokončila a požádala o ukončení: "Hm, tak asi nevim…Asi chci skončit…" Ještě jsme se ujišťovali, zda nechce znovu přečíst nápovědu a zkusit pokračovat, ubezpečili jsme ji, že času je dost. Reagovala: "Hm, když já asi opravdu nevím, co s tím…" Požádali jsme ji tedy, aby nám alespoň popsala svůj postup, na což promptně reagovala: "Hm…, tak když se zpozdil o 3 minuty, když to bylo zpoždění, tak jsem si to vypočítala na sekundy, takže 180 sekund, o tolik se zpozdil, takže 3x60 je 180 vteřin, 180x60 je 10800 sekund, no a teď jsem si řekla, že těch 10800 sekund děleno 4, to je kolikrát, na jak dlouho to zmáčknul, tak to mi vyšlo 2700 a tolikrát to zmáčknul možná, asi…" Je evidentní, že měla problém s převodem jednotek, uváděla vteřiny a sekundy jako dvě různé jednotky, věděla sice, že minuta má 60 sekund, ale pak s 60 pracovala dál a začala rozlišovat zvlášť vteřiny a sekundy. Snažili jsme se ji tedy ještě povzbudit slovy: "Fajn, a jak by to tedy mohlo být dál? Jak bys mohla zjistit, kdy to

zmáčknul poprvé, když už tedy víš, kolikrát to zmáčknul?" Na to odpověděla: "Když právě já vůbec nevím, jak dál, je to moc těžký, to už nezvládnu…"

Jak můžeme vidět, nápověda jí tedy v něčem pomohla, naznačovala postup, který odpovídal dalším nezbytným krokům pro řešení úlohy. Hlavní problém byl, že zřejmě omylem dvakrát převáděla minuty na sekundy, což si posléze vyřešila tím, že jednou mluvila o vteřinách a jednou o sekundách. Vypadalo to, jako by si uvědomila, že se dostala k příliš vysokým číslům, i když uvádí, že spočítala zřejmě, kolikrát Ruda budík zmáčknul, nechtěla se pouštět dál, nebyla si vůbec jistá svým postupem.

Cyril (11 minut 45 sekund) si nejprve vypočítal 60:4, pak si několikrát znovu četl příklad, sahal na diktafon, vypadalo to, že neví, jak dál. Po šesti minutách si řekl o nápovědu. Poté se zamyslel a začal popisovat postup: "…jsem si tady řekl 60 : 4, protože minuta má šedesát sekund a tlačítko vždycky zmáčkl na čtyři sekundy." Ptali jsme se tedy, co mu vyšlo, odpověděl: "…hmm, jsem přišel, nemůžu přijít na to jak, musím zjistit.....45 a tady tak jsem…" Pokračoval v počítání a komentoval si to pro sebe polohlasem: "Takže na měsíce se to nedá počítat jednoduchým příkladem, protože když jeden měsíc.....Takže správně je 27.10." Opět se tedy ptáme, jak postupoval. "Jsem si tady řekl, minuta má 60 sekund a vždycky zmáčkl na 4 sekundy, takže 60:4=15, to tedy znamená, že aby se budík zdržel o 1 minutu, tak musel zmáčknout 15x a vím, že tedy mačkal jednou za den. A potom se zdržel o 3 minuty, to víme, takže 15 x 3 je 45 seeekund a zas, jak jsem říkal, mačkal to jednou za den, takže, takže, takže to musel mačkat 45 dní, takže ho musel dostat před 45 dny a 45 dní od 11.12., nevím, jestli tohleto mám správně, ale je to asi 27.10. dostal ten budík…" Došel ke správnému výsledku, i když uváděl, že neví, zda to má správně, vypadalo to, že si je jistý. Vše polohlasem komentoval, nejprve nevěděl, jak postupovat, když si spočítal zmáčknutí, od nápovědy očekával zřejmě nějaký vzorec, ale pak už dořešil příklad samostatně bez jakéhokoli zaváhání. Jeho zápis byl stručný, objevily se v něm pouze výpočty na počet zmáčknutí budíku a pak odpočty dnů v jednotlivých měsících.

Čeněk si přečetl zadání, pak se ujistil, co znamená slovo nevyjímaje a začal pracovat. Postupoval metodou zápis zadání, dílčí výpočet (viz níže). Pracoval rychle, strukturovaně, občas něco přeškrtl a hned pokračoval. Nakonec napsal písemnou odpověď se správným výsledkem. Po skončení práce jsme se ho tedy ptali, jak postupoval: "No nejdřív jsem si spočítal, kolikrát musel zmáčknout budík, aby bylo zpoždění 3 minuty, teda nejdřív jsem si

spočítal minutu, pak jsem to vynásobil třema. To mi vyšlo 45, pak jsem od toho musel odečíst 11 dní v prosinci, protože to zjistil 11. prosince. Pak ještě 30 dní za listopad, ten má 30 dní, a zbyly mi 4. Říjen má 31 dní a 31 mínus 4 je 27, takže dostal budík 27. října." Úlohu vypracoval velmi rychle, stačily mu na to necelé 4 minuty, pracoval samostatně, bez nápovědy, zaváhání.

Cecílie nejprve provedla zápis, napsala si že 11. prosince byl budík opožděn o 3 minuty, dále, že za jeden týden se budík opozdil od 20 vteřin (opět se domníváme, že neporozuměla dobře slovu nevyjímaje, což se potvrdilo při popisování postupu). Pak došla k tomu, že 3 minuty zpoždění znamená, že byl budík zakoupen před 9 týdny, a to je 63 dní. Odečítala pak od 11. prosince 63 dní. Doplnila ještě, že jsou tam dva dny svátků (neupřesnila které) a došla ke konečnému datu 7. 10. Dívka pracovala rychle, její čas byl něco málo přes 5 minut, byla také přesvědčená, že správně. Když jsme se jí doptávali, proč takto postupovala, neváhala: "No, já jsem si spočítala, že když to bylo zpožděný o 4 vteřiny denně, tak to muselo bejt 20 vteřin za týden, takže aby byl budík zpožděnej o 3 minuty, trvalo to 9 týdnů a to je 63 dnů," měla pocit, že správně počítala jen s 5-ti denními týdny, ale při přepočtu na dny pak počítala se 7-mi denním týdnem. Vše si pečlivě zapisovala, při doplnění osvětlila, že dva svátky, které odečetla byly 28. října a 17. listopadu. Dá se říci, že sama sebe zmátla tím, že odpočítávala víkendy a svátky, ale vůbec si to neuvědomila, její postup je zajímavý, pochopila, že potřebuje na základě zpoždění, které budík vykazoval zjistit, kolikrát ho Ruda zmáčkl, a pak odpočítávat od data, kdy bylo zpoždění zjištěno. Bylo by zajímavé sledovat, jak by její postup vypadal, kdyby nevyřazovala svátky a víkendy. Dá se tedy říci, že postup řešení zvládla (sama o tom nepochybovala), ale došla k chybném výsledku vzhledem ke špatnému porozumění slova nevyjímaje v zadání.

Úloha 2

Daná úloha je náročná na představivost. Tím, že na šňůře již nějaké kapesníky visí, v různých vzdálenostech od tyčí, může se stát, že dítě zapomene započítat velikost kapesníku nebo zapomene umístit potenciální kapesníky do mezery mezi kapesníkem a tyčí, dojde k chybnému výsledku. Proto je v nápovědě doporučeno nakreslit si náčrtek, aby měl řešitel vizuální oporu. Na druhou stranu, pokud si žák zadání pečlivě zakreslí a převede metry na centimetry, dostane se k jednoduchému sčítání na úrovni jednotek.

Adam (3 minuty 29 sekund) Po přečtení zadání (opět četl polohlasem) okamžitě reagoval

tím, že příkladu nerozumí, na pobídku se na příklad znovu podíval: "…380 vydělím čtyřicety jakože 3,8 metrů a 40 cm a vyšlo mi 9,5…" Na prosbu, jestli by to mohl vysvětlit a popsat jako pan učitel žákovi: "…no 38 : 4 je 9, zbytek dva, dvacet děleno 4 je 5. No a 190 odečtu od toho 13,5, jakože 13,5…" Jelikož si to říkal pro sebe, nic nezapisovat a čísla, která opakoval nám nedávala dobrý smysl, byl požádán, aby řešení zapsal, což provedl následujícím způsobem:

380 : 40 = 9,5

130 + 60 = 190

190 - 9,5 = 9,5

Byl požádán, aby popsal druhý a třetí řádek. "130, tak 1,3 metrů a 60 centimetrů - devět a půl se rovná 190" Na otázku, jak přišel na číslo 60: "Jakože levý roh jednoho z těch kapesníků je 60 centimetrů od té tyče a levý roh toho druhého je 1,3 metrů od pravé tyče…" Při povzbuzení k popsání posledního řádku reagoval negativně, odpověď vykřikl: "130 + 60 se rovná 190 a 190 - 9,5 = 9,5. Kolik nejvíce kapesníků může maminka na šňůru pověsit? 9, 5 a už tam nechci nic počítat!"

Chlapec ve svém postupu vydělil celou délku šňůry rozměrem kapesníku, s převodem neměl problém, do zápisu už psal rovnou 380 centimetrů. Vyšlo mu, že by se na šňůru vešlo 9,5 kapesníku. Uvědomil si také, že určitou roli hrají kapesníky, které už na šňůře visí a jejich vzdálenost od tyčí. Ale evidentně si neuměl představit situaci na šňůře, o nápovědu nepožádal, nákres neprovedl. Obě uvedené vzdálenosti od tyčí sečetl (ignoroval fakt, že v jednom rozměru je započítán i kapesník) a odečetl od výsledku podíl délky tyče a rozměru kapesníku. V této fázi práce se zdál už značně nervózní, zdálo se nám, že není přesvědčen o správnosti svého řešení, ale neví, co s tím. Projevilo se to také, když jsme ho žádali o vysvětlení postupu, postupně zvyšoval hlas, některé výsledky vykřikl. Jeho poslední výpočet je zřejmě výsledkem emočního rozladění a touhy po dobrání se konce. Spočítal 190 - 9,5 = 9,5, ignoroval řády čísel, odmítl už dál pracovat. Paradoxně ho uklidnilo, že poslední výpočet vyšel stejný, jako ten první. Jak již bylo uvedeno výše, pracoval rychle, negativně reagoval, pokud si nebyl jist, nerad své postupy vysvětloval.

Aleš (17 minut 17 sekund) pracoval samostatně, začal tím, že si napsal, kolik měří šňůra a převedl si metry na centimetry. Zhruba po 7 minutách, kdy přemýšlel (nic nezapisoval), požádal o nápovědu, byla mu tedy poskytnuta podpora v podobě náčrtku šňůry, kde si popsal

jednotlivé vzdálenosti. Chvíli nad ním přemýšlel, udělal si třeba čárku na osu, ale posléze jakoby se rozhodl přejít údaje komplikující situaci (sousedčiny kapesníky) a vybral ze zadání jen základní údaje týkající se délky šňůry a délky kapesníku, to vypočítal, čímž došel k chybnému závěru. Po prosbě o vysvětlení uváděl: "Jo, takže šňůra má 3, 8 metru to převedeme na centimetry, to je 380 centimetrů, 380 děleno 40, to je ta dýlka toho kapesníku, což se rovná 9 a devět mínus 2. Dva proto, že tam má sousedka ty kapesníky, se rovná sedm." Po dotazu, zda toto je tedy konečný výsledek, řekl: "Takže maminka může pověsit 7 kapesníků na šňůru." V tom si byl velmi jistý, na další otázky reagoval tím, že skákal do řeči, vysvětloval, že to je přece jasné, je to vidět na postupu i na nákresu, na otázky, proč jsou tedy na nákresu čísla 150, 90, když se s nimi nepracuje nechtěl reagovat, jen uváděl, že je to proto, aby se to tam vešlo.

Agáta (14:49 minut) si pečlivě přepsala zadání (viz obrázek), včetně obrázku čtverce (kapesník) a údajů o umístění sousedčiných kapesníků. Chvíli jen seděla a přemýšlela, poté si převedla délku šňůry z metrů na centimetry, odečetla od toho rozměr dvou kapesníků a posléze vydělila číslo, které jí vyšlo, rozměrem kapesníku. Napsala písemnou odpověď a prohlásila: "Tak já to teda asi mám. Tak já jsem to teda vypočítala tak, že jsem si to 3,8 metrů převedla na 380 cm a jak tam byly potom ty dva kapesníky, tak jsem si potom udělala závorku 380 - (40 + 40) = 300, pak jsem si vlastně vypočítala 300 děleno 40 = 7 a tím mi teda vyšlo 7 a ještě jí kousek místa zbyde." Doptávali jsme se tedy, zda je to konečný výsledek, případně co znamenají ta čísla udávající vzdálenost od tyčí, odpověděla, že právě díky tomu nám tam nějaké místo zbyde, celé vysvětlování uzavřela tím, že tenhle příklad byl celkem jednoduchý. Evidentně měla pocit uspokojení, že ho zvládla. Jak je vidět, vůbec se nezabývala údaji o vzdálenosti kapesníků od tyčí, od celkové délky tyče odečetla dva již umístěné kapesníky a zbylý údaj vydělil rozměrem kapesníku. O nápovědu nepožádala, jak je vidět z obrázku, přepsala si zadání, ale neudělala si nákres.

Bruno (7 minut 33 sekund) si zpracovávání úlohy si nejprve nakreslil náčrtek šňůry, kde si zaznamenal vzdálenost kapesníku od levé tyče, kapsník, mezeru, druhý kapesník. Ten pak přeškrtal a nakreslil k pravé tyči kapesníky 3. Poté udělal několik dílčích výpočtů, pak nakreslil druhý náčrtek, kde šňůru rozdělil pomocí čárek podobně, jako to je na pravítku, napsal nad něj 130 cm, pod něj 6 a 9. Obrátil se na nás a řekl: "Takže mi vyšlo 9 a zbylo mi 20…., teoreticky bychom tam mohli mít 9,5 kapesníku…" Požádali jsme ho, aby konečný výsledek zakroužkoval a popsal svůj postup: "Teda pokud nechcem rozdělit nějakej napul a

neměly by se překrejvat, takže výsledek by mohl být 9 kapesníku. Když tam máme 380 cm a všechny mají 40 cm, tak jsem tedy těch 380 nebo-li 3,8 metru, tak jsem to vydělil 40, jako délkami těch kapesníku a to mi vyšlo 9,5 a aby měly mezi sebou místo, tak jsem tu polovinu odendal, aby mohly mít mezi sebou rozestup, aby se žádný nepřekrýval." I když na začátku udělal dokonce dva nákresy, zcela je při dalším postupu ignoroval, doptávali jsme se tedy, jak dospěl k dalším číslům, která se v zápise objevila, jako například součet 140 a 210, na to odpověděl: "No tam to jsem počítal, to je původní, to jsem pak už nepotřeboval, když mě napadlo, že to mužu vydělit…Nejdřív jsem to chtěl počítat postupně, ale vydělit to je mnohem jednodušší, tak jsem to tak udělal." Ptali jsme se také na druhý náčrtek, odpověď byla:

"Já sem si myslel, že to rozdělim po 10 centimetrech, abych to viděl, ale pak to nějak nešlo…"

Chlapec působil, jako kdyby se v určitou chvíli ztratil, počítal, kreslil náčrtek, ale pak zvolil jednoduchou strategii vydělit délku šňůry rozměrem kapesníku. I když si před tím pečlivě zapisoval mezery a dokonce si vypracoval druhý náčrt se šňůrou rozdělenou po 10 centimetrech, nepomohlo mu to. Mohl tomu přispět i fakt, že jednotlivé údaje nejsou proporčně rozmístěné (viz obrázek/příloha). Jakmile došel k názoru, že by mohl prostě jen vydělit délku šňůry rozměrem kapesníku, přestal uvažovat nad dalšími postupy a toto řešení přijal za své.

Bedřich (11 minut 50 sekund) si nejprve udělal náčrtek, který si celý popsal údaji, které měl k dispozici. Uvedl vzdálenost od levé tyče, kapesník, který visel u levé tyče a vzdálenost tyče a levého rohu kapesníku visícího u pravé tyče. Převedl si délku šňůry na centimetry a začal počítat. Pak najednou celý náčrtek vygumoval a začal počítat. Pokračoval v práci čísly, která měl k dispozici. Svůj postup pak popsal následujícím způsobem: "Tak ta šňůra je dlouhá 3, 8 metrů, tak jsem si to převedl na centimetry, což je 380 cm a pak jsem si odečet mínus 2 x 40, to jsou ty dva kapesníky od sousedky a to je 300, pak ten levý roh jednoho z těch kapesníků je o šedesát centimentrů dál a druhý je o 130, takže 130 - 40, protože tam je ten kapesník, takže levý roh je od pravé tyče 130 cm, takže si od toho musím odečíst těch 40 cm, to mi vyjde 90 cm, 300 - 60 - 90 je 150, ale pak tu 90 si musím ještě vydělit 40 cm, protože se do toho taky vejde kapesník, a pak jsem si ten zbytek, což je těch 150 cm vydělil 40, co mi vyjde 3. A 2 + 2 + 3 = 7." Doptávali jsme se, co znamenají jednotlivé sčítance,

odpověď zněla: “To jsou ty první dva kapesníky té sousedky, ty druhý dva jsou ty, co jsou v těch 90 cm a ty tři jsou v tý 150, takže konečný výsledek je 7 kapesníků.” Podle Bedřicha maminka tedy mohla pověsit na šňůru ještě sedm kapesníků, přičemž trochu místa jí ještě zbyde, ale tam se už žádný kapesník nevejde. Celkově se dá tedy říci, že dobře vypočítal místo na šňůře, které mu zbylo uprostřed a dále správně započítal i mezeru u pravé tyče. Neporadil si s mezerou u levé tyče a navíc započítal do příkladu i kapesníky, které už na šňůře visely, i když se měl zabývat jen tím, kolik kapesníků jde ještě pověsit.

Barbora (8 minut 57 sekund). Hlavním problémem druhé úlohy byly pro Barboru převody jednotek. Nakreslila se velmi pečlivý náčrtek, ale udělala chybu v převodu jednotek, kterou pak ještě znásobila tím, že některé rozměry měla správně v centimetrech a některé rozměry, které si převáděla posunula svou chybou do čísel jiného řádu. Pod náčrtek si opět velmi pečlivě zapisovala, kolik kapesníků se do daného rozměru může vejít, jejich součtem pak došla k číslu 92.

Její popis postupu vypadal následovně: **“**Mezi těma tyčema je tady 3,8 metru, to jsem si převedla na decimetry a potom na centimetry a to mi vyšlo 3800 cm. Potom jsem si rozdělila ty kapesníky mezi kterýma je kolik teda centimetru mezera, mezi tim prvním od toho prvního tak tam byla 60 cm mezera, takže tam se vejde jenom jeden kapesník, dohromady je to 100 cm i s tím sousedčiným kapesníkem. Potom ten druhej sousedčin kapesník, kterej je od pravýho 1300 cm daleko, tak tam se mi vejde 32 kapesníku, to dohromady dá 1340 cm, zbyde mi 2360 a do tý mezery se mi tam vejde 59 kapesníku, potom to sečtu a vyjde mi 92 kapesníku, že tam může pověsit.”

Doptávali jsme se ještě, jestli to je konečný výsledek, jestli to chce takto uzavřít, spokojeně odpověděla, že ano a za zadání zapsala odpověď, kterou podtrhla. Postup odpovídal navrhovanému řešení autorů úlohy, chybné převody způsobily špatné řešení. Zajímavé je, že jeden údaj vzdálenosti od tyče dívka nepřeváděla a druhý ano, zapsala to i do náčrtku, ale vůbec si toho nevšimla. Při dělení čísel “krátila” čísla tak, aby nemusela počítat s vyšším řádem čísel.

Cyril (10 minut 53 sekund) u tohoto příkladu nevyužil nápovědu. Od začátku pracoval s chybnou úvahou, kdy sčítal vzdálenost od levé tyče s kapesníkem. Pak k tomu přičetl vzdálenost od pravé tyče. Poté si nakreslil náčtrtek kapesníku a šňůry, ale přesto si neuvědomil, že by se do mezer mezi sousedčinými kapesníky mohly vejít kapesníky další.

Výsledek součtu vzdáleností kapesníků od tyčí a kapesníků odečetl od celkové délky šňůry, posléze to vydělil rozměrem kapesníku. V poslední uvedené početní operaci ještě udělal numerickou chybu, vyšel mu tedy výsledek lišící se v řádech, chyby si ale vůbec nevšiml. Svou práci popisoval: "Tady já si musím vypočítat, kolik je kapesník od té tyče, tedy k pravému rohu toho kapesníku, od toho druhého nemusím, protože tady je to spočítaný od pravého rohu k levé tyči." Pak se odmlčel a po chvíli uvedl: "Asi hotovo." Na pobídku vysvětlení postupu začal: "Takže řekl jsem si, nejdřív jsem si tedy vypočítal ten levý kapesník od levýho rohu, roh jednoho z těch kapesníků je 60 cm od levé tyče, takže kolik je to ta délka té volné nite i toho kapesníku, takže 60 + 40 = 100 cm, což je jeden metr, ten druhý kapesník to tam už je, to je 1,3, takže 1 + 1,3 = 2,3 metrů. Ale my víme, že celá ta šňůra je 3,8 metrů, takže 3,8 - 2,3 = 1,5 = 150 cm a nakonec sem zjistil, kolik kapesníků se tam vejde, 150 : 40 = 30 a ještě s nějakým zbytkem, ale ty kapesníky nemůžeme rozdělit, protože je nechceme rozstříhané, takže se tam vejde maximálně ještě 30 kapesníků… Doptávali jsme se ještě na náčtek kapesníku s rozměry a dostalo se nám následujícího odůvodnění: "Tohle je neznámá."

Čeněk (7 minut 35 sekund) U druhé úlohy si opět nejprve pečlivě přečetl zadání. Pak si nakreslil náčrtek od ruky, kde zakreslil dva kapesníky a všechny rozměry na šňůře, poté přidal i náčrtek kapesníku s rozměry. K náčrtku také spočítal, jak daleko je pravý roh kapesníku od pravé tyče. Pak spočítal kolik mu zbývá místa na šňůře a došel ke 3 metrům. Vypočítal 300:4 = 7, 555 a napsal, že maminka může pověsit maximálně 7 kapesníků. Zeptali jsme se, zda je to tedy konečný výsledek, podíval se na to a řekl: "No, nejsem si jistý, počkejte…" Nakreslil nový náčrtek podle pravítka, podíval se nahoru, přeškrtl součet volného místa a začal znovu, kolik kapesníků se mu vejte do jednotlivých mezer, to pak sečetl a napsal odpověď, že může pověsit 6 kapesníků. "Teď už by to mělo bejt správně," řekl. Zapsali jsme tedy čas a ptali jsme se na postup. "No, já jsem si nakreslil tu šňůru a pak jsem si spočítal, kolik místa mi zbývá dohromady. Když jsem to pak vydělil velikostí kapesníku, tak mi vyšlo něco přes 7. Ale pak jsem koukal, že je to blbost, protože, jak tam visej ty kapesníky, tak ty mezery jsou různě velký a někde mi zbyde místo. Takže jsem to škrtnul a spočítal jsem jenom ty mezery a to jsem sečet." Doptávali jsme se tedy, jak přesně spočítal "ty mezery". "No, já jsem viděl, že ta největší mezera je 150 cm a 150 děleno 40 jsou 3, pak je tam ta mezera u levý tyče, ta je 60 cm, takže tam se vejde jenom jeden kapesník a ta poslední mezera, to jsem si spočítal na začátku je 90 cm a tam se vejdou 2. Pak už to

bylo lehký, to jsem sečet 3 plus 1 plus 2, to je 6. Na otázku, jestli je s tím už takhle spokojený, řekl, že ano, že teď už to má správně. Jak je patrné z postupu i z popisu, chlapec nejprve řešil příklad tak, že prostě sečetl velikosti mezer na šňůře a vydělil výsledek rozměrem kapesníku. Sám svůj postup revidoval a došel ke správnému výsledku.

Cecílie (7 minut 33 sekund) Dívka počítala bez nápovědy, ale i přesto si automaticky udělala náčrtek. Označila si vzdálenosti od tyčí, ale nenakreslila si již pověšené kapesníky, což zřejmě nakonec vedlo k chybnému závěru. Všechny rozměry převedla nezvykle na decimetry. Pod náčrtek si zapsala rozměr kapesníků. Pak začala vypočítávat velikost sousedčiných kapesníků, zcela ignorovala informaci ze zadání, že sousedčiny kapesníky jsou stejné. Došla k závěru, že jeden sousedčin kapesník měří 9,5 decimetrů tím, že sečetla rozměry od tyčí a vydělila je dvěma. Opět to působilo, jakoby si ze zadání vybrala jen informace, které zapadaly do jejího konceptu. Poté odečetla rozměr 19 decimetrů od celkové délky šňůry, i když před tím při výpočtu rozměrů sousedčiných kapesníků už jednou tento údaj od délky šňůry odečítala. Dostala se opět k číslu 19 decimetrů, ty vydělila 4 kapesníky a uzavřela, že maminka může pověsit 4 kapesníky. Když jsme se jí doptávali, svůj postup přiměřeně popsala, o řešení nepochybovala: "Teda, já jsem si to nakresila a viděla jsem, že tam zbyde jenom málo místa. Takže jsem si musel vypočítat, kolik tam zabraly ty sousedčiny kapesníky. A když jsem ty mezery sečetla a vydělila dvěma, vyšlo mi, že jeden kapesník má 9,5 decimetru." Ptali jsme se také, proč převáděla všechny míry na decimetry, na to uvedla, že nechtěla počítat s velkými čísly, poté jsme chtěli, aby výklad dokončila, pokračovala: "A když se odečtou ty sousedčiný kapesníky od délky šňůry, vyjde zase 19, to je asi chyták, to sem pak vydeělila 4, jakože tím jak jsou velký maminčiny kapesníky a vyšlo mi 4. Teda celý čtyři, protože kus místa ještě zbyde, ale tam už se nic nevejde." Zde bylo zajímavé sledovat, jak pečlivě si vše zapisovala a zakreslovala, ale přitom ignorovala některé základní informace ze zadání. Čtení zadání proběhlo velmi rychle, hned začala zakreslovat, nezdálo se, že by pochybovala, k zadání se nevracela.

Úloha 3

Analýza třetí úlohy 6. třída/prima

Danou úlohu bylo možno pomocí nápovědy a nákresu na čtverečkovaný papír vyřešit pouze spočítáním čtverečků obsažených ve zakresleném tvaru. Jednalo se o nepravidelný tvar, ovšem i bez čtverečkovaného papíru šel příklad vyřešit tím, že byl obrazec rozdělen na dílčí

tvary a byl vypočítán jejich obsah. Jeden z tvarů sice nebyl pravidelný, ale odpovídal polovině čtverce, takže šlo jen o to si to uvědomit a počítat s polovinou obsahu. Klíčové se zdálo, aby si žáci nakreslili přesný náčrtek (nemusel být na čtverečkovaný papír) a přesně opsali vzdálenosti ze zadání. Zajímavý byl také poznatek, že pro několik žáků bylo důležité nakreslit si hvězdici světových stran, které se objevily v zadání, podle konzultace s učiteli prvního stupně, by žáci měli orientaci podle světových stran mít zvládnutou ve čtvrtém ročníku.

Adam (4 minuty 49 sekund) začal hned při čtení zadání příklad komentovat: "Sedm trpaslíků, no tohlensto definitivně nebudete věřit, sedm trpaslíků se postavilo do rohu…" Při polohlasném předčítání zadání hned začíná kreslit, odmítá nabízený čtverečkovaný papír. Je patrné, že ho zadání zaujalo, opakuje si jména trpaslíků a směje se jim, pak nákres přeškrtne a vysvětluje: "…o.k. zkusím to jednou, potřebuji světovou růžici." Je ujištěn, že si to může udělat, jak chce. "Sever, jih…25." Uvádí výsledek po prostém sečtení čísel z nákresu, jeho nákres působí chaoticky a je stranově převrácený. Je proto žádán, aby popsal svůj postup. "…čtyřřřřkuj, čtyřřřkuj, dva, řřřřřkuj, čtyřřřřci a kuj, možná 6, takže 6…" Začíná kreslit nový náčrt. "…jedna, dvaaa….Ty čísílka, to jsou metry a ty body, ty trpaslíci, je jich v totálu 7, počkej, jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest, Šmudla, Prófa, Rejpal, Štístko, Kejchal....ve skutečnosti je to takhle. Tohle teda neplatí. Ani náhodou… No, ty body jsou zastávky a ty čísílka jsou metry." Ujišťovali jsme se ještě, co znamená sloupec čísel v postupu: "No to je počítání toho výsledku." Výsledek je nečitelný, je tedy požádán, aby sdělil, co je výsledek. Neodpovídá, přímo píše velké 22 m a podtrhává: "A to je všechno!" Evidentně mu vyhovovalo, že si mohl nakreslit náčrt (paradoxně tuto možnost nevyužil u druhé úlohy), první nákres byl zmatečný, ztratil se ve světových stranách, přeškrtl ho, nakreslil si hvězdici se světovými stranami a pokračoval druhým nákresem. Ani ten sice nebyl zcela přesný, nicméně pak si pod sebe psal podle plánku jednotlivé vzdálenosti a po jejich sečtení došel k výsledku 25, při popisování postupu si všiml, že má ve sloupci jedno číslo 3 navíc, škrtl ho a udal konečný výsledek 22 metrů. Trochu problematické je také poslední číslo ve sloupci, které vypadá jako 6, ale bylo to číslo 5. Po vypočítání příkladu vypadal spokojeně, očividně by pokračoval dál. Byl přesvědčen o svém správném řešení. Ve svém postupu však nepracovala vůbec s faktem, že má počítat obsah. Počítal obvod prostým sečtením vzdáleností, které si zanesl do náčrtku. Náčrtek také nebyl přesný, první byl stranově převrácený, ve druhém se zmátl tím, že dvakrát zakreslil cestu od Rejpala ke Stydlínovi. Kde

vzal poslení číslo, které přičítal (vzdálenost od Dřímala ke Šmudlovi) a které není podle zadání známé, nebylo vyjasněno. Domnívali jsme se, že omlylem přičetl číslo trpaslíka, ale jejich čísla začal uvádět až v druhém nákresu a součet dělal už na základě prvního nákresu. Nabízí se tedy vysvětlení, že vzal poslední údaj o délce cesty a na místo neznámé si dosadil vzdálenost mezi čtvrtým a pátým trpaslíkem, která v jeho nákresu zhruba odpovídá. Jejich sečtením pak dostal poslední sčítanec.

Aleš (18 minut 20 sekund) si pozorně četl zadání, napsal si - trpaslíků = 7, poté začal v různých částech papíru dělat tečky, posléze je zase přeškrtával a začínal jinde, ve spodní části papíru si udělal náčrt kříže světových stran. Po nabídce nápovědy ji v 9. minutě využil. Dostal tedy čtverečkový papír s tím, že to může využít na nákres zahrady. Nejprve začal opět tečkami a jejich přeškrtáváním, poté začal pracovat na nákresu plánku zahrady, ovšem nerespektoval čtverečkový papír, body a čáry dělal uprostřed čtverečků, posléze si vytečkoval čtverečky uprostřed obrazce, avšak bez toho, aby se zabýval tím, jestli je čtvereček v obrazci celý nebo je tam jen jeho část. Na konec spočítal tečky uvnitř obrazce a uvedl odpověď 34 m2. V popisu postupu uváděl: "7 trpaslíků se rozmístilo do 7 rohů, to jsou ty puntíky. Čísílka jsou metry, začala od Šmudly, to byly 4 metry… No a pak mi vyšel výsledek 34 metrů čtverečních." Na otázku, z čeho mu vyšlo 34 odpověděl: " To jsem spočítal ty čtverečky, protože jeden čtvereček je jeden metr. Těma puntíkama to jsem si jenom přepočítával."

I zde působil tak, že je přesvědčen o správnosti svého řešení, nesnažil se to ověřit u administrátorky, vypadal, že je s výsledkem spokojený. Na čtverečkovém papíře byl jeho postup přesný podle navrženého řešení. Ovšem nerespektováním čar na papíře a tím, že dělal čáry uprostřed čtverečků a započítával obě půlky, dostal se ke špatnému řešení. Nemůžeme ale tvrdit, že věděl, jak má dojít ke správnému řešení, spíše se jednalo o pokusné řešení.

Agáta (11 minut 15 sekund). Dívka si potichu přečetla zadání, chvíli přemýšlela, zhruba po 3 minutách požádala o nápovědu. Dostala ji, stejně jako čtverečkovaný papír. Ten kupodivu vůbec nevyužila a začala dělat náčrty přímo na papír k zadání. Zajímavé bylo, že začala kreslit malé obrazce, posléze nakreslila větší, popsaný čísly a jmény trpaslíků a nakonec ještě jeden menší. Poté si obrazec rozdělila na dva menší a zapsala čísla délek stran a sečetla. Doplnila i písemnou odpověď. Pak uvedla: "Tak a mám to - já jsem to nejdřív moc nechápala, tak jsem si nakreslila ten obrázek, jak postupovala ta Sněhurka, dávala jsem si

tam i ty metry a pak jsem si vypočítala jakoby, protože to, co jsem si nakreslila byl takovej zajímavej obrazec, takže pak jsem si to rozdělila na obdélník a malej čtverec a vlastně to jsem si všechno vypočítala zvlášť a pak jsem to všechno jakoby sečetla a vyšel mi můj výslededek." Ptali jsme se tedy, který obrazec byl rozhodující a proč: "Tady ten větší a ten druhej je ten menší a ty čísílka jsou ty metry, když jsem je sečetla, vyšlo mi, že celá zahrada má 20 metrů čtverečních. Náčrtek, ze kterého vycházela neměl správný tvar, nezabývala se faktem, že na jedné straně obrazce byla délka dvou délek dohromady 5 metrů a na protilehlé straně jen 3 metry, dotvořila si tvar tak, aby když si obrazec rozdělí, tvořilo jí to dva jednoduché obrazce - obdélník a čtverec. Přitom v pomocných nákresech měla dva tvarem odpovídající obrazce, zajímavé je, že oba byly stranově převrácené než obrazec správný (podle světových stran). Je zde patrně škoda, že nevyužila čtverečkového papíru, který by mí mohl výrazně pomoci. Ve finále vlastně počítala obvod, ne obsah zahrady, ale to si také vůbec neuvědomila, se svou prací byla spokojena.

Bruno (7 minut 10 sekund) U druhé úlohy nevyužil, stejně jako u první, nápovědy. Je možné, že s přesným čtverečkovaným papírem by dopadl lépe, jelikož jeho postup byl založený na tom, že si nakreslil náčrtek, který rozdělil do čtverečků se stranou jeden metr a ty pak spočítal. Jelikož ale náčrt byl mírně nepřesný (což není překvapivé při kreslení od ruky), tak se nedobral přesného výsledku. Při řešení přidal ještě náčrtek Sněhurky v domečku. Když přestal pracovat, zeptali jsme se ho, zda už dospěl k výsledku. Odpověděl: "Jo, může to být něco mezi 20,9 metry až 21 metry čtverečnými." Dotazovali jsme se tedy, zda se jedná o konečný výsledek, řekl: "Ne, lepší je, že to může být od 20 metrů čtverečních do 21 metrů čtverečních." Žádali jsme tedy o popis postupu: "No udělal jsem si graf, tady je Šmudla a od něho šla 4 metry sem, 2 metry tam a dva metry tam a z toho tady byly vlastně 4 metry čtvereční, protože 2 a 2.... A tady a protože tady byly 4m čtvereční a 3m čtvereční, tak tady musely byt další 4 a tady zase jich bylo 12, protože 3 krát 4 je dvanáct."‟ Zajímalo nás, jak došel k metrům čtverečným, vysvětlil: "No, to sem si počítal, ale pak sem to počítat nemusel, protože sem si prostě spočítal ty malý čtverečky, který už jsou metry čtverečný.

Pak to byl právě ten problém, že tam ty čtverečky nejsou celý, proto sem tam musel dát 20 - 21." Ještě nás zajímalo, zda by to šlo nějak vypočítat, když tam ty čtverečky nejsou celé, jak uváděl. To rezolutně odmítl: "To právě nejde, protože to není přesnej obrazec, nejsou celý." Jak jsme již uvedli výše, domníváme se, že zde můžeme konstatovat, že chlapec věděl, jak postupovat, dokonce si i bez nápovědy zakleslil do obrazce síť. Nepřesnostmi se ale

nedostal ke správnému výsledku. Je také důležité uvést, že neuvažoval o žádném jiném postupu, sice jsme se ptali, zda by to nešlo nějak vypočítat, ale žádná jiná možnost ho nenapadla.

Bedřich (14 minut 13 sekund) při řešení třetí úlohy pracoval s náčrtem. Nejprve si zakreslil hvězdici světových stran, poté přidal poměrně precizní náčrt tvaru zahrady. Pečlivě si zapisoval nad jednotlivé strany vzdálenosti. Udělal si nad stranou svorku, zapsal vzdálenost, tu pak používal k částečným výpočtům. Započítal jednotlivé délky stran a došel k výsledku, ale šlo vlastně o obvod. Pak ale všechny postupné kroky a výpočty vygumoval a nechal si pouze náčrtek. Ten si rozdělil na čtverečky a počítal s nimi. Pak zapsal celkový výsledek 22 metrů čtverečných. Svůj postup popsal takto: " Nejdřív jsem si udělal náčrt, dal jsem si tam ty jednotky, pak jsem si spočítal, co je vlastně ta vzdálenost Dřímala ke Šmudlovi, pak jsem si tam udělal takovej, jako že jsem si to pak rozčtverečkoval, pak jsem ty čtverečky sečet a to vyšlo 22. To bylo celkem jednoduchý." I když to neprve vypadalo, že chlapec nepochopil rozdíl mezi obvodem a obsahem, posléze svůj postup korigoval. V provedení nákresu byl velmi precizní, naznačil si přerušovanou čarou obrazec tak, aby byl pravidelný, což mu pomohlo dospět ke správnému výsledku, aniž by využil vzoreček pro výpočet obsahu.

Barbora (20 minut 33 sekund) Opět začala pečlivým náčrtkem, který doplnila hvězdicí světových stran. Pak si napsala vzorec, ovšem bohužel pro obvod a začala počítat. Poté si řekla o nápovědu, dostala čtverečkový papír, na který překreslila obrazec. Zřejmě jí to pomohlo, protože pak do řešení doplnila náčrtek tužkou, kde si rozdělila vnitřek do menších částí, které pojmenovala písmeny a začala počítat jejich obsah. Přišla i na to, že neúplná část je polovina čtverce, tedy má poloviční obsah, chybu udělala u největší části. Výsledek jí tedy vyšel odlišně. Po vypracování popsala svůj postup takto: "Takže jsem šla po těch metrech, jak šla ta Sněhurka, udělalal jsem si náčrtek mapky, jak má vypadat zahrada, od toho Dřímala k Šmudlovi, tak to je vlastně... No takhle, když jsem si rozdělila ten nákres tý zahrady tak na dva čtverce, jeden obdélník a jeden trojúhelník, ten trojúhelník je o polovinu menší než ten čtverec jeden. To je ta chybějící strana jedna a takže jsem vypočítala možná obvod, teda obsah toho jednoho čtverce…" Ptali jsem se tedy, kolik jí to vyšlo, reagovala: "To mi vyšlo 4 metry čtverečný, to je áčko, béčko to je zase 4 metry čtverečný, protože to je to samý a cečko je o polovinu menší, takže 2 metry čtverečný a potom obsah toho obdélníku, což je 14 metrů čtverečných a sečetla jsem to a vyšlo mi 24 metrů čtverečných." Zajímalo nás, zda chyba vznikla početní chybou nebo zda chybně znovu počítala obvod, proto jsme se

doptávali, jak se dostala k číslům, která sčítala, reagovala: “Ten obsah? No to je 2 krát 2 a potom ten obdélník 3 krát 4 a vlastně potom to céčko, ten trojúhelník, to bylo 4 děleno 2, protože to je vlastně polovina. No a pak jsem to sečetla.” Z tohoto popisu tedy je jasné, že udělala jen početní chybu, věděla, jak postupovat a skutečně počítala se vzorcem pro obsah. Její postup je tedy možné zařadit mezi postupy odpovídající i přesto, že se nedostala ke správnému výsledku.

Cyril (17 minut 48 sekund) Sice hned na začátku označil příklad za jednoduchý, ale posléze, když si udělal náčrt, nebyl si jisý, jak naložit s nejkratší délkou. Zhruba v osmé minutě tedy využil nápovědy. Popisoval opět průběžně během práce: “To je jednoduché, když vezmeme, že tohle je 3+2, tak od Dřímala k Šmudlovi zbývá jeden metr. A teďka, takže tadyta čára vede takhle šikmo, protože je tady nebo spíš, je to jeden metr nebo dva metry, to je těžší, když je ta čára takhle šikmo, možná že jsou to dva metry nebo jeden? Takhle tak je to, když to uděláme takhle, tak je to jeden metr a tohle jsou dva metry.” Poté dostal možnost nápovědy, což také hned komentoval: “Čtverečkovaný papír, to mě nenapadlo, takže od začátku… Rekněme si, že každý jeden čtvereček je metr…. Tohle vypadá jako čtvrtina metru čtverečního a tohle jako tři čtvrtiny metru čtverečního. Kdybychom to dali takhle tak a takhle tak, tak by to mohl být jeden metr čtvereční, ...5, 6. Tohle jsme se ještě neučili vypočítávat obsah nepravidelných obrazců, jenom obvod, já jsem si tedy, jestli se tedy můžou spočítat ty čtverečky, ale to asi ne, už to mám,” vykřikl, “rozdělím si je na několik čtverečků, a takovýhle obdélník. A tady mám přehledně, takže obsahy jsme se učili, čtyři, ups, já jsem to udělal takhle, já mám v penálu gumovací pero, ale nevím, proč bych si ho vzal a teď obvod obdélníků a teďka to sečteme…” Hned pokračoval: “A mám to a teďka jenom zbývá to vysvětlit. Takže jsem tedy, já jsem si myslel, že je to stejně jako obvod, ale to je vedlejší, já jsem si to tady nakreslil na ten čtverečkovaný papír, ten krátký úsek, ten úsek mezi Dřímalem a Šmudlou, to vypadalo jako když překřížil jeden čtvereček tak to vypadalo jako čtvrtina metru čtverečního a ten druhý zase jako tři čtvrtiny, tak jsem si rozhodl, že je takhle spojím a udělám z toho jeden metr čtvereční, pak byl trochu těžší ten obsah. Ty zbylý strany, ty 4 metry na východ, pak tedy když, jsme se učili, že když jsou nepravidelné obrazce, tak já musím vypočítat obsah, tak si je můžeme rozdělit na několik pravidelných obrazců, takže jsem si to rozdělil na 2 čtverečky a jeden obdélník, označil jsem si je jako S1, S2 a S3 a když pak na to vezmeme ten malý čtvereček S1, který má stranu a o délce 2 metrů, takže je to 2 x 2, S 2 je trochu větší čtverec, strana a má 4 metry, takže 16 metrů čtverečních a S3 je

obdélník, má stranu a 3 metry a stranu b 1 metr a 3 x 1 jsou 3 metry čtvereční. Pak jsem je teda sečetl, takže celkem je to 4 + 16 + 3, jsem to tady dělal postupně, nejdřív jsem začal to 4 + 16, a pak jsem si přidal 3 i když to bylo jednoduchý a z toho mi vyšlo, že zahrádka má 23 metrů čtverečních." Ač nedošel ke správnému. výsledku, postupoval správně, pouze si jeden rozměr zapsal nesprávným číslem. Tvar zahrady si rozdělil na tři obrazce, na čtverečkovém papíře odvodil, že zkosená část vlastně obsahuje jeden čtvereček, když se složí. Výpočty si přiměřeně zapsal pomocí vzorečků na obsah. Zajímavé bylo rozdělení obrazce, který místo čtverce a dvou obdélníků rozdělil na dva čtverce a jeden obdélník. Neudržoval sice oční konkakt, ale neměl problém popisovat své postupy, naopak mluvil spíše více, popisoval průběžně, komentoval.

Čeněk (11 minut 32 sekund) postupoval tak, že nakreslil hvězdici světových stran, pak si narýsoval náčrtek zahrady, popsal jednotlivé vzdálenosti a nakreslený obrazec si rozdělil do čtyřech částí. Pak začal počítat obsahy jednotlivých částí. Všechny vypočítal, sečetl, napsal správnou odpověď. V okamžiku, kdy řekl, že je hotov, zeptali jsme se, zda je se svým řešením spokojen. Bohužel ho to zřejmě rozhodilo, protože začal příklad kontrolovat a měl pocit, že zapomněl přičíst výsledek jednoho obrazce, ovšem byl to jen dílčí výsledek, který si podtrhl, čehož si nevšiml, takže nakonec uvedl chybný výsledek. Ovšem bylo jasné, že příklad uměl spočítat, postupoval přesně, nápovědu nepotřeboval. Svůj postup přiměřeně popsal: "Nakreslil jsem si tady, jak ta zahrada vypadal, pak jsem si to popsal a rozdělil tak, abych to moh vypočítat… To je tady, pak sem to už jenom sečetl."

Cecílie (8 minut 12 sekund) začala tím, že si jako několik z jejích spolužáků nakreslila hvězdici světových stran. Nevyužila nápovědu, sama od sebe si udělala od ruky náčrtek na papír. Popsala si délky jednotlivých stran, dokonce i poslední úsek cesty, u něhož rozměr nebyl známý. Pak si rozdělila obrazec na 3 části a začala počítat obsah každé části zvlášť. Pro výpočet obsahu použila chybný vzorec, vypadalo to, jakoby se jí pomíchaly vzorce pro obvod a obsah, obsah totiž počítala tak, že násobila vždy rozměry všech čtyř stran, pak všechny výsledky obsahů sečetla a došla ke konečnému výsledku 216 metrů čtverečných. Za zmínku stojí také fakt, že poslední obrazec, který si vytvořila byl nepravidelný (přesně, jak to vyplývalo ze zadání), ale žákyně to absolutně ignorovala, prostě opět vynásobila délky všech stran obrazce. Při popisování postupu uvedla: "Tady bylo trochu těžký nakreslit ten obrázek, když tam byly ty světový strany, ale pak už to šlo, obsah jsme učili už minulý rok…" Základ řešení sice Cecílie pochopila, ale pracovala s chybným vzorcem, je možné,

že si chybně spojila vzorec pro obvod a obsah, početní operaci násobení však dosadila správně.

Úloha 4

Adam (1 minuta 59 sekund) začal předčítáním úlohy a obrátil se na asistentku, která byla testování přítomna: "… noooo, pani asistentko, udělal jsem to pod sebou, já ti to řeknu narovinu…Nooo a já vím jak počítat, takže tohleto je dvacítka, takže to číslo bylo 1709." Opět se doptáváme na postup a popis řešení. Následuje pouze shrnutí: "To je odpověď z toho zadání, já jsem je sečetl, bylo větší než to popletený." Řešil úlohu tím, že čísla na jedné straně pouze sečetl a napsal výsledek jako konečné číslo, ani na pobídku, zda je příklad s dosazením výsledku pravdivý, nereagoval, dopsal ale slovní odpověď, kde číslo uvedl. Dále se tím už nechtěl zabývat, nechtěl se k příkladu vracet, což potvrdil tím, že obě čísla, která byla podle něho výsledkem, dvakrát podtrhl.

Aleš (34 minut 1sekunda) si nejprve správně spočetl výsledek levé strany rovnice, který posléze odečetl od výsledku na pravé straně rovnice. Došel k číslu 303. To pak vydělil 5. Následně pokryl stránku výpočty, kde se nejdříve snažil přičíst ke všem číslům na levé straně 60, to mu nevyšlo, počítal tedy dál… Svou práci popisoval takto: "Já jsem si nejdřív vypočítal, kolik by se to mělo rovnat, to mi vyšlo 1709 aaaaa... potom jsem vlastně 2012, tak to jsem odečet 1709, vyšlo mi 303 a těch 303 jsem vydělil 5, jak tu pětku jsem získal, že je tam 5 čísel a to mi vyšlo 60 ANO aaa 60 tam asi nebyla, zkoušel jsem to přičíst a to mi nevyšlo." Doptáváme se tedy na další výpočty, odpovídá: " A ty ostatní, já jsem vlastně zkusil 100, jako jen tak jsem si tipnul a vyšlo mi to, ne vlastně, počkej, nevim, no tak to mi vyšlo 2109, což nemohlo, ty jo, jak to bylo?" Je nabádán, aby se v klidu podíval na ostatní výpočty, uklidní se, projde si znovu papír a pokračuje: "….Protože já, tady jak jsem to sečet, tu stovku, jak jsem to přidal, tak by mi mělo vyjít, ne, jo vlastně dobrý, ne, jo, tak mi to vyšlo o 3 čísla jakoby blbě, tak jsem to poto jen tak zkoušel a to mi vyšlo nijak. Takže ty další sloupečky jsou, že jsem to zkoušel s jinýma číslama. Tady jsem použil 3, jako, že to bylo o 3, tady to bylo...., to mám blbě, tady to nevím a tady to bylo s pětkou." Povzbuzujeme ho, aby prošel všechny výpočty: "… to jsem si jakoby, hmmm, to jsem si jenom porovnával, že když jsem stovku přičet, když jsem to vynásobil 5 tak to je 500, tak to je 505, tak jsem to zkoušel, aby to bylo 503 a kdyby to bylo 503, tak by to podle mě bylo o ty tři, takže by se to shodovalo, ale nepřišel jsem na to…." Na začátku postupoval tedy správně, ovšem

neuvědomil si, že když má přičítat k oběma stranám rovnice, tak stačí počítat jen 3 čísla, ne pět. Odhadem přišel až na správný výsledek, ale nepočítal s ním v příkladech, počítal pouze s číslem sto. Když zkoušel další čísla, zapomněl, že má příčítat číslo i k pravé straně rovnice, snažil se tedy dostat k původnímu výsledu 2012, což ho zmátlo. I když tedy odhadem došel ke správnému výsledku, nedokázal ho ověřit.

Agáta (4 minuty 24 sekund) Jak již bylo uvedeno v úvodní charakteristice, zdálo se, že v druhém sezení byla dívka méně naladěná, zaujatá pro práci. Působila, jako by chtěla mít již sezení za sebou. Během sezení bylo také pozorováno, že má silnou rýmu. U prvního příkladu nepožádala o nápovědu, nepřepisovala zadání (což u ní bylo obvyklé), začala hned počítat. V prvním kroku si spočítala součet čísel na levé straně rovnice, pak od tohoto výsledku začala odčítat číslo na pravé straně (mechanicky pod sebou), neuvědomila si, že číslo vpravo je větší, tedy to nemůže takto počítat, ale u výsledku si toho všimla, příklad přeškrtla a změnila pořadí čísel. Vyšlo jí číslo 303, které také napsala do písemné odpovědi. Na pobídku, zda je hotová, přikývla a začala vysvětlovat: "Já mám, já jsem si prvně sečetla levou stranu a pak jsem si dala 2012 mínus 1709 a vyšlo mi 303." Na otázku, proč sčítala právě tato čísla, odpověděla: "No, aby mi vyšel výsledek, abych dosáhla toho čísla, já si fakt myslím, že to mám dobře…" Snažili jsme se ji ještě vrátit k zadání s tím, že by si to tam mohla ověřit, ale nechtěla se tím už dále zabývat.

Bruno (3 minuty 38 sekund) počítal čísla pod sebou, pak vydal zvuk podobný chrochtání. Zeptali jsme se, zda už je hotov, odpověděl, že ano, chtěli jsme, aby začal popisovat, jeho reakce byla ta, že zakroužkoval číslo 202 a udělal k němu z obou stran šipky. Ptali jsme se tedy, zda se jedná o konečný výsledek, na to řekl: "K tomuhle máme přičíst 202, takže teď z toho vyjde 2012, takže asi jo…." Očividně si ale nebyl zcela jistý, proto jsme ho požádali o další popis: "Tak teda, aby fungoval jeden tak by to druhý číslo mělo být stejný? Protože jinak by zase nefungoval ten druhej… Takže jsem si sečet 550+460+460+340 to dává dohromady 1810 plus 202 rovná se 2012. Musíme připočíst 202… Sakra měl jsem si přinést svojí vodu…." Udělal chybu v přepisu čísel ze zadání, takže mu ani dílčí výsledek nevyšel. Celé jeho řešení bylo tedy sečtení levé strany rovnice a zjištění rozdílu mezi levou a pravou stranou rovnice. Stejně jako u předchozích úloh nebyl rád, když jsme se ho doptávali na postup, zdálo se, že je to především v situacích, kdy si sám nebyl jistý, že jeho řešení je správné.

Bedřich (4 minuty 46 sekund) si přečetl zadání, poté si ho přepsal do rovnice s neznámou x. Snažil se neznámou vypočítat tak, že od čísla 2012 odečetl součet levé strany rovnice ze zadání a výsledek vydělil čtyřmi. Dostal se tedy k rovnici x = 303:4, což mu vyšlo 75, 7575. Svůj postup popsal následovně: "Tak nejdřív jsem si sečet všechny ty čísla, to jsem vypočítal, to číslo, co mi vyšlo jsem odečet od 2012, co mi vyšlo a jsem pak vydělil 4 a vyšlo mi 75, 75 75 a takhle do nekonečna." Dotazovali jsme se, zda považuje výsledek za správný, zda to jde nějak ověřit, bez zaváhání odpověděl: "No to je právě problém, protože tam je to 75, 7575. Takže asi je to správně, ale to bych počítal hroně dlouho, když je to za čárkou do nekonečna." Daná úvaha je zajímavá, i když se nezakládá na pravdě, při spočítání podílu 303:4 se dostaneme k číslu 75, 75, které dál již nepokračuje. Chlapec se ani nepokusil svůj výsledek ověřit dosazením do původní rovnice. Tím, že si to přepsal na rovnici s neznámou a neznámou podle svého názoru vypočítal, už neměl potřebu se tím dále zabývat. Je možné, že Bedřicha ovlivnila látka probíraná v hodinách matematiky, ale evidentně s lineárními rovnicemi ještě neuměl moc pracovat.

Barbora (16 minut 27 sekund) Dívka postupovala očekávaným způsobem, kdy si sečetla levou stranu rovnice a odečetla ji od pravé strany rovnice. Dostala se tak k číslu 303. Poté začala toto číslo dělit 5 a přičítat výsledek, tedy 60 k jednotlivým členům rovnice, to jí nevycházelo (nepozastavila se nad tím, že jí vyšlo desetinné číslo). Tyto postupné výpočty vygumovala a ke každému číslu rovnice přičetla číslo 9 a znovu zkusila počítat, příklad ani nedopočítala a opět ho vygumovala. Napsala si znovu rovnici a přemýšlela. Pak přeškrtla i dílčí výpočty, díky kterým se dostala k číslu 303, ještě chvíli přemýšlela a rozhodla se řešení příkladu ukončit. Požádali jsme ji tedy o popis postupu. Oddechla si a uvedla: "Tak nejdřív jsem sečetla ty 4 čísla, ty první před tím rovná se, to jsem potom odečetla od těch 212, to mi vyšlo 303, ale to byla vlastně jako, to mě k ničemu nevedlo… Takže jsem se snažila, že jsem si napsala ty 4 čísla = 2012 a když mi ty 4 čísla daly 1709, tak jsem se snažila něco najít, aby to bylo stejný a přičetla to k tomu 2012, ale prostě nevím jak to udělat…" I když jsme se jí snažili povzbudit, říkala, že vůbec neví, jak dál. Když se jí příklad nedařilo vypočítat, zdála se být více a více nervózní, ale přesto ho několikrát přepočítávala, nemohla však přijít na to, jakým číslem má dílčí výsledek vydělit.

Cyril (21 minut 23 sekund) začal jako většina žáků součtem levé strany rovnice, ten pak odečetl od pravé strany rovnice a vydělil 5. Daný výsledek připočítával k jednotlivým členům levé strany rovnice, celé to sečetl, ale nedávalo mu to uspokojivý výsledek, takže

všechny výpočty přeškrtl. Vyžádal si nápovědu a začal znovu stejným postupem, tudíž se dostal ke stejnému výsledku. Komentoval to: “Tohle není možný, to nemá řešení…” Na rozdíl od prvního postupu přičetl číslo i k pravé části rovnice, pak ještě zkusil přičíst k číslům z levé strany rovnice jejich součet a v dalším příkladu také číslo z pravé strany rovnice (kde jen přidal za desetinnou čárku 6 desetin). Evidentně ho každý další výpočet frustroval, některé okamžitě přeškrtával, ale snažil se počítat znovu. Při druhém sezení se zdál unavený, často zíval, mačkal si oči, polehával po stole. Nedokážeme odhadnout, do jaké míry to mohlo ovlivnit jeho výsledky, ale únava byla patrná. U tohoto příkladu se mu nechtělo ani moc popisovat, na požádání odpověděl: “Spočítal jsem si, kolik je výsledek čísel vlevo, pak jsem to odečetl od toho napsanýho výsledu a vyšlo mi 303. Ale když jsem to vydělil a spočítal, tak to nikdy nevyšlo, to nemá řešení…”

Čeněk (21 minut 19 sekund) si nejprve přečetl zadání a začal psát přímo do něj. Nad zadanou rovnici si zapsal, jak by měl příklad vypadat, kdyby ho jen vypočetl, dostal se tedy k součtu levé strany. Pak postupoval jako velká část spolužáků, odečetl výsledek od čísla v pravo a dostal se k číslu 303. Pak si najednou zapsal příklad 213: 5=42,6. Číslo 42,6 začal připočítávat ke všem sčítancům z levé strany a celé to sečetl. Za chvíli příklad přeškrtl a zapsal do závorky (95 - 80), vedle toho pak pod sebe čísla 70, 75,85, 90, 95, 85, 90, 95, která postupně přeškrtával. Nejdřív jsme byli zmateni z toho, co na papír zapisoval, ale pak si přepsal příklad ze zadání s čísly, k nimž očividně přičetl číslo 85, to pak nad příklad také zapsal. Pochopili jsme tedy, že zkouší odhadem postupně čísla, kterými by se dostal k výsledku. Zapsal si ještě několik příkladů a nakonec napsal číslo 101, dvakrát ho podtrhl. Obrátil se na nás, ptali jsme se ho, zda je hotov, přikývl. Ptali jsme se tedy, jaké je řešení příkladu a jak postupoval. Zakroužkoval číslo 101 a rozvedl: “Já jsem moc nevěděl, jak to mám dělat. Nejdřív jsem se to snažil vypočítat, ale to mi moc nešlo, jenom jsem zjistil, že to číslo 42,6 je moc malý. Tak jsem pak začal zkoušet větší čísla, ty jsem si tady zapisoval, ale moc mi to nevycházelo. Když jsem pak přičítal číslo 100, tak už to bylo skoro správně, tak jsem zkusil 101 a to už mi vyšlo.” Je patrné, že postupoval metodou pokus - omyl. Ze svých prvních výpočtů zjistil rámcově, v jakých hodnotách by se měl pohybovat, poté postupně přidával. Dostal se tak až ke správnému výsledku.

Cecílie (16 minut 51 sekund) začala tím, že si přepsala zadání, pak si pod sebou sečetla čísla z levé strany rovnice (udělala početní chybu), to odečetla od pravé strany rovnice. Došla k tomu, že rozdíl je 103 (kvůli početní chybě), vydělila výsledek 4 (počet členů na levé straně

rovnice). Pak si udělala tabulku v záhlaví s čísly z levé strany rovnice a začala ke každému číslu přičítat svůj dílčí výsledek (i když jí vyšlo číslo se zbytkem). Na pravou stranu za tabulku pak uváděla výsledky, ke kterým se dostala přičtením čísla. Postupně čísla metodou pokus - omyl měnila a přičítala, nemohla se však dostat k požadovanému výsledku. "To není možný," poznamenala a znovu přepočítala levou stranu rovnice, čímž opravila dílčí výsledek, pak bezradně prohlížela své dílčí výpočty. K výsledku 103 nakonec udělala šipku a napsala k ní "rozdíl dvou příkladů (- a + výsledek)". Když jsme se jí na to doptávali, uvedla, že: "To je prostě plus mínus ten výsledek, kterej se musí nějak rozdělit, ale nevím, jak…" Ptali jsme se, jestli se něco změnil, když si opravila původní součet, řekla: "Aha, no ono to stejně nevychází, nevím, jak to rozdělit." Ve svých výpočtech sčítání pod sebou dělala opakovaně chyby, někdy je objevila, někdy nevyvádělo ji z konceptu, že součty nevycházely. Na úloze pracovala skoro 17 minut, stále dokola se snažila přičítat různá čísla, díky početní chybě se nedostala ani ke správnému dílčímu výsledku, po 15. minutě požádala o nápovědu, ale po jejím vyslechnutí jen zavrtěla hlavou a už se nikam neposouvala. K další kroku, že je třeba toto číslo vydělit 3, jelikož se dva členy rovnice vynulují, se vůbec nedostala.

Úloha 5

Adam (4 minuty 37 sekund) se pustil hned do dalšího příkladu: "…nono, je to samý sčítání a odčítání, taky na rovinu…více než...., více než Jirka a Jirka méně než Filip, hmmm udělal jsem, já jsem tu odpověď napsal kreatitivně, napsal jsem pod sebe jména a za nima čárky a konečně nějaká a konečně jejich a konečně skákací délky. Takže Saša měl 135 připravil jsem si všechny... Tady, tohlecto je trochu těžší a komplikovanější, no potřebuji nápovědu, je to moc komplikovaný, jediný číslo, který znám je ta 135." Po ujištění se, že chce nápovědu, mu byla poskytnuta, na což reagoval tím, že začal psát a popisovat: "Dodělám tydlencty nejdřív, dělal jsem všechna tahle čísla číslami, já ti to zase řeknu narovinu, ta nápověda pro mě nefungovala, nepomohla ani náhodou, opravdu…nevím, co dál… nevím, co zkoušet. Tyhlety příklady jsou porovnávání a tohleto jsou odpovědi, jediný, co vím, je tady ten Saša 135 cm. Vrrrrrrr, continue, continue, ale já chci pokračovat, je to úplnej paradox, další nápověda, prosím." Další nápověda ale v souladu se stejným přístupem ke všem žákům nedostal. Reagoval podrážděně: "Hmmmm, trrrr, opravdu to nejde, o.k. ukončuju to, s tímhletím si úplně nevím rady, nechci nic zkoušet!" Stejně jako u předchozích příkladů jsme se setkali s prudkou reakcí, pokud mu to nešlo. Adam je podle všeho přesvědčen, že mu matika jde (viz první úloha, kdy vykřikoval, že umí "máčulu"). V případě, že hned nevěděl,

jak postupovat, viditelně ho to stresovalo.

Aleš (16 minut 22 sekund) Zapsal si přesně zadání, ale nepokračoval tím, že by si to zakreslil. O nápovědu požádal po cca 4 minutách, pak si do výpočtů zapsal pod sebe +4; - 6 a - 7, dál očividně nevěděl, ale nad příkladem zůstal. Po 16 minutách se zeptal, zda už může skončit, že neví a popisoval: "Tak já jsem si vlastně udělal jenom zápis... Pak jsem jenom zkoušel, ale vůbec jsem nevěděl, jak to mám udělat… Psal jsem si, kdo skočil míň a kdo víc, ale vůbec jsem nevěděl. Nevím, jak dál…" Obdivuhodné bylo, že ač vůbec nevěděl, jak postupovat, snažil se hledat řešení. Opakovaně si četl zadání, kroužkoval čísla v zápisu, ale nikam dál se vlastně nedostal. Jak již bylo uvedeno, nenakreslil si náčrtek, neudělal žádné výpočty.

Agáta (6 minut 50 sekund) Úloha pro ni byla očividně příliš náročná, zapsala si pouze jména chlapců a u Saši uvedla údaj o délce. Po 4 minutách si řekla o nápovědu. Pak zapsala a), ale nic už nenásledovalo. Po dalších třech minutách chtěla práci ukončit. Uvedla: "No, já nevím, já jsem si vypsala jména, poznamenala jsem si je a pod Sašu jsem si napsala 135 cm a pak už jsem nevěděla, jak dál…" Na otázku, zda jí nějak pomohla nápověda, zda ji chce zopakovat, řekla: "Ne, je to moc těžký, já stejně nevím, jak dál…" Dívka si dle našeho názoru nedovedla převést údaje tak, aby seřadila délky skoků chlapců, ani nápověda jí nepomohla.

Bruno (4 minuty 41 sekund) Při posledním příkladu téměř nezapisoval výpočty, zapsal si jména hochů a přidával k nim čísla. Sám byl nespokojený, neměl pocit, že by úlohu zvládl, což také okomentoval: "Tady to mám špatně a vůbec to nechápu…" Požádali jsme ho, aby nám alespoň řekl, jak postupoval: "No tak nejvíc toho asi skočil Saša, tady bylo přesně v polovině mezi Míšou a Sašou, tak asi 67,5…" Doptávali jsme ho, jak se k danému číslu dostal: "No 135 děleno dvěma, takže Míša, to budu mít určitě špatně, Míša má asi 60,5…" Požádali jsme, zda by mohl podrobně popsat, jak se k číslům dostal: "No odečetl jsem prostě od 67,5 číslo 7. Petr pak bude mít 56,5, takže to je, počkat… Petra, to mám 56,5 Jirka to je 60 - 4 a k tomu jsem došel tak, že skočil o 2 cm více než Míša teda než Jirka a Jirka zase o ty 2 cm míň než Petr, ale nemá to cenu, určitě to budu mít blbě…" Bruno měl tendenci vzdát řešení, když si myslel, ze nemá příklad správně. Začal sice počítat, ale Filipův skok umístil do poloviny Sašova skoku, ne do poloviny mezi Sašou a Petrem, tím pak už nemohl dojít ke správnému řešení. Z jeho slov se ale dá vyvodit, že si byl vědom, že nepostupuje dobře, dle

našeho názoru si to uvědomil u Petra, kde mu nezapadaly všechny informace.

Bedřich (13 minut 14 sekund). Tato úloha byla zjevně nad jeho síly. I když u ní strávil mnoho času ve srovnání s ostatními úlohami, bylo vidět, že často neví, jak dál. Udělal si dva náčrtky, nejprve jeden od ruky, kde si uvedl vzdálenosti 125 až 145 centimetrů po 5 centrimetrech. Zapsal si také jména chlapců a doplnil tam informaci o Sašově skoku. Na náčrtku si kroužkoval nějaké vzdálenosti, ale nikam se neposouval, náčrtek tedy smazal a nakreslil jej znovu podle pravítka. Zakroužkoval délku Sašova skoku. Přidal ještě zápis P>J (pod to číslo 4), M>J (pod to číslo 6), M<F (pod to číslo 7). Snažil se zaznamenávat si také o kolik víc či méně skočili ostatní chlapci, ale nikam ho to nevedlo, posléze to tedy gumoval. Po 13 minutách řekl: "Nevím, chci to ukončit…"

Požádali jsme ho, jestli by mohl popsat svůj postup, na to uvedl: "Tak nejdřív jsem se snažil zaznamenat Sašu a ty ostatní podle těch informací, co tam jsou, to mi nešlo a pak jsem si porovnával nějaký délky a to mi taky nevyšlo a pak už jsem dál nevěděl…" Ptali jsme se tedy, zda chce nápovědu nebo víc času, na to odpověděl: "Já s tímhle příkladem opravdu vůbec nevím, nechci pokračovat, chci to ukončit…" Jeho rozhodnutí jsme respektovali, jak jsme všem žákům na začátku slíbili.

Barbora (24 minut 43 sekund) si namalovala osu, kam si zanesla zkratky jmen chlapců. Pak si popisovala o kolik jednotliví chlapci skočili více nebo méně. Pak si ještě udělala stupnici 0 - 15, kde si opět označila jména chlapců. Příklad nakonec zdárně vyřešila. Svůj postup popsala takto: "Takže jsem si nakreslila jako osu prakticky, začala jsem, že Jirka skočil míň než Petr, takže jsem vynechala 4 políčka a napsala J a P, potom Jirka skočil o 6 víc, takže jsem odpočítala od Jirky 6 a napsala jsem M jako Míša a Míša skočil o sedm víc než Filip, takže jsem mezi nima vynechala zase sedm políček…. No a potom, když jsem si napsala ty rozmezí mezi jednotlivýma chlapcema, tak mi vyšlo, že mezi Filipem a Petrem...Ne, Filipem a Petrem je 9 cm, takže od Filipa 9cm bude Saša, Saša má 135, takže mínus 9, takže Filip má 126….To už bylo lehký, protože potom mínus sedm a to bude mít Míša, takže 119, potom mínus 2, to má zase Petr, takže 117 a potom mínus 4, to má Jirka 113." Výsledky přehledně napsala nahoru pod zadání. Bylo patrné, že je pečlivá, zápisy byly přehledné a úhledné. U Barbory bylo zřejmé, jak je pro řešení úlohy důležité, aby žáci měli vizuální oporu v náčrtku jednotlivých vzdáleností a rozdílů

Cyril (14 minut 43 sekund). Po přečtení zadání začal Cyril tím, že si nakreslil náčrtek. Zdál

se velmi nepřehledný, ale při podrobném pohledu bylo vidět, že seřadil počáteční písmena jmen chlapců podle délky jejich skoků. Do míst pod ně si zapsal údaje o rozdílech skoků ze zadání. Pak spočítal, kolik bylo mezi Petrovým a Sašovým skokem, poznamenal si to i graficky. To mu umožnilo spočítat, kolik skočil Petr, no a pak už jen dopočítal ostatní chlapce. Nakonec vše přehledně zapsal (opět jen pomocí prvních písmen jmen chlapců). Svůj postup popsal takto: "Musel jsem si nakreslit, jak skákali, kdo nejmíň a tak. Pak už to bylo lehký…"

Čeněk (9 minut 55 sekund) po přečtení zadání nakreslil úsečku a do jejího středu zanesl bod, který popsal písmenem S a číslem 135 (tedy Sašův skok). Zřejmě ho to trochu zmátlo, začal pod to kreslit jednotlivé čárky, kde si prvními písmeny jmen hochů zaznamenával rozdíly mezi jejich skoky. Nicméně Filipův skok si poznamenal až za Sašovým (tedy jako by byl delší než Sašův). Vrátil se znovu k zadání a vedle nákresu si poznamenal J +4 P; J +6 M; P +2M. Zdálo se, že to mu velmi pomohlo, pak už si začal řadit za sebou písmena jmen chlapců s údaji rozdílu jejich skoků (od nejkratšího po nejdelší). Uvědomil si, že Petra a Filipa dělí 9 centimetrů, takže Sašu a Filipa musí také dělit 9 centimetru. Pak už jen připojil výpočty pro jednotlivé chlapce, začal výpočtem Filipova skoku na základě rozdílu od Saši a své výsledky přehledně pod sebe zapsal i se jmény chlapců. Požádali jsme ho o vysvětlení, na což reagoval takto: "No ze začátku to vypadalo, že je to těžký. Já jsem si nejdřív myslel, že ten Saša byl někde uprostřed. Tak jsem si to zkoušek tady těma obloučkama nakreslit, jak to bylo." Ptali jsme se dál, co mu pomohlo: "Já jsem si to znovu přečet a tady jsem si to napsal vždycky mezi těma klukama, no a tam už bylo vidět, že Saša musel skočit nejvíc. Tak sem si jenom musel vypočítat, kolik byl rozdíl mezi Petrem a Filipem, to bylo 9, no a pak sem tu 9 odečet od Saši, to byl Filip, no a pak už to šlo všechno." Ještě jsme se ujišťovali, zda je to konečný výsledek, Čeněk potvrdil, že ano, že na konci už to bylo jasné. Dá se říci, že náčrtek mu na začátku úplně nepomohl, důležité pro něj bylo zapsat si porovnání skoků chlapců, jak bylo uvedeno v nápovědě, ač ji nevyužil, takže na to přišel sám. Jakmile si poté seřadil chlapce podle délky skoků, směřoval neomylně ke správnému výsledku.

Cecílie (10 minut 28 sekund) si po přečtení zadání přepsala tak, že začala od Jirky, postupovala přes Míšu, Petra, Filipa a Sašu. U každého chlapce uvedla, jaká vzdálenost ho dělila od dalšího chlapce. Poté si nakreslila osu, na kterou postupně vynášela jména chlapců a vzdálenosti mezi nimi (zároveň vedle osy přikreslila 5 postaviček). Pokaždé když vynesla určitého chlapce, jeho jméno lehce přeškrtla ve svém zápisu. Pomocí náčrtku došla k tomu,

že mezi Petrem a Filipem je rozdíl 9 centimetrů, tedy nejprve počítala s číslem 7 (zapomněla připočítat dva centimetry od Míši k Petrovi), ale sama se hned opravila. Svou hru v tom mohl sehrát i fakt, že náčrt nebyl moc přehledný. Ale jak začala počítat jednotlivé skoky, udělala si pod náčrt další osu, kam už začala zapisovat jednotlivé výsledky chlapců, tím si všimla, že Filipův výsledek neodpovídá zadání a kontrolou prvního náčrtku chybu opravila. Komentovala to: "Aha, tady mám chybu, sem to zapomněla sečíst." Pak už jen přepsala výsledky do slovních odpovědí. Postup na vyžádání popisovala: "No, tady bylo důležitý se podívat, kdo skočil nejmíň, pak už se to jakoby dalo dobře vypočítat." Požádali jsme o podrobné vysvětlení: "Prostě jsem si pak napsala, jak to měli ti kluci mezi sebou, kdo skočil míň nebo víc než kdo, tady jsem si to nakreslila na tu přímku… A když jsem věděla tu půlku, tak už jsem to jen odčítala. Akorát jsem tady zapomněla přičíst tu dvojku, ale když jsem si to nahoře kontrolovala, tak jsem si toho všimla a bylo to." Cecílie postupovala přesvědčivě, nápovědu si nevyžádala, ptali jsme se jí také, proč si kreslila náčrtky, uvedla, že si to musela nakreslit, aby na někoho nezapomněla.

9. ročník

Úloha 1

David (3 minuty 21 sekund) hned na začátku začal komentovat zadání příkladu: "To mi vůbec nedává smysl…" Ubezpečili jsme ho, že víme, že úloha není lehká, povzbudili jsme ho k další práci. Předčítal si příklad nahlas: "V tramvaji je 300 cestujících, pokud je jich… To já nevím, proč tam v určitém okamžiku nezůstane zádný cestující… To mi vůbec nedává smysl, to vůbec nechápu." Pobídli jsme ho, aby si zkusi zadání přečíst vícekrát. Po chvilce čtení opět reagoval: "To vůbec nevím." Zeptali jsme se, zda chce nápovědu, souhlasil, poté si opakoval: "… o menším počtu cestujících, to vůbec nevím, jak mám uvažovat o menším počtu cestujících, já vůbec nevím, jak postupovat u těch slovních úloh. Nevím postup…" Tím vlastně chlapec řešení úlohy zakončil. Jak již bylo uvedeno výše, měli jsme i od paní učitelky informaci, že je to jeho běžná strategie. Pokud rovnou neví řešení nebo ho nenapadne hned postup, jeho volba je, že řekne, že neví.

Dominik (14 minut 12 sekund) si po přečtení zadání začal dělat zápis, pak ho přeškrtal, po chvíli (a novém přečtení zadání) si zapsal "Protože na 1 zastávce je více než 7 cestujících, tak vystoupí všichni." Pod to zapsal 300 cestujících a počítal 300:7, takže se začal dostávat k postupu. Pak napsal číslo 48 a větu "Měl by tam být 1 cestující, aby nikdo nevystoupil.

Posléze číslo 1 přeškrtal a řekl: “Já vím tu první, proč v jistý okamžik v tramvaji nezůstane žádný cestující, tak vono je v tý tramvaji víc než sedm cestujících, takže jich bude sedm vystupovat až do tý doby, než jich bude míň než sedm, a když jich tam bude míň než sedm, tak vlastně..... Já už nevím, jak jsem se dopočítal tady k tomu druhýmu... Pokud je v tramvaji míň než sedm cestujících, tak 5 nových cestujících přistoupí.... Takže nevím, jak dál…” Ačkoli začal dobře a domníváme se, že i došel k výsledku, když začal vysvětlovat, nebyl schopen postup znovu popsat. Zkusili jsme ho tedy navést tím, že jsme se znovu zeptali na postup. Na to reagoval: “Jo takže, oni teda budou vystupovat, dokud jich tam nebude míň než sedm, do tý doby a pokud jich bude méně než sedm, tak 5 přistoupí, no a takhle to bude pokračovat celou dobu…” Ptali jsme se tedy dál na výpočty na papíře, zdálo se, že mu to pomohlo, takže pokračoval: “No to mě napadlo, že 300:7, jakej by byl zbytek, kolik by jich teda vystoupilo… No a tady mi asi vyšlo, že po 48 zastávkách jich tam bude 0, takže a potom v tý době jich tam nastoupí 5, takže a zase jich tam vlastně, bylo jich tam nula v tom okamžiku, takže jich tam nastoupí 5, to bude 5, tak jich zase přistoupí 5, to bude 10 a to už jich tam je víc než sedm, takže zbudou 3 a takhle to bude pořád…. No a dále už nevím, no…” Zde vidíme, že tedy skutečně dospěl přiměřeně ke správnému výsledku, stále si však nebyl úplně jistý. Ptali jsme se, jestli existuje číslo, při kterém by se tramvaj nevyprázdnila. Dominikova odpověď byla: “No jeden. No, když tam bude 1 cestující, tak jich 5 přistoupí, je jich tam 6, zase jich 5 přistoupí, je jich tam 11, to už je víc než 7, takže jich 7 vystoupí, 11-7, to je... 4, jo 4, to je míň než sedm, takže jich 5 přistoupí, to je devět, zase jich sedm vystoupí, to je dva, zase jich 5 přistoupí, to je 7, ne to je blbost, ne to nemuže bejt jeden… No to asi nevim, chci skončit…” Dominik viditelně potřeboval oporu, i když byl schopen příklad vypočítat, posléze si nebyl jistý, jestli je to dobře, měl tendenci to vzdát, ale když jsme ho vrátili k tomu, co napsal a nechali si to popisovat, některé věci si znovu uvědomil .

ELIÁŠ (13 minut 32 sekund) byl jedním z žáků, kteří svou práci rovnou komentovali. Takže hned po přečtení zadání začal pracovat a zároveň popisovat svou práci: “Jenom zkusim něco, jo aha...Ne tak zkusim, jo….” “A může to být desetinné číslo nebo jenom celý číslo... Podle mě se vždycky vyprázdní... Fakt si s tím nejsem jistej, ale…” Vyzvali jsme ho, ať tedy své řešení napíše na papír, pokračoval: “Jenom, když je tam odpověď, tak by tam měl být i postup, proč to tak je, což právě úplně vysvětlit nedokážu... a ještě tu nápovědu jenom nebo já to nejdřív napíšu… “Počkat nikdy nevyprázdní, já jsem to teď možná bral trošku jinak, tak teďka zkusím ještě poslední ověření.” Vyzvali jsme ho, ať všechny své postupy píše na

papír, odvětil: “to je dobrý… Teda vyprázdní, ne jako vždy, ale po určité době, podle mě se tramvaj vyprázdní vždy po určité době... nooo, no dobře a tu nápovědu, jestli mi to pomůže…” Dostal nápovědu a reagoval: “Přesně to jsem právě zkusil, zkusil jsem to se třemi, s deseti, to je právě to, co jsem dělal a já myslel, že je to k ničemu, tak to ještě zkusím s 9, to je oblíbený číslo.... 9 - 7 + 5, 3, 5, 8, 1, 6, 11, 4, 9, 2 a 5 je sedm mínus 7 je nula. No vždycky to tak vyjde…” Upozornili jsme ho, že v zadání byla ještě jedna otázka, řekl: “No to jsem teďka řekl, no jak bych to.... Podle tohohle cyklu, to vyjde vždycky tak, že po určité době je prázdná, někdo to tak vymyslel tak, aby to vyšlo… “Zjistěte, kolik by mělo být na začátku v tramvaji cestujících, aby se tramvaj nikdy nevyprázdnila, podle mě to nejde, nakonec se vždycky vyprázdní… To mi trvalo skoro čtvrt hodiny, no to je pěkný…” Eliáš k řešení došel, na začátku sice kladl dotazy, které jsme si neuměli přesně zařadit do souvislostí (zda může být výsledek desetinné číslo), ale pak postupoval odpočítáváním, nedal se zmást číslem 300 a začal rovnou od nízkých čísel, nepochyboval o tom, že jeho řešení je správné.

Eda (14 minut 34 sekund) Chlapec si neprve udělal přepis zadání, pak si psal pod sebe čísla zastávek a počet vystupujících cestujících, postupně přepočítával a opravoval. Po 13 minutách využil nápovědu, popisovat začal až po dokončení: “Nejdřív jsem si teda řekl, postupně jsem si teda zapsal všechny ty zastávky a vyšlo mi, že u 15 zastávky bude v tramvaji 201 cestujících, 300 - 201 je 99, takže za 15 zastávek vystoupí 99 cestujících. Pak jsem počítal dál, takže na 30. zastávce bude 102 cestujících a na 45 budou cestující 3 na 46. cestujících osm, protože 3 je menší než 7, takže musím přičíst 5 cestujících. Pak jsem došel k číslu 1 a tam mi to přestalo vycházet, takže tam jsem musel uvažovat tak, že aby mi tato úloha vyšla, tak musí být v danou situaci cestujících 7, teda méně než sedm cestujících, takže jich tam musí být sedm, aby vystoupili a pak v tramvaji nebude žádný cestující…” Eda postupoval celou dobu vlastně dobře, ale pak se nechal zmást tím, že se dostal k nízkým číslům, kdy musel přičítat 5, a tak se zase dostal k většímu číslu. Neuvědomil si, že se ale postupně čísla zmenšují (i když si to psal na papír viz obrázek…), takže by mu bývalo stačilo, kdyby ještě chvilku pokračoval a dostal by se k číslu 7, o kterém správně uvažoval. Navíc udělal početní chybu, když u příkladu 11 - 7 vypočítal výsledek 3. S řešením si nevěděl už dál rady a napsal pouze odpověď, že na 15 zastávkách vystoupí 99 cestujících. Doptávali jsme se tedy na druhou otázku: “Já bych řekl, že v tramvaji by muselo být 301 cestujících, jsem vyšel z té své stupnice…” Dál už nebyl schopen osvětlit, jak ke svému závěru došel, zdálo se, že má pocit, že musí dospět k číslu 1 (tam podle něj přestal příklad

vycházet), takže 1 přidal k výchozímu číslu.

Eva (42 minut 40 sekund) po přečtení zadání začala rovnou počítat. Její zápis byl velmi chaotický (viz obrázek), psala si sloupečky mezivýpočtů, škrtala, kroužkovala, psala si poznámku "opakování", setrvala u úlohy velmi dlouho, počítala stále znovu dokola. Poté uvedla: "No nevychází to, furt se to tam bude opakovat…" Odpověď neuvedla, doptávali jsme se jí tedy, jestli příklad ukončuje, uvedla, že ano, že už s tím nic neudělá, požádali jsme tedy alespoň o popis: "No když si vždycky vystoupí, no na začátku je 300 a když si každou zastávku vystoupí 7, tak jsem 300 vydělila sedmi, to je 42, to je teda 42 zastávek, na kterejch si někdo vystoupí a potom zbyde 6 lidí takhle no a potom už zase 6 a 5 je 11, no a potom mínus sedm je 4 a 5 je devět, no a tak dále to jde až do nuly, no a to je asi to…" Postupovala přesně podle navrhovaného řešení, ale nebyli jsme si jisti, že si je vědoma toho, že příklad správně vyřešila, ptali jsme se tedy na další výpočty, které na papíře měla: "To byl pokus o to další, to já jsem jakoby dělala, kdyby se to připočtlo to je sedm, to nejde, protože to by bylo rovnou, potom 8, zbyde 1, pro jedničku to mám tady a vždycky jsem došla k nule a vždycky se to potom ke konci opakovalo, nula, dva, sedm, pět.... takhle…" Chtěli jsme vědět, zda může na základě svých výpočtů odpovědět na zadané otázky: "Nezůstane ani jeden cestující, protože postupně, jak se tam přičítá 7 a odečítá 5, tak postupně potom vyjde nula, nevím po kolika zastávkách, 6 + těch 42, jo takže po 48 zastávkách…" Když jsme se ptali na druhou otázku, odpověděla: "No přišla jsem na to, že vždycky dojdu k nule, takže asi ne…" Eva svůj postup dokázala vysvětlit, sice udělala v popisu chybu v tom, které číslo se přičítá a které se odečítá, ale šlo spíše o přeřeknutí. Nebyla si zřejmě jistá svými výsledky, proto příklad počítala několikrát, ale na závěr byla schopná přiměřeně odpovědět.

Filip (5 minut 13 sekund) byl jedním z žáků, kteří popisovali průběžně (této skutečnosti se budeme více věnovat v analýzách dat). Po přečtení zadání začal počítat, první výpočty přeškrtl, začal počítat dál a k tomu uváděl: "Tak jako, ono, tak tady jsem se teda dostal do nějakýho začarovanýho kruhu jako, vlastně jako tady jsem začínal na těch 300 cestujících, tak jako jich sedm vystoupí, takže 40x vystoupí sedm cestujících, pak ještě jednou, pak jestě jednou a to už se dostáváme pod tu hranici sedmi cestujících, jako na těch 6 a 6+5 je 11 a pak vystoupí 7 a zustanou 3, pak nastoupí 5 a pak to bude furt dokola, jestli to bude tak jak píšou, je to teda hrozná blbost, ale bude to furt dokola (udělal numerickou chybu v 11-7,"

čímž se zauzlil a přišel k výsledku, že se nikdy nevyprázdní), přesto kdyby počítal dál, musel by se k číslu 0 dostat. Pokračoval: "Upřímně mně to teda přijde jako blbost, protože se tam nemůžou ani fyzicky vejít, teda jako, možná do těch novejch, to možná jo, ale…" V okamžiku, kdy dospěl k názoru, že se tramvaj nevyprázdní, odklonil se od řešení a začal hledat logickou chybu v zadání. Když jsme ho vrátili k příkladu a chtěli jsme, aby svůj výsledek napsal, uvedl na papír následující odpověď "V tramvaji bude vždy určitý počet cestujících, nikdy se nevyprázdní, pokud na začátku bude 300 cestujících v tramvaji, nikdy se nevyprázdní. Filip postupoval dobře, nejprve si odečítal cestující po jedné zastávce, ale očividně mu to přišlo zdlouhavé, tak to přeškrtl a začal je počítat po 10 zastávkách, kdyby neudělal početní chybu v příkladu 11-7, dostal by se k řešení. Zmíněnou chybu ale bohužel udělal opakovaně, díky čemuž došel k názoru, že se tramvaj nemůže vyprázdnit.

Ferdinand (10 minut 56 sekund) se zdál být na začátku sezení nervózní, při počítání občas pokukoval, zda ho sledujeme. Řešení si krokoval, nejprve si zapsal 300 - 293….x. Pak vydělil 300:7, vyšlo mu 42,8, do dalšího kroku připsal "ponecháme 42 (desetiny akce se v reálném životě nedají provést", po chvíli to přeškrtl. V dalším kroku vytvořil zvláštní zlomek, došel k číslu 5 a začal s ním počítat tak, že přičítal a odečítal cestující podle zadání. Nakonec se dostal k nule. Pak oznámil: "Mám," a na výzvu začal popisovat: "Tak nejdřív jsem zjistil, že v tramvaji je 300 lidí, což je logicky víc než 7, abych zjistil, kolikrát se ta situace opakuje, potom jsem vynásobil 42,8 sedmi, abych zjistil, kolik lidí je v tramvaji a vyšlo mi 5, to je míň než sedm, takže přistoupí a to je 10, musí sedm vystoupit, to je tři, takže musí přistoupit a takhle až do nuly." Pochopili jsme tedy, že to, co jsme označili za zlomek, zlomek nebyl, ale šlo o zvláštní zápis násobení pod sebou. Ptali jsme se na odpovědi na otázky: "Tady mám zjistit, kolik by mělo být na začátku cestujících, aby se nikdy nevyprázdnila, tu první otázku jsem zodpověděl a to, aby se nevyprázdnila to potřebuje nějakou rovnici... Takže musí tam být alespoň jeden člověk, respektive 5 nebo 7, musí být víc než sedm, tak zkusím do rovnice dosadit osmičku… Já myslím, že tuhle část bych asi ukončil, to nejde, vždycky dojdu k nule." Ferdinand první část vypočítal správně, i když v mezikroku, kdy násobil počet zastávek počtem vystupujících cestujících, získal díky desetinnému číslu (jehož existenci v reálné situaci vyloučil) odlišné číslo cestujících, kteří v tramvaji zůstali. Stejně však došek k nule. Na druhou otázku odpověděl, že nakonec vždycky dojde k nule, když se snažil začít u čísla 8. Nebylo patrné přesně, jak k tomu došel, domníváme se, že si ve svých výpočtech všiml, že s číslem 8 už tam pracoval a skončil stejně

u nuly.

Františka (2 minuty 8 sekund) si přečetla zadání a hned začala vysvětlovat: “Já si myslím, že číslo 300 je dělitelný sedmi, takže v jeden okamžik tam určitě bude sedm cestujících a sedm vystoupí a tím pádem tam nebude žádný, takže asi tak…” Ptali jsme se, zda existuje nějaké číslo, při kterém by se tramvaj nevyprázdnila, odpověděla: “No asi jakýkoli číslo, který nebude dělitelný sedmi. Ale nejsem si jistá, jestli to platí u každého čísla, které nelze dělit sedmi, to jsem si spíš tak tipla…”

Ujistili jsme se ještě, že tedy platí, že se tramvaj vždy vyprázdní, dívka reagovala, že jen u čísel dělitelných 7 a napsala na papír odpověď, v níž zopakovala své vysvětlení, tedy že jelikož je 300 dělitelné 7, tramvaj se vždycky vyprázdní. Neudělala na papír jediný výpočet, neověřila si dělitelnost, o které mluvila. 300 není dělitelné 7, aby vyšlo celé číslo. Sice správně došla k tomu, že se tramvaj vždy vyprázdní, ale nebylo to možno ověřit podle postupu, stále opakovala svůj chybný závěr, vypadalo to, že má pocit, že je to lehké a jasné, což se odrazilo také na času řešní úlohy.

Úloha 2

David (5 minut, 59 sekund) četl rovnou nahlas zadání a po skončení prohlásil: “Já si myslím, že v pondělí Vendelína obsluhoval Šašík, no tak takhle si taky vůbec nejsem jistý, to vubec nevím, to vubec nevím…” Snažili jsme se ho udržet u úkolu a doptávali se, jak tedy došel k Šašíkovi, na což odpověděl: “No protože tady je napsáno, že v pondělí se mu tak cena liší o 20%… To já fakt nevím, já jsem zapomněl jak se tyto slovní úlohy počítají.” Ptali jsme se, zda by zkusil vypočítat alespoň, koli stál jeden koláček a jeden džbánek džusu. Odpověděl: “No napadá mě, že 3 koláčky stály 28 a džbánek stál taky 28… Ale teď mi to už vůbec nedává smysl, takovýhle slovní úlohy, to by sem musel mít v hlavě jaký se tam dávaj vzorky, jak se to počítá pod sebe krátí, dělí, prostě…” Zkoušeli jsme ho ujistit, že to určitě jde, ale opakoval: “Fakt nevím, fakt nechápu…” Dál už počítat nechtěl. Jak již bylo výše uvedeno, pokud neviděl řešení hned, nechtěl se řešením dále zabývat, často opakoval, že neví.

Dominik (19 minut, 57 sekund) si udělal stručný zápis, pak si napsal pondělí a začal počítat. Svými výpočty pokryl celou dostupnou plochu papíru. Dělal si postupně zápisy a výpočty, některé pak škrtal. Po 13 minutách požádal o nápovědu a po ní se znovu pustil do počítání. Dostal se až k výsledku, kdo v který den obsluhoval a k celkovým cenám za jednotlivé dny. Pak se na nás obrátil a zeptal se: “Mám to vysvětlovat?” Po ubezpečení, že ano, začal:

“Nejdřív jsem si vypočítal to pondělí a úterý a to mi vyšlo 160 a to je vlastně ta středa... A když jsem vypočítal i těch 20% jsem od toho odečet, tak stejnak mi to nevycházelo, ani kdybych k tomu ještě přičet tech 10, tak se mi zdálo, že nejlepší pro pondělí je ten Rašík, protože to je jenom to co sněd a vypil, takže tohleto mi asi takhle vyšlo, potom v úterý je Sašík. To jsem vypočetl tak, že jsem si udělal středu mínus pondělí, to mi vyšlo 56 a vlastně ten Rašík už není, tak kdybych k tomu přičet…”

Očividně se zarazil bylo vidět, že sám přesně neví, jak přesně postupoval. Chvilku přemýšlel a pokračoval: “Teď nevím, jak mi to předtím vycházelo…Nenene, jo vlastně je to pondělí, takže jsem si odečet to úterý a středu a to mi vyšlo 2,08 a to mi vyšlo divný, tak jsem si přičet 10 krejcárku a vyšlo mi 50, ale to zas, já už nevím, jak jsem k tomu přišel…” Začal sice postupovat správně, ale pak ho zmátla procenta, která odpočítával Sašík a peníze, které připočítával Pašík. Špatně si vypočítal procenta, dostal se k desetinným číslům, takže když měl své řešení popisovat, nevěděl přesně, odkud kam postupoval.

Pokračoval: “Nějak jsem si to vypočítal v hlavě, ale teď už mi to nějak nepřichází…” Doptávali jsme se tedy, na jednotlivé výpočty, kterými pokryl papír, odpověděl: “No to jsem se to snažil nějak vypočítat s tou nápovědou potom… Vyšlo mi taky nějak, že koláček stál 18,6 krejcárku a za jeden džbánek zaplatil 18,8 krejcárku.” Doptávali jsme se, jakým způsobem k tomu došel: “No že jsem si vzal pondělí a udělal jsem 56:3, to mi vyšlo 18,6, takže vlastně to je za jeden koláček a ten zbytek jsem si řek, že to musí být ten džbánek a když jsem si nazpátek udělal kontrolu, tak mi to vyšlo…” Zde bylo patrné, že nezpracoval celé zadání. Cenu koláčku vypočítal tím, že pondělní cenu vydělil 3 (tedy počtem objednaných koláčů), ale nezahrnul džus. Jeho zkouška pak vypadala tak, že výsledek vynásobil zpátky 3 a dostal se k číslu 55,8, které si zřejmě zaokrouhlil na 56. Cenu džusu pak vypočítal tak, že od 56 odečetl cenu 2 koláčů, v jeho výpočtech tedy 37,2 a došel k 18,8. Pak už to násobil podle zadání, ale i když mu to v jednotlivé dny nevycházelo, nezdálo se, že by to chápal jako problém. Prostě chvíli ještě počítal, a pak to uzavřel řešením, které si vybral. Tento příklad byl evidentně pro většinu žáků příliš těžký, ale Dominikův přístup, kdy vpodstatě ignoroval určité části zadání nebo výsledků vlastních výpočtů a vybral si výpočty, které mu vyhovovaly, byl určitě originální.

DITA (2 minuty, 31 sekund) opět přistupovala k řešení úlohy negativisticky. Zadání si přečetla a hned řekla: “Nevim tadytu druhou otázku.” Povzbuzovali jsme ji tedy, ať se zkusí

zaměřit alespoň na první otázku. Nenapsala nic, podívala se na úlohu a odpověděla: No jakože ten Rašík, Sašík ten dává 20% slevu a ten co ho obsluhoval, tak platil 56 korun a Rašík ten zase, jakože dává celou cenu a ve středu a ten další to je ten Pašík, ten jako vždycky dává navíc... Takže je to asi tak" Daná odpověď nás neuspokojila, ptali jsme se tedy dál, chtěli jsme přesně vědět, kdo obsluhoval v které dny. Dita (trochu neochotně) vzala tužku a začala psát do zadání, přičemž uvedla: "V pondělí Sašík, protože tam platil nejmíň, úterý Rašík a nejvíc bylo ve středu, takže Pašík." Jména prasátek napsala nad dny v týdnu v první otázce. Zajímalo nás ještě, zda by zkusila odpovědět na druhou otázku, řekla: "No to já právě nevím." Nabízeli jsme jí nápovědu, ale odmítla ji se slovy: "To je dobrý, já stejně nevím, jak bych počítala dál, radši zkusím další příklad." A práci na úloze ukončila.

ELIÁŠ (53 minut, 59 sekund) stejně jako u prvního příkladu začal již při čtení zadání komentovat: "Tak v hostinci obsluhují... no to je pěkný... To bych byl asi Rašík, Sašík ten je hodnej, ale to takhle nejde zas… No jo, podle toho musím zjistit, jak je to u těch ostatních právě, 3 koláčky a džbánek džusu a za to 56 krejcarů…" Po přečtení zadání začal hned zapisovat, označoval si jednotlivé neznámé, které pak používal v rovnicích. Svůj postup popisoval: "No tak, tak třeba označím si to jako neznámý, kupujou se tam jenom 2, koláčky a džbánek džusu... Takže neznámá bude jako kolik stojí koláček a to nevim, jo x, cena koláčku spíš a y bude cena džbánku džusu. No a tady podle toho se dá poznat, že 3 koláčky, takže 3 x a cena džbánku džusu y = 56, jo ale taky nesmím zapomínat, že to je vlastně u těch různejch jinak, takže musím ještě trochu jinak si to udělat, cena koláčku, ona není u všech stejná... Cena džbánku džusu, no a tahle, který byl ten první? Pašík, tady dám P jenom, R a S, takže xP, xR a Xs a tady bude yP, yR a yS." Prvotní úvaha byla správná, jenže takto sestavená rovnice ho nikam neposouvala. Sestavil tedy 3 rovnice pro každý den jednu, kde cena koláčku byla označena w s indexem 1 až 3 pro rozlišení prasátek a cena džusu byla y. Posléze začal dávat dohromady rovnice za všechny tři prasátka, tam ale začal mít problémy s indexy, jelikož tím pádem nemohl neznámé spojovat. Dostal se tedy k poměrně složitým rovnicím.

Ve svém popisu pokračoval stále dál: "A tady bude, nevím vlastně, kdo ho obsloužil ještě, jak to zjistím ale... Musím to tam zatím nechat takhle…"No, hm, hned v úterý snědl 5 koláčků, jo to je x, 3 džbánky džusu, jenom ještě nevím, co jak přesně bude, takhle mě jedna věc, no ještě uvidím. 8 koláčků, no to je jedlík teda... 8 x, 4 džbánky džusu, 112, jo? Hm. Tak zkusím jednu věc exklusiv... Třeba podle toho, takže x = 56 - y/3, no to právě pak budu

muset porovnat, já si to označím, když nevím kterej je kterej, tak si to označím 1, tady u těch obsluhoval ten samej, takže 1, no, no tady je x kolik, 5 x = 104 - y, no, no ale stejně, to asi nebude lehký…"

Tímto způsobem pracoval celkem dlouho, sestavoval složitější rovnice a stále komentoval: " A ta 3 tady to je blbý, ta to zhoršuje... Proboha, tohle teda taky vymejšlel někdo, zákeřně to vymyslel, teď jak to porovnat takhle, je to v podstatě jediný, jednu věc zkusím, nemůžu vědět, jestli to vyjde nebo ne, ale nic jinýho mě nenapadá. No počkat, to bych právě musel zjistit, kterej je kterej, to bych to pak mohl zvětšit a to by pak bylo už lepší... Když nevím, kterej z nich je největší stejně pořád zkusím ten můj způsob… Nejradši bych to vydělil 5, jenže 208 nevypadá na to, že by se dalo vydělit 5, leda bych tam udělal zlomek, ale to moc dobře nevypadá... Už se mi to sem nějak nevejde, tak si to převedu, no jo, jenže to mi moc nepomůže, kdyby tady nebyla ta 5 a tady ta 3, tak to by mi pomohlo mnohem víc, já jsem to chtěl porovnat, ale když nevím, kterej z nich je obsluhoval, takže nevím, který je největší a který je nejmenší... Zjistil jsem třeba, že u toho v pondělí je cena koláčku, že on teda, že ta cena jednoho koláčku je 208 děleno 5 - 3. Cena koláčku ten další den, jenže to mi moc teď nepomůže…"

Poté, zhruba po 22 minutách požádal o nápovědu, dostal ji a snažil se ji hned aplikovat: "No v pondělí a v úterý dohromady snědl 8 koláčků a 4 džbánky džusu a celkem za to zaplatil 160 krejcarů, že bych tohle nějak použil? No stejně nevím pořád... No sestavit rovnici z toho asi dokážu, ale podle mě..., no zkusím to, no ale pořád tam jsou 4 neznámý, že bych je něčím nahradil? Že bych tam dal tohle? To bych ještě musel vypočítat x 2. Jo aha, já už to chápu, já jsem podle toho zjistil, kolik je ten první k tomu druhýmu... Nenene, tohle dosadím, tím jsem to zjistil, no tím jsem to moh zjistit, je to to, co chci? Jen tam musím dát y ne x, no prostě zkusím ještě jednu věc… Je to docela velká rovnice, nevím, jestli se mi to povede spočítat, potřebuju další papír, nemáte náhodou papír… Kontrolujete, jestli se to pořád nahrává, no to je dobrý."

Dostal další papír, ale nedokázal se zastavit u nápovědy a uvažovat dál, snažil se informaci využít k tomu, aby ji opět hned převedl do rovnice. Zdálo se, že celou dobu vlastně hledá nějaký známý vzorec, který by mohl použít. Jeho zápis problému do rovnice byl správný, ale nesměřoval k řešení. Dále tedy pracoval a popisoval: "…y1 = 3 y2, no to je užitečnější, než jsem si myslel, už vím, jak jsou ty poměry, takže tam to teda nahradím, ale přece jenom

tam budou dvě neznámý a to nevím, jestli se to dá snadno vyřešit, i když zase tu mám ty jejich poměry a v tom případě tam bude jenom jedna neznámá.” Pak se komentář odchýlil od práce a Eliáš začal glosovat práci učitelů, že musí dlouho mluvit, že mu vysychá v puse, zdálo se, že popisuje svůj fyziologický stav (vysychání úst) a vztahuje to k něčemu, co se může týkat i nás, pak se na chvíli odmlčel a pak pokračoval: “No já nevím, jestli bych to byl schopen u těch dalších zjistit, to bych musel z toho zlomku udělat čísla, no já nevím, zkusím to. Ale to přece musí vycházet v celých číslech, já bych z toho musel udělat desetinné číslo, myslím, že bych šel na ten třetí úkol.”

Eliáš počítal, popisoval, škrtal, popisoval a náhle plynule v řeči uvedl, že chce přejít na další úkol. Jelikož jeho výpočty byly dost složité a také proto, že popis byl vlastně souvislý tok slov, v kterých jsme se špatně orientovali, požádali jsme ho, aby znovu popsal, k čemu došel. Reagoval ihned: “Nejdřív jsem si všechno definoval, každej den se ty ceny měnily, takže cenu koláčku jsem si označil podle prasátek x a džbánek byl y. No a potom jsem si tady počítal, x1 je cena koláčku první den, x2 se rovná cena koláčku druhý den a x 3 je cena koláčku třetí den… Zjistil jsem třeba, že cena koláčku v pondělí se rovná 56 - cena džbánku v pondělí lomeno 3, to jsem vypočítal z rovnice... A takhle jsem to udělal i u těch dalších... Nejdřív jsem zjistil, no co jsem to udělal? Jo vlastně jsem sestavil takovou divnou rovnici, jsem chtěl zjistit, kolik se jedno rovná proti druhýmu, chtěl jsem zjistit poměr.” Bylo jasné, že poměrem myslí, o kolik se lišila cena koláčku v různé dny, doufal, že podle toho zjistí, kdo kdy obsluhoval. Nicméně vůbec nepracoval s nápovědou, která ukazovala, že v pondělí a v úterý snědl Vendelín dohromady tolik co ve středu, ale cena se výrazně lišila. Zdálo se, že si neumí tu situaci vůbec představit a hledá vzorec, kam by vše dosadil a to vedlo k řešení. Své zpracování úlohy tedy uzavřel slovy: “Často mi nejde si věci zapamatovat najednou, často, když počítám (teďko teda ne) si to nepamatuju a musím to počítat pořád znova, tim toho asi moc nezjistím.”

EDA (23 minut, 28 sekund) si zapsal zadání, pak si udělal tabulku, kde uvedl, co si beránek objednal v jednotlivé dny a pak se pustil do různých výpočtů, kde zkoušel různé kombinace ceny koláčku a džusu. Po 7. minutě si řekl o nápovědu, tu si zapsal, ale nezdálo se, že by věděl, co s ní má dělat. Pokračoval dál ve výpočtech, spočetl, že v pondělí obsluhoval Pašík, ale na úterý přiřadil Rašíka a na středu Sašíka. Domníváme se, že správně usoudil, že Pašík

musí být v pondělí, jelikož byla útrata drahá a Sašík ve středu, jelikož tam byla poměrově nejlevnější. Ale už si neporadil s tím, že by v pondělí a v úterý mohla být obsluha stejná. Svůj postup popsal: "Kdo obsluhoval Vendelýna v pondělí, v úterý a ve středu? Tak v pondělí jsem napsal že Pašík, v úterý že Rašík a ve středu že Sašík." Doptávali jsme se, jak na to přišel: "Nejdřív jsem si takhle udělal tu tabulku a pak jsem se řídil podle tý nápovědy, že v pondělí + úterý rovná se středa, takže jsem došel k tomu názoru, že středa by byla nejvýhodnější, protože v pondělí by to stálo 160, tak jsem měl středu, pondělí a úterý, to jsem vyřešil tak, že jsem to tak různě zkoušel a jenom mi přišlo, že jsem to pondělí bylo nejdražší, takže to musel být ten Pašík...No a to s těma koláčkama a džusem, to jsem si taky tak zkoušel a nakonec mi vyšlo, že koláček stál 8 a džus 22."

Svým popisem potvrdil naší domněnku, jak postupoval. Co se týká ceny koláčku a džusu, snažil se opět odhadnout cenu zhruba tak, aby odpovídala. Zajímavé bylo, že mu vůbec nevadilo, že jeho výsledky odpovídají jen zhruba, i když si dělal kontrolu útraty po dosazení svých cen v jednotlivých dnech, což mu úplně nevycházelo.

EVA (19 minut 48 sekund) si udělala velmi stručný zápis pomocí prvních písmen jmen prasátek. Poté vypracovala tabulku, kde si zadání přehledně přepsala, poté už začala počítat. Dělala výpočty po celé ploše papíru, pak si dělala šipky mezi výpočty a tabulkou. Zhruba po 15 minutách se zarazila, přestala pracovat, zeptali jsme se jí tedy, zda chce nápovědu. Přitakala, ale když jsme jí nápovědu řekli, odpověděla: "To, co ve středu, na to už jsem přišla, mně se nějak podařilo vypočítat to první a to druhý už mi nejde…" Pak začala ukazovat na své výpočty: "Tohleto je jakoby kolik je jeden koláček a potom jeden džbánek, pak už nevim jak dál. Já jsem teda tadyto udělala tak, že: protože tadyto tady, když se sečte pondělí a úterý, tak by mělo vyjít číslo, který by mělo být 160 a protože je tady 112, tak se to muselo odečíst, takže tady byl Sašík. Takže ve středu měl bejt Sašík. Potom když by se od toho odečetlo, to už nevím, jak jsem udělala, ale prostě mi přišlo, že v úterý zaplatil mnohem víc než v pondělí, takže v úterý mu museli přidat 10 krejcaru, takže potom zbyl Rašík na pondělí, to bylo skoro jako 2x větší, což úplně nesedí." Opět se zde opakovala situace, že žákyně měla pocit, že musí obsluhovat všechna 3 prasátka. Správně odvodila, kdo obsluhoval ve středu, dále se odklonila od postupu, jelikož se snažila umístit obě zbývající prasátka. Pokračovala s tím, co jí vyšlo, nám to popsala takto: "No a když víme,

že v pondělí byl Rašík, tak se to může podle toho upravit, od úterý se odečte 10 a když se tohleto sečte, tak vyjde 150, no a potom, když se tohleto vydělí dvěma, protože 8:2 jsou 4, tak vyjdou 4 koláče, takže i cena se vydělí a to je sedmdesát pět krejcarů." Zde už vidíme, že další úvaha dívky vedla dívku k tomu, že pondělí a úterý dohromady, přičemž odečetla 10 krejcarů, které Pašík připočítával. Svůj postup pak popsala: "No a když se od středy odečte pondělí, jako 4 a 3 a 2 a 1, tak vyjde jeden koláček a jeden džbán a to je 19 krejcarů dohromady." K ceně jednotlivého koláčku a jednotlivého džbánku se už nedostala. U Evy se opakoval problém jako u ostatních žáků v tom, že zadání nikde neuvádělo, že je možné, aby jedno prasátko obsluhovalo ve dvou dnech a jedno prasátko neobsluhovalo vůbec. Evidentně to vedlo ke zmatení žáků, kteří si s tím pak neuměli poradit, i když na začátku postupovali správně, což byl právě případ Evy.

FILIP

Úloha 2 (10:34)

VÍŠ,JAK POČÍTAT

- jojojo.....

- tak fakt nevim, teda

NEVÍŠ, ANI S TOu NÁPOVĚDOu TEDA NEVÍŠ, JAK DÁL POČÍTAT

- nevim, nevim, takovyhle priklady, slovama, slovama naší třídní bysme tu byli do vánoc, takže jako

TAK MI ŘEKNI ASPON, COS TAM NAPSAL A PROČ

- tak jsem jako nakonec zkoušel spočítat, zkoušel jsem, jestli obsluhoval Pašík, tak jsem zkusil odečíst 10 těch krejcaru jako a jako pak jsem se v tom nějak zamotal

- pak jsem jako zkoušel kolik utratili v pondělí a v úterý a přišlo mi, že zaplatil 160 Eur, možná moment, moment, to by možná mohlo bejt..... Nevím vlastně

FERDINAND

Úloha 2 (11:38)

- mám tadyhle takový předpoklad, že v pondělí a v úterý by ho mohl obsluhovat Sašík a Rašík a druhý předpoklad je, že ted džus je dvakrát dražší než koláček, tak to zkusím

- to asi nechám takhle

TAK MI POPIŠ, CO JSI VYPOČÍTAL, CO SIS TO ZKOuŠEL

- tak, nejdřív jsem se podíval na cenu, jak by to tak mohlo vypadat, v pondělí si koupil 3 koláčky a džbánek džusu a zaplatil 56 krejcaru, ta cena mi přijde celkem dobrá, takže bych usuzoval, že by to mohl obsluhovat Sašík, no zase druhý den, úterý 104 krejcaru za 5 koláču a 3 džbánky, já si myslím, že by to mohla být taková normální cena a zaplatil za to 104, ve středu platil 112....

- tak já si myslím, že v tu středu ho obsluhoval Pašík nebo nevim...

- a nápověda je, kolik snědl v pondělí a v úterý dohromady, tak snědl 8 koláču, vypil 4 džbánky a zaplatil za to 160 krejcaru, tak já předpokládám, že v pondělí a v úterý ho mohli obsluhovat Pašík a Sašík a předpokládám, že džus je dvakrát dražší než koláč....

- takže jsem to zkoušel, ale bohužel mi to nešlo dosadit do rovnic, zkoušel jsem si to potom přes %, že mi vyšlo, že 50 a 60 je 110, ale on za ten jeden den zaplatil 112, což mi nevychází anebo 104, zkoušel jsem to tedy přes ty % odečíst, sleva výsledná 22 krejcaru, ale bohuzel neslo mi to

- už jsem nevěděl, jak dál

FRANTIŠKA

Úloha 2 (14:08)

ZKuS MI POPSAT, CO JSI ZVLÁDLA VYPOČÍTAT

- takže ta útrata za pondělí a úterý, přesto, že snědl a vypil tolik co ve středu, tak je vyšší, tímpádem ten nečestný je v pondělí nebo v úterý

- myslela jsem si, že ten nečestnej, te Sašík, že je asi v tu středu, ale když jsem dělala ty procenta, tak to nějak nevyšlo, takže nevím

TAKŽE SI NEJSI JISTÁ?

- vubec, jenom si myslím, že ten nepoctivej je buď v pondělí nebo v úterý

CO JSI POČÍTALA TADY V TÉ ČÁSTI?

- tady jsem jen sečetla, co snědl a tady jsem z těch 160 počítala procenta, ale to jsem ani nevěděla pořádně, co dělám

- a tu druhou otázku jsem vubec nevěděla, co dělat

Úloha 3

David (2 minuty, 42 sekund) pokračoval v podobném přístupu jako u předešlé úlohy. Nejprve si několikrát nahlas přečetl zadání, posléze prohlásil: "Nevím postup…" Snažili jsme se ho tedy přesvědčit, aby alespoň zkusil uvažovat, jak by postupoval, co by mu mohla pomoci, ale na to jen reagoval: "Kdyby mě něco napadlo, tak by to byla blbost a to nemá smysl to napsat," potéuž nechtěl pokračovat a řešení příkladu ukončil.

Dominik (4 minuty, 38 sekund) začal tím, že si na papír nakreslil náčrtek dvou kvádrů, pod ně udělal svorku a napsal 300 litrů. Pak si zapsal zápis pro výpočet jedné nádrže. Napsal si, že celkem v ním bylo 150 litrů, ignoroval informaci, že jedna nádrž má o 50 litrů vody více než druhá, spočítal si jedno procento ze 150 litrů, načež vypočítal 62,5 procenta a vyšlo mu, že v první nádrži je 93,75 litrů. Pod to přidala výpočet pro druhou nádrž, kde připočítal 50 litrů (ačkoli s tím před tím nepočítal) a uvedl, že druhá nádrž má 143,50 litrů. Výsledky podtrhl a řekl: "No to ty obsahy už nevím." Požádali jsme ho tedy o popis toho, co vyřešil. Začal vysvětlovat: Tak tady jsem si napsal těch 300 litrů, takže každá má 150, takže vypočítal jsem si tu první, 1% bylo 0,15, takže 62,5% x 0,15. To mi vyšlo 93,75 litrů, to je ta první nádrž a ta druhá, že v ní bylo o 50 litrů více, takže k tomu jsem si jen přičetl těch 50 a vyšlo mi 143,75 litrů." Pak ještě dodal: "A ty míry už nevím." Ptali jsme se tedy, zda chce ještě pracovat, zda bude provádět kontrolu (vůbec si totiž nezkontroloval, zda mají skutečně jeho nádrže podle výsledků dohromady 300 litrů vody). Na to opáčil: "Ne to už nevím." Chlapec vybíral ze zadání jen určité informace, některé ignoroval. V náčrtku nakreslil dva kvádry, kde základnou byl obdélník a čtverce tvořily čelní a zadní stranu. Nevyznačil si výšku ani nic dalšího, co by mu mohlo pomoci. Automaticky pracoval s tím, že rozdělil objem vody na polovinu a informaci, že v jedné nádrži bylo o 50 litrů víc přešel, nicméně ji poté zařadil do dalších výpočtů. Své výpočty neověřoval. Zdálo se, že měl pocit, že postupuje správně, v okamžiku, kdy nevěděl, jak postupovat dál, příklad ukončil

Dita (1 minuta 52 sekund) si přečetla zadání a ihned reagovala: "Fakt nevím." Což opakovala, i když jsme se jí snažili povzdbudit, nabízeli jí, ať si zkusí situaci v úloze nakreslit, ať zkusí alespoň něco vypočítat. Pokračovala ve svém negativistickém přístupu (na který už upozorňovala i její učitelka), ještě třikrát zopakovala, že fakt neví, na náš pokyn napsala na papír "nevím" a řešení příkladu ukončila.

Eliáš (36 minut 6 sekund) věnoval zhruba 3 minuty čtení zadání, pravděpodobně si ho četl opakovaně. Poté začal hned komentovat : “No tak budou to teda kvádry asi, jinak by ta voda netvořila přesnou krychli, obě dvě jsou stejný, jenom mají jinej ten objem… Objem je V, velký nebo malý, teď nevím, velký jsou volty, ne? No voni ty jednotky byvaji podobny, tak to bude V.” Napsal si zápis a neustále popisoval svůj postup: “V1 + V2 se rovná 300 litru, v první nádrži byla voda, no jak bych to napsal... Jo, V, totiž je objem, tzn. jak to napsat? A co ta druhá, ale ani jedna nebyla plná vlastně, tak to budu muset ještě jinak napsat…” Škrtnul první zápis a zapsal si

Vn = Vn1 = Vn2. “No a co s tím dál, teda... Jo a teďka ještě voda 62,5%, jenže to bude zase v metrech krychlových… A objem vody ve druhé se rovná objem vody v první nádrži plus 50 litrů. No to budu muset převíst, ale já nevím, jak se to převádělo, litry na metry krychlový. Jak to zjistit, myslím, že jeden dcl byl m3, ne? Nebo možná, že dcl byl cm3 nebo ještě jinak, litr byl asi cm3 a ml byl ml3, no tak musím to risknout…” Podobným způsobem pokračoval dál, nebyl si jistý postupem, ale na papír generoval vzorečky. Napsal si, že Vv1 = Vn x 62,5/ 100

- to dneska na ten oběd půjdu asi pozdě, no a to jsem chtěl jít ještě za síťovým technikem, on mi dává starý součástky do počítače, které můžu potřebovat... Samozřejmě tajně, ale on už je nepotřebuje.... Stejně ale říkal, ať to nikomu neříkám, mojí kamarádce jsem to říkal a ona: "Cože, to bych taky chtěla.." Ona má totiž taky starej počítač, ona tam má Linux, ne Windows...

- hm.... v první nádrži voda, takže V1 = Vn1, takže Vn, protože u obou je to stejný lomeno 100 x 62,5a nedá se to nějak jinak napsat?

- jo, takže takhle přímo, ale nejsem si jistej...

- no jo vlastně to je to samý jako kdybych to vynásobil, ten hořejšek a teď dál, ahaaaa, vim, kolik je to takto, v obou 300 l vody, takže Vl1 + 2 = 300, co kdybych to tam dole dosadil, zkusim to....

- Vv2 = Vn x 62,5/100 + 50, to je objem vody

- V1 - Vv2 + 50 = ..., ne, jo takhle, to tady nemuzu použít...

EDA (čas 9:42)

- takže nejdřív jsem si tady zapsal ten zápis, pak jsem si řek, že teda ta druhá nádrž musí mít

o 50 litru vic, takže 62,5% plus 3sedm,5% musí být dohromady 300 litru. 50 litru tam bylo v ty nadrzi...

- tak jsem si musel počítat 250 litru je 100 procent, jsem si musel vypočítat 62,5%, což je 156,25 l, litry jsem si převedl na dm3 a potom jsem si už jenom určil litry

- jo oni jsou vlastně stejně velké, jo takhle,už vim

- takže ty nádrže budou mít, jedna bude mít, bude vysoká 1,56 m a druhá bude 1,03 m a v ní ještě bude těch 50 litru....

EVA (čas 32:02)

- no já jsem nejdřím rozdělila těch 300 litru na 150 a 150... A potom jsem těch 50 udělalla 25+ a 25-, to mi vyšlo, kolik je vody v těch nádržích a to mi vyšlo 125 a 1sedmdesát5 litru a potom jsem tady spočítala objem a z toho jsem spočítala jednu stranu, je to krychle, takže 5 dm je tady všude a když jsou stejný, tak tady bude taky 5 a taky 5 a teďka...Asi jsem udělala něco blbě, protože když je takhle ta krychle tak to je 125 a ještě těch 50 litru, což je nevím jaká část a já jsem myslela, že když je ještě těch 150, že je to jedna čtvrtina, takže děleno 4, to je jako 6,2 ..... No není to tak, ale myslela jsem si to

- ono je 50 a potom ještě 125 litru, takže z těch 5 bych musela spočítat šestina a pak přičíst k těm 5 dm...

FILIP (čas 5:42)

- pan Celer, ty vado, soudruh Celer (pak pokračuje ve čtení zadání)

- takže na rozměry jsem tady vlastně nepřišel, ale přišel jsem vlastně jako na ten, na obsah těch nádrží, tak jako, jestli vám to teda pomuže

- takže v té první nádrži je 18sedm,5 TO JSI VYNÁSOBIL 3? Jo to jsem těch 62,5% vynásobil 3 a to je jedno procento a pak mi to vyšlo a k tomu jsem přičetl 50 a to mi vyšlo 23sedm,5 litru a to je ta druhá nádrž, tak jestli vám to teda pomuže

TAK SI JEŠTĚ PROSÍM PŘEČTI Tu OTÁZKu, NA CO MÁŠ ODPOVĚDĚT

- jak to vlastně myslíte s těma rozměrama NO ROZMĚRY TÝ NÁDRŽE, JESTLI TO DOKÁŽEŠ VYPOČÍTAT

- já se teda omlouvám, ale převody objemu jsme naposled brali v primě nebo v sekundě a to si tedy nějak nepamatuju

JÁ TĚ KLIDNĚ JEŠTĚ NECHÁM PRACOVAT

- tak já něco ještě zkusim

- asi ne, to jsem něco zkoušel, já fakt nevím

FERDINAND (čas 18:2sedm)

- nedostal jsem se k výsledku, kolik litru v každé nádrži je...

- 125 je 5 na 3 a tvořilo to krychli....

- dno má rozměry 5x5 metru, pockat....

- nicméně jsem vypočítal, kolik je tam litru

- ježíš, já jsem to zase zapomněl popisovat

- tak měl jsem 2 stejné nádrže, dohromady 300 litru vody

- tak nejdřív jsem si udělal rovnici, do které jsem si dosadil jako proměnou x a v druhé o 50 litru více

- takže x+x+50= 300, 2x+50=300 litru, převedeme na druhou stranu, takže 2x=250, x=125 litru

- taže v první je 125 litru a v druhe je 1sedmdesát5 litru

- zjistil jsem, že 125 je 5 na 3, z toho usuzuju, že 5x5 je ta podstava toho a víc bohužel nemužu spočítat

FRANTIŠKA (čas 14:23)

- pokud měl dohromady 300 litru vody a v druhe mel o 50 litru vice, nez v prvni, tak v první nádrži muselo být 125 l a v druhé 1sedmdesát5 l, což se převede na dm3 a to se vypočítá třetí odmocnina ze 125, protože to je čtverec a to je 50 cm a pak nám tady zbyde tadyta věc, což je kvádr, jehož objem je 50 l, což je 50 dm3, to se vypočítá axbxc a jelikož víme, že a i b je 5, tak to je 25 a když vydělíme 50:25, tak to je 2 dm, takže tohle je 2 dm a tohle je 25 cm a tohle je teda sedmdesát centimetru

Úloha 4

DAVID (čas 1:39)

- nevím, nevím kolik pokoju obsadila ta skupina a jaká byla cena za jeden den

DOMINIK (čas 5:34)

- mám to i sečíst, jako kolik dohromady?

HM

- jo, mám to

- takže máme 30 členu a tady se píše, že obsadili stejný počet dvojluzkových a čtyřlužkových pokoju, tak jsem si z nich odečet čtyři, tak jsem si odečet jednu čárku a takhle jsem šel dál a střídal jsem to s dvěma a takhle jsem pokračoval, až jsem došel k nule a vyšlo mi 5 a 5

- no a pak jsem si vypočítal tu cenu, jakože 1 luzko na 4-luzkovym stoji... poctak to mam špatně

- no tak jsem si teď teda vypočítal 800x500, to mi vyšlo 4000 jenom za ty 4-luzka a pak jsem si to sečet a vyšlo mi sedm tisíc

DITA (čas 2:39)

- no tak jako že je tam 30 lidí, tak jsem to vypočítala jako 4 x 30... asi

VIDÍM, ŽE TAM MÁŠ DESÍTKu

- no jako 10 pokoju obsadili

A JAK JSI K TOMu DOŠLA?

- no násobením 4, jako že já to neumím vysvětlit, jako jsem dělala násobilku 4, než jsem přišla do 30, jo... A tam jsem dospěla k číslu 10

A u TY BÉČKOVÝ OTÁZKY?

- no to nevím, jak jsem to dělala? No jako je to 200 a 200 x deset (to je ten počet pokoju)....

ELIÁŠ (čas 9:33)

- no je to že do ubytovna přijela skupina... Jo ahaaa, stejný počet, to v tompřípadě znamená, no jo ale do jedný se jich vejde víc a do jedný míň

- takže to můžu klidně vypočítat, takže 30 = x.4 + x.2, ale nebude každej 15, kdyby bylo v každým pokoji jinej nábytek a bylo tam stejně postelí, tak by bylo v každym pokoji 15, ale takhle, tak to zkusím takhle spočítat. Vyšlo mi, že každej ten pokoj obsadilo 5 lidí z tý skupiny, počkat, to je divný, 5 x 2 je 10 a 20 je třicet, tak co je to, já nevím, co je to to číslo

5, no 5 je vlastně, že oba dva pokoje obsadilo 5 skupin a u jednoho pokoje to obsadilo pět skupin, který měly každá dva lidi jako a u druhýho 4. Takže první pokoj, kolik pokojů skupina obsadila, jo, to je vlastně ten počet pokojů, teda...

- dohromady teda 10, jak to mám teda napsat...

- tohle jsou pokoje 1 a pokoje dva, jo

- a tím pádem 1 = 5 a 2 = 5

- a teď ještě tu cenu ubytování pro celou skupinu, tak to je 5 x 2 je 10 a ještě krát 300, protože to je ta cena pokoje... A ten druhej je 5 x 4 x 200, cože, ten čtyřlůžkovej stál míň, to se divím, jo to je v korunách za jedno lůzko.... Já myslel, že to je cena za ten pokoj, ježíš, to teda, to nějakej mizera vymejšlel...

- aby zmát ještě schválně... Jsem si nejdřív myslel, že se to má vypočítat jinak a počítal jsem to vlastně správně, takže kdyby tam nebylo to šmejdský, tak jsem to měl vlastně špatně... Protože jsem to počítal tímhle typem... No, jo, to by se to totiž nenásobilo tou dvojkou, to by byla cena za pokoj, takže je to teda přece jen takhle... Takže ten pokoj, co měl dvě lůžka navíc, tak to lůžko stálo o 200 míň, to je zvláštní stejně, takže cena byla dohromady 7000 Kč

- tady u tý rovnice to je značka, že si mám obrátit strany, to jsem si vymyslel, to já si dělám takovýhle značky, ale stejně učitelka říkala, že nic takovýho neexistuje...

EDA (7:38)

takže nejprve jsem si udělal rovnici, x lidí má dvojlužkový pokoj a 30-x lidí pujde na 4 lužkový pokoj

- 30 je z duvodu, protože skupina má 30 lidí a x je nějaké jakékoli číslo, tak se to bude rovnat. Tady jsem si sestavil rovnici kterou jsem si vypočítal, ale bohužel mi to nevyšlo, tak jsem si to potom ruzne zkoušel a nakonec jsem se dopracoval k tomu, že lidi obsadí 5 dvojlužkovych a 5 čtyřlužkových

A TA OTÁZKA B

- to už bylo jednodušší, když jsem už věděl kolik je těch pokoju, 5x 300 a 5x200 a vyšlo mi 3500,-

EVA (čas 5:21)

- tak já jsem si to nedřív přečetla a nejdřív jsem se podívala na ten dvojluzkovej a ctyřlužkovej jsem si dosadila čísla, jak by to mohlo vyjít, nejdřív jsem zkusila 4 a to mi nevyšlo, tak jsem zkusila 5, ta mi vyšla jako 20 a 10 a potom jsem k tomu zkusila vymyslet trochu rovnici, jako že 30 lidí na dvojluzkovem je x na čtyřlužkovém je taky x, ale na dvojluzkovem jsou 2x jako 2 lidi, na 4 lužkovém jsou 4x jako 4 lidi a potom jsem to sečetla, to se rovná 30, jako...6x = 30 a to mi vyšlo jako že to se rovná 5, takže mi to vyšlo a potvrdilo se to jako s tím, tak to mi vychází

- takže bylo 5 čtyřlžkovejch a 5 dvojlužkovejch plně zaplněnejch

- a potom kolik museli zaplatit, na tom 4 lužkovym bylo 20 lidí, takže 20 x 200, to je 4000 a na dvojlužkovym bylo 10 lidí, to je 10 x 300 a to je 3000, takže dohromady to je sedm tisít a to je to, kolik měli dohromady zaplatit...

FILIP (6:02)

-takže já jsem si teda jako puvodně říkal, že cesta od startu k první zastávce měří 80 metru, tak vlastně jsem si vlastně spočítal, že to má vzdálenost 4 čtverečku a tak že vlastně tady ta vzdálenost od dvojky k jedničce jsou 4 čtverečky, takže taky 80 metru

- a ta dvojka, jo tady to mám blbě

- takže jsem si vlastně spočítal, že obsah plochy celého... to je nějaká strašná blbost, ne? Vlastně mi vyšlo, že obsah té plochy je 256 kilometru2, což asi, tak já to vzdávám

POPIŠ MI, JAK JSI POSTuPOVAL

- já jsem vlastně, jako obsah určitého území se vlastně počítá jako vynásobením stran, délky stran, takže jsem si tady sečetl 80 a 80 a 40 a 40 tady a vyšlo mi 256000 m2

FERDINAND (čas 2:06)

- do ubytovny přijela 30-ti člená skupina a obsadila stejný počet 4lužkovych a stejny počet 2lužkovych

- tak jsem se snažil si těch 30 nějak rozdělit na ty poloviny a vyšlo, že 2lužkovych a 4lužkovych si objednaji 5, což je 10 dohromady a 30 lidí

- a výsledná cena se potom odehrává, že je 5 dvojlužkových pokoju, takže 5x300, to je 1500 a 5 čtyřlužkových pokoju a to je 5x200, to je 1000, takže dohromady 2500

FRANTIŠKA (čas 6:58)

- to ačko jsem si víceméně tipla, vlastně mi to bylo jako hned jasný, tak jsem to zkusila zduvodnit, ale nevím, jestli je to dobrý zduvodnění

NO A KOLIK TI TO TEDA VYŠLO

- no 10 pokoju, 5 x 4luzko, 5x 2luzko, no a pak teda 200 x 20, to je čtyřlužkovej a 300 x 10, to je dvojluzkovej a to mi vyšlo sedm tisíc

Úloha 5

DAVID

Úloha 2 (1:33)

- to taky nevím

DOMINIK (3:38)

- no to nevím, ani to béčko nevím

TAK MI TO ZKuS POPSAT

-tadyta část měří 80 metru, tak jsem si vypočítal 80:4 a vyšlo mi 20 metru, takže ten čtvereček má 20 metru, takže tady to nejspíš vychází 80, ale dál nevím

- jako spíš jsem si tipnul i u toho Ačka a u Béčka nevím

DITA (minuta**)**

- já to nechápu, asi to chci ukončit

ELIÁŠ (čas 10:58)

- to je dobrý teda... 80.... Cesta od startu měří 80 metru. Když je tohle 80 metru, tak polovina ty cesty bude 40 metru a čtvrtina 20... To znamená, že tahle vzdálenost, tady ta dékla toho čtverečku, co tady je bude 20 metrů a to se pak dá snadno vypočítat...

- mezi první a druho...20, 40, 60, 80, kjo tak takhle to teda bude....Hele, takže mezi první a druhou je 80, hm sakra, no to je našikmo, jak to vypočítati, jo hele, to je něco jako uhlopříčka, ale vlastně by se to dalo i Pythagorovou větou vypočítat tohle... No tím pádem, když si chci vypočítat, to už jsem říkal, že je to 20. Vypadá to jako čtvereček, takže má 20 na jedný i na druhý... No a v tom případě c2 je ta největší strana. Protože ty jejich obsahy se rovnaj, to je

zajímavý, že na to přišel takhle... Ten Pythagoras, že ty jejich součny mocnin těch, co to je, těch dvou odvěsen se rovnaj přeponě. To samozřejmě ještě pak musí odmocnit. No a jedna strana to bude 20,40,60,80 stejně jako tady...80 metru, 80 na druhou, leda že bych to převedl na jiný třeba na dm, to bych vlastně moh... Tak 64+ty jo to je ta jedna a tady ještě 3, 20,40,60.... Takže 6, ne 6x6 36 a dohromady je to.... 100, hele to je zvláštní teda, 64, jo, no, vypadá to, že jo. Odmocnina ze sta c2=100 a c=10 a to je v dm a to se rovná 100 metru

- to znamená, že délka cesty, no tady je ta délka teda... Píšu to tady....

JEŠTĚ MI ŘEKNI, JAK SIS TADY DOSADIL DO VZOREČKu, KDES TO VZAL, TY ČÍSLA

- no to jsou ty strany, protože tohle beru jako trojúhelník, pravoúhlej, no a tady když mám trojúhelník tak podle Pythagorovy věty tahle strana, mocnina týhle strany a mocnina týhle strany, když je sečtete, tak vyjde mocnina týdlectý strany... TAkže když to pak odmocnim, tak mi vyjde tahle vzdálenost...

- obsah plochy obrazce ohraničeného vyhlídkovou cestou, no tak to se vlastně taky dá, hodně z toho samýho, když už vím tuhle vzdálenost, tak se z toho zase, jo, obsah, tak to radši nechám v těch metrech... Obsah tohohle se rovná... Tohle budu mít jako obdélník a tohle jako trojúhelník... Tady si takhle ještě přidělám čáru, jo? A ten obdélník, S1 budu mít ten trojúhelník třeba a S2 bude obdélník. Obsah trojúhelníku je axva, tzn. strana x výška na tu stranu, takže to muže být ta strana, ta je totiž kolmá, narozdíl od těžnice, ta jde také do protilehlého bodu, ale do jejího středu, nemusí bejt kolmá...

- no a tady, co tam napsat, jo ještě tady napíšu, že obdélníku, to je jednodušší, to je jedna strana x druhá a teď to ještě vypočítati

- takže S1 mám teda ten trojúhelník, jenom abyste to věděla, kterej obsah je kterej...

- takže a x va, kde mám stanu a, ta má kolik, to je ta, co má 60 a tahle má 80 stejně jako ta puvodní, deleno 2, se to rovná 2400 m, to je obsah tohohle trojúhelníku a ještě ten druhej, to je zase jedna strana x druhá, takže 20 x 40.

- no a S, jo S se rovná součet těch dvou, takže to bude 2400 + 800, jo 3200 asi, 3200 m je teda obsah tohohle sup, sup, sup

EDA (čas 6 minut)

- takže já jsem si tady udělal tady ten velkem obdélník, pomocí Pythagorovy věty, tady je napsaný, že 80 měří odsaď, takže každej čtvereček má 20 m, tak jsem si udělal pravoúhlej trojúhelník a pomocí Pythagorovy věty jsem to vypočítal, tu přeponu a to mi vyšlo 100 metru

- a druho otázku, nejdřív jsem si spočítal všechny dohromady, ty čtverečky, který jsou celý a pak jsem tady vyšel z toho, že vždycky k sobě pasujou dva, který jsou jenom zpulky nebo jako ne uplne zpulky, ale prostě k sobě pasujou, takže dohromady udělaj jeden celej

TAKŽE TAKHLES TO JAKOBY SEČET

- takže to bude 5x20 + 3x20 a bude to 160 m2

EVA (čas 3sedm:56)

- tohle se mi moc nepovedlo, takže ta první strana asi moc neplatí, mužu začít tím druhým?

- jakože jsem si takhle dokreslila trojúhelník a vzala jsem si takhle strany, vypočítala jsem si obsah...

- no a potom jsem od toho ještě musela odečíst tu část, kterou jsem si tam přivymyslela, to jsem udělala tak, že když cesta do prvního cíle je 80 metru a jsou tam jakoby 4 čtverečky, tak jeden čtvereček je 20 metru a spočítala jsem si jako obsah toho jednoho čtverečku a to mi vyšlo 400 metru a nahoře je ještě jeden takovej trojúhelníček, tak jsem si to vydělila 2 a to je 200 metru a musím odečíst 2 čtverce a jeden trojúhelník a to je dohromady 500 metru, tak jsem od 4000 odečetla 500 a to mi vyšlo 3500 m, takže to by měl bejt obsah toho ohraničenýho...

- no a potom to A, to je ta cesta, délka cesty, to jsem puvodně počítala na tý druhý straně jako s tím delším, tím větším a potom jsem si ho zmenšila a právě že jsem to počítala s tím menším a právě jsem si to jenom dosadila, jenom trochu jinak ty čísla, že c zustalo pořád stejný, akorát že b se zmenšilo na 80 z puvodních 100, no a to jsem spočítala přes Pythagorovu větu a2+b2=c2 a to jsem poupravila podle těch stran a vyšlo mi, že ta trasa by měla bejt 101,4 nevím jak moc je to přesné, protože jsem to počítala docela dlouho bez kalkulačky ty odmocniny

FILIP (6:02)

-takže já jsem si teda jako puvodně říkal, že cesta od startu k první zastávce měří 80 metru, tak vlastně jsem si vlastně spočítal, že to má vzdálenost 4 čtverečku a tak že vlastně tady ta vzdálenost od dvojky k jedničce jsou 4 čtverečky, takže taky 80 metru

- a ta dvojka, jo tady to mám blbě

- takže jsem si vlastně spočítal, že obsah plochy celého... to je nějaká strašná blbost, ne? Vlastně mi vyšlo, že obsah té plochy je 256 kilometru2, což asi, tak já to vzdávám

POPIŠ MI, JAK JSI POSTuPOVAL

- já jsem vlastně, jako obsah určitého území se vlastně počítá jako vynásobením stran, délky stran, takže jsem si tady sečetl 80 a 80 a 40 a 40 tady a vyšlo mi 256000 m2

FERDINAND (3:49)

- zjistil jsem, že cesta od startu k první zastávce měří 80 metru, je to teda ne té čtvercové síti a těch polí je tam 4, nebo-li jedno pole má stranu 20cm

- zjstil jsem si ty délky jednotlivých stran a zjistil jsem, že ten výběžek se dá překlopit tak, aby vzniknul obdélník a když obdélník má obvod 2x a+b, obsah té plochy je 3200 m2 a snažil jsem se vypočítat tu vzdálenost mezi zastávkami

- tak jsem sečetl ty strany 180, to jsem odečetl od 320 a vyšlo mi 140 metru

FRANTIŠKA (9:24)

- strana jednoho ctverce je 20 metru, tu jednicku jsem vypočítala podle Pythagorovy věty, myslím si, že to jde nějak jednodušejc, no ale nevim a to mi vyšlo, že je to 100 m

- no a pak jsem si vypočítala obsah jednoho z těch čtverečku, což je 400 a celkem je tam 8 čtverečku, takže 8 x 400 a to je 3200 metru2

Úloha 6

DAVID

Úloha 3 (1:13)

- jo, já nevím, co bych k tomu ještě napsal, zakroužkoval jsem sedmdesát dva, to je 9x8

DOMINIK

Úloha 3 (3:13)

- jsem si nakreslil ten kruh a tady bylo 9/8 Kamiliny rychlosti, takže jsem si ten kruh rozdělil na 8 částí a vždycky, když oběhnul jedno kolo, tak jsem to posunul o jedno a vyšlo mi devět, protože 2 je blbost...

DITA

Úloha 3 (0:38)

- to jsem si jenom tipla, nevím, jak jsem k tomu došla...

VYBARALA ODPOVĚD C, TEDY 8

ELIÁŠ

Úloha 3 (16:56)

- Klokan 2013, to se nedivím, že je to z Klokana, to jsou totiž její oblíbený úlohy, takhovýhle....

- ono je vpodstatě jedno, jestli ve směru hodinových ručiček nebo obráceně, protože ta rychlost by byla stejná, ale jde právě spíš o to, kolikrát oběhla Kamila... Ježišimarjá, no jo....

- když taky asi záleží na tom, jakej je ten obvod, ne? Nebo že by ne?

- kyž jakou tam dosadit dráhu? Jako 1, že to celý? No to by se možná dalo, ale když já nevím, aby to pak vycházelo...

- člověče, tohle to asi nebudu moct vypočítat

NEVÍŠ, JO?

- no právě, že ne

DOBŘE A CHCEŠ TO uKONČIT NEBO CHCEŠ JEŠTĚ POČÍTAT?

- spíš přemějšlet

TAK KLIDNĚ PŘEMEJŠLEJ...

CHCEŠ TEDA JEŠTĚ POČÍTAT?

- no ještě jo... Podle mě tu nemaj dostatek těch údaju napsanejch...

- to budu muset vypočítat podle toho druhyho a ne podle drahy teda... Draha bude třeba 50... Ach jo, tak to jsem si tam dal zrovna nějaký blbý číslo, musím najít nějaký lepší... Třeba 8, jestli teda zase pujde vydělit.... 9..... Když já zase nevím, jestli to zase není taktika toho.... Zase se nemuzu soustředit na to...

KDYŽ BY TO NEŠLO A CHTĚL BYS TO uKONČIT, TAK KLIDNĚ ŘEKNI

- ja jsem si chtel zkusit, jestli na te draze to zavisi

JA TE NECHAM, JESTLI CHCES, ZALEŽÍ NA TOBĚ

- no já myslím, že asi zkusím to dalším...

NO TAK MI TO PROSÍM POPIŠ, COS TAM uDĚLALA

- tak tedy jsem si tady napsal, že se časy rovnaly... No ale to podle mě, ten příklad podle mě nemá dostatek údaju, aby se dal vypočítat

EDA

Úloha 3 (3:15)

- ty jo, to nevim, ale tipnul bych 8, ale fakt nevim

NEVIS, ALE ZKuSIL SIS uDĚLAT NĚJAKEJ NÁKRES?

- jo, ale fakt nevim...

EVA

Úloha 3 (2:55)

- tak já jsem si vzala nejdřív tu rychlo 9/8 a to je tak, že Marek za dobu, co uběhne Kamila, ještě stihne 1/8 fontány, takže já jsem si to nakreslila jako kruh, rozdělila jsem si to na osminy a tady jsem si nakreslila, že v prvním kole oběhne jedn osminu navíc

- v druhym kole o druhou osminu, v třetím kole o třetí osminu a čtvrtém kole o čtvrtou osminu, to je pulka toho kruhu, takže ji doběhne

FILIP

Úloha 3 (2:34)

- když ji Marek poprvé dohonil, odlítl do křoví, protože trpěl vážným onemocněním...

- těžkým postižením mozku

- tak vlastně tady jsem postupoval z čistýho odhadu, protože neznám tenhle matematickej postup, ale jako vzhledem k tomu, že byl vlastně o něco málo rychlejší než Kamila, tak jako bych řek, že jako, že jako nevim

- bych asi řek, že správně je a, 2 protože ten zlomkovej rozdíl je minimální, ale spíš je to odhad

FERDINAND

Úloha 3 (3:36)

- Marek je o jednu osminu rychlejší než Kamila a než oběhne jeden ten okruh, tak mu to bude trvat o osminu méně času a 9x8 sedmdesát2, snažil jsem se najít společný násobek a pak ho vydělit 9, což mi vyšlo na 8 kol

- takže výsledek je 8, proboha proč jsem tam zaškrtl sedmdesát2, když výsledek je 8?

- nejdřív jsem to chtěl znázornit na obrázku, ale pak jsem zjistil, že je to trochu zdlouhavější krok...

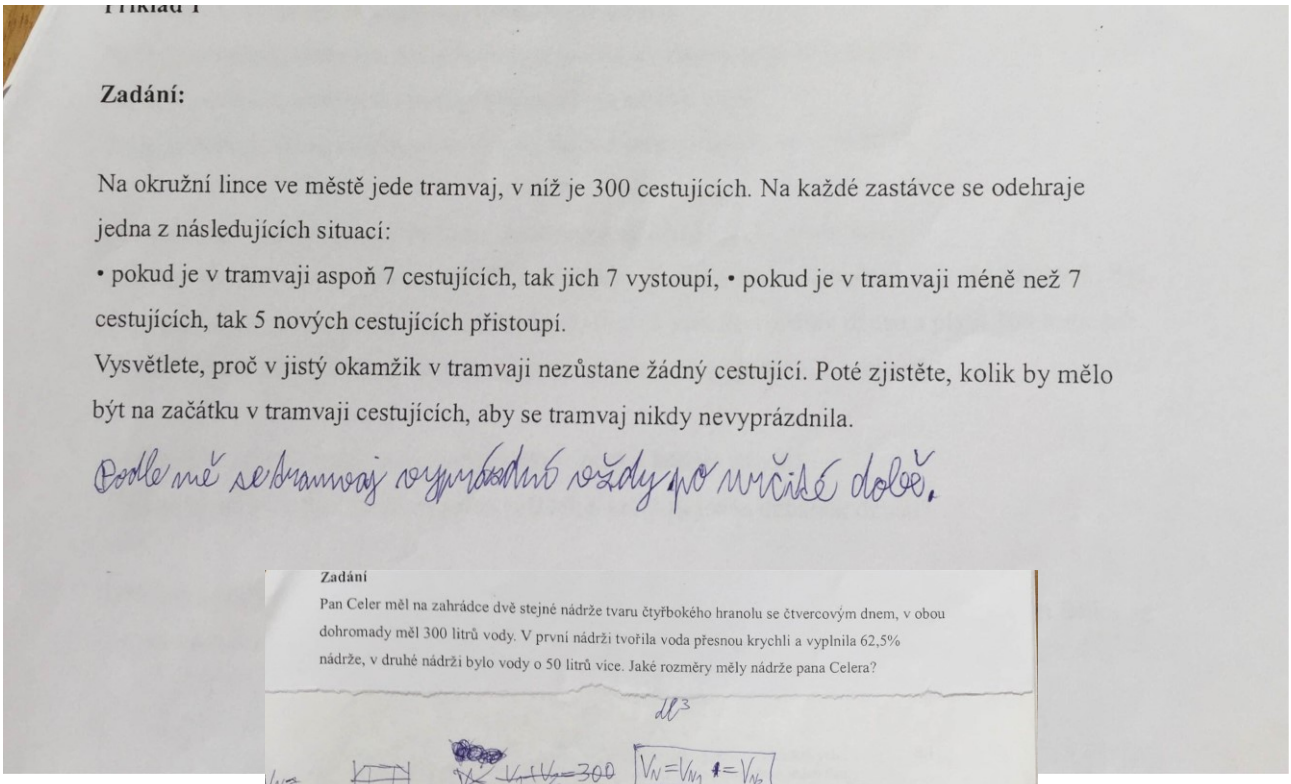
FRANTIŠKA

Úloha 3 (1:43)

- myslím, že tohle nedám, já vubec neumím počítat tyhle příklady, já to dělala i během Klokana a nešlo to

Příloha číslo 3 - Řešení úloh u vybraných žáků

Eliáš



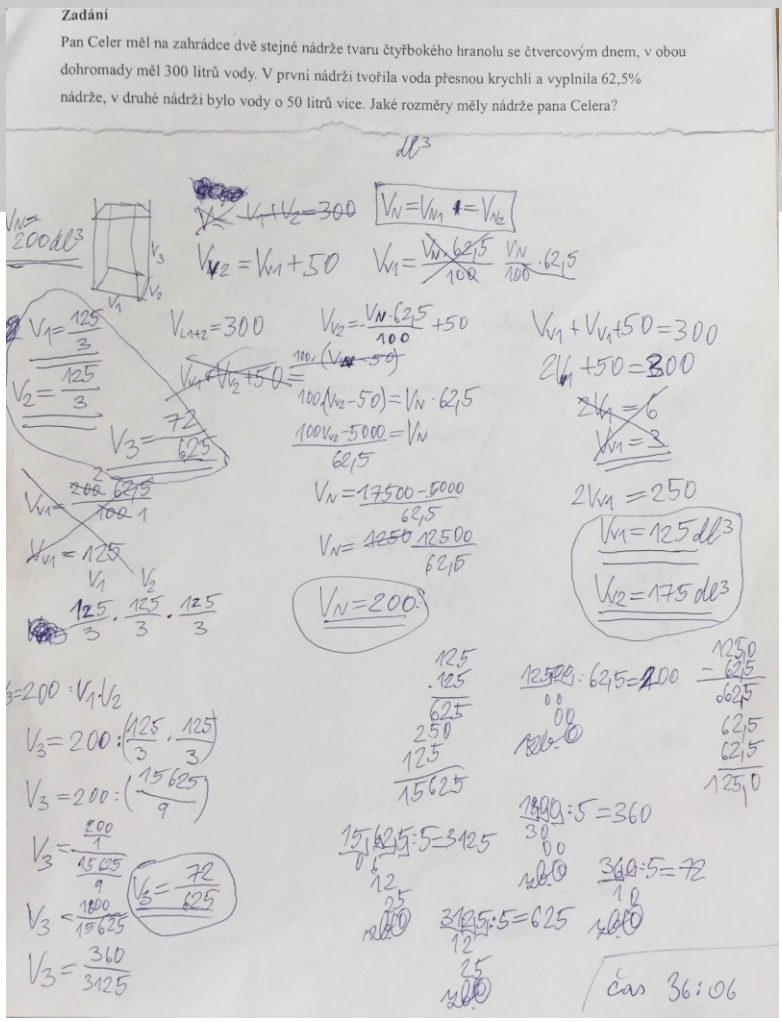
Zadání:

Na okružní lince ve městě jede tramvaj, v níž je 300 cestujících. Na každé zastávce se odehraje jedna z následujících situací:

• pokud je v tramvaji aspoň 7 cestujících, tak jich 7 vystoupí, • pokud je v tramvaji méně než 7 cestujících, tak 5 nových cestujících přistoupí.

Vysvětlete, proč v jistý okamžik v tramvaji nezůstane žádný cestující. Poté zjistěte, kolik by mělo být na začátku v tramvaji cestujících, aby se tramvaj nikdy nevyprázdnila.

Podle mě se tramvaj vyprázdní vždy po určité době.



Zadání

Pan Celer měl na zahrádce dvě stejné nádrže tvaru čtyřbokého hranolu se čtvercovým dnem, v obou dohromady měl 300 litrů vody. V první nádrži tvořila voda přesnou krychli a vyplnila 62,5% nádrže, v druhé nádrži bylo vody o 50 litrů více. Jaké rozměry měly nádrže pana Celera?

dl³

$V_N = 200\,dl^3$

$V_1 + V_2 = 300$ $\quad V_N = V_{N1} = V_{N2}$

$V_2 = V_{N1} + 50$ $\quad V_{N1} = \frac{V_N \cdot 62,5}{100}$

$V_{1+2} = 300$ $\quad V_2 = \frac{V_N \cdot 62,5}{100} + 50$

$100 \cdot (V_{N1} - 50) = V_N \cdot 62,5$

$100V_{N1} - 5000 = V_N$

$62,5$

$V_N = 17500 - 5000$

$62,5$

$V_N = 12500$

$62,5$

$V_N = 200$

$V_1 = \frac{125}{3}$

$V_2 = \frac{125}{3}$

$V_3 = \frac{72}{625}$

$V_{N1} = 125$

$\frac{125}{3} \cdot \frac{125}{3} \cdot \frac{125}{3}$

$V_{N1} + V_{N1} + 50 = 300$

$2V_{N1} + 50 = 300$

$2V_{N1} = 250$

$V_{N1} = 125\,dl^3$

$V_{N2} = 175\,dl^3$

$V_3 = 200 : V_1 \cdot V_2$

$V_3 = 200 : \left(\frac{125}{3} \cdot \frac{125}{3}\right)$

$V_3 = 200 : \left(\frac{15625}{9}\right)$

$V_3 = \frac{200}{1} \cdot \frac{9}{15625}$

$V_3 = \frac{72}{625}$

$V_3 = \frac{1800}{15625}$

$V_3 = \frac{360}{3125}$

$125 \cdot 125 = 15625$

$12500 : 62,5 = 200$

$1250 - 625 = 625$

$62,5 + 62,5 = 125,0$

$1800 : 5 = 360$

$360 : 5 = 72$

$15625 : 5 = 3125$

$3125 : 5 = 625$

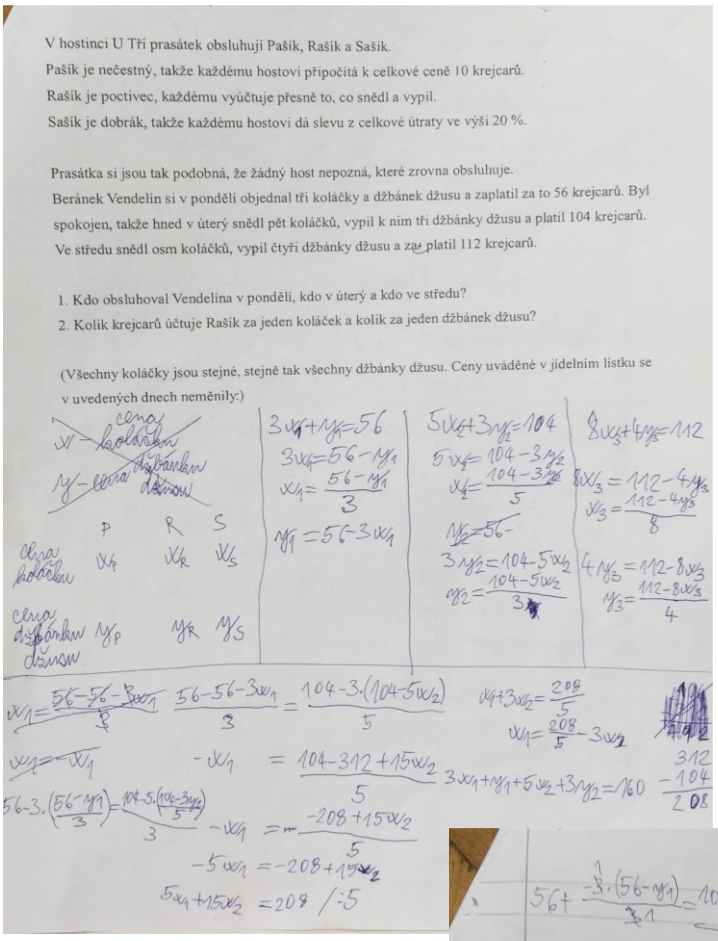
čas 36:06

V hostinci U Tří prasátek obsluhují Pašík, Rašík a Sašík.
Pašík je nečestný, takže každému hostovi připočítá k celkové ceně 10 krejcarů.
Rašík je poctivec, každému vyúčtuje přesně to, co snědl a vypil.
Sašík je dobrák, takže každému hostovi dá slevu z celkové útraty ve výši 20 %.

Prasátka si jsou tak podobná, že žádný host nepozná, které zrovna obsluhuje.
Beránek Vendelín si v pondělí objednal tři koláčky a džbánek džusu a zaplatil za to 56 krejcarů. Byl spokojen, takže hned v úterý snědl pět koláčků, vypil k nim tři džbánky džusu a platil 104 krejcarů.
Ve středu snědl osm koláčků, vypil čtyři džbánky džusu a zaplatil 112 krejcarů.

1. Kdo obsluhoval Vendelína v pondělí, kdo v úterý a kdo ve středu?
2. Kolik krejcarů účtuje Rašík za jeden koláček a kolik za jeden džbánek džusu?

(Všechny koláčky jsou stejné, stejně tak všechny džbánky džusu. Ceny uváděné v jídelním lístku se v uvedených dnech neměnily.)



Příklad 1

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE

Do ubytovny přijela 30-ti členná skupina. Plně obsadila stejný počet čtyřlůžkových i dvoulůžkových pokojů. V tabulce jsou uvedeny ceny lůžek na pokojích za jeden den.

Počet lůžek na jednom pokoji	2	4
Cena v korunách za jedno lůžko na pokoji	300	200

a) Vypočtěte, kolik pokojů skupina obsadila. 5 5 celkem 10

b) Vypočtěte cenu ubytování pro celou skupinu za jeden den. 7000 Kč

$30 = x \cdot 4 + x \cdot 2$

$30 = 4x + 2x$

$30 = 6x \quad /\leftrightarrow$

$6x = 30$

$x = 5$

$5 \cdot 2 \cdot 300 = 3000$

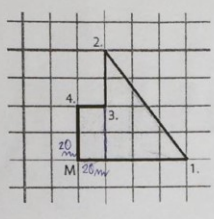
$5 \cdot 4 \cdot 200$

$2 \cdot 300 \cdot 5 = 3000$

$4 \cdot 200 \cdot 5 = 4000$

7000 Kč

Ve čtvercové síti je vyznačena vyhlídková cesta se čtyřmi zastávkami (1.–4.). Start a cíl vyhlídkové cesty je v jednom místě (M). Cesta od startu (M) k první zastávce (1.) měří 80 m.



a) Vypočtěte délku cesty mezi první a druhou zastávkou. 100 m

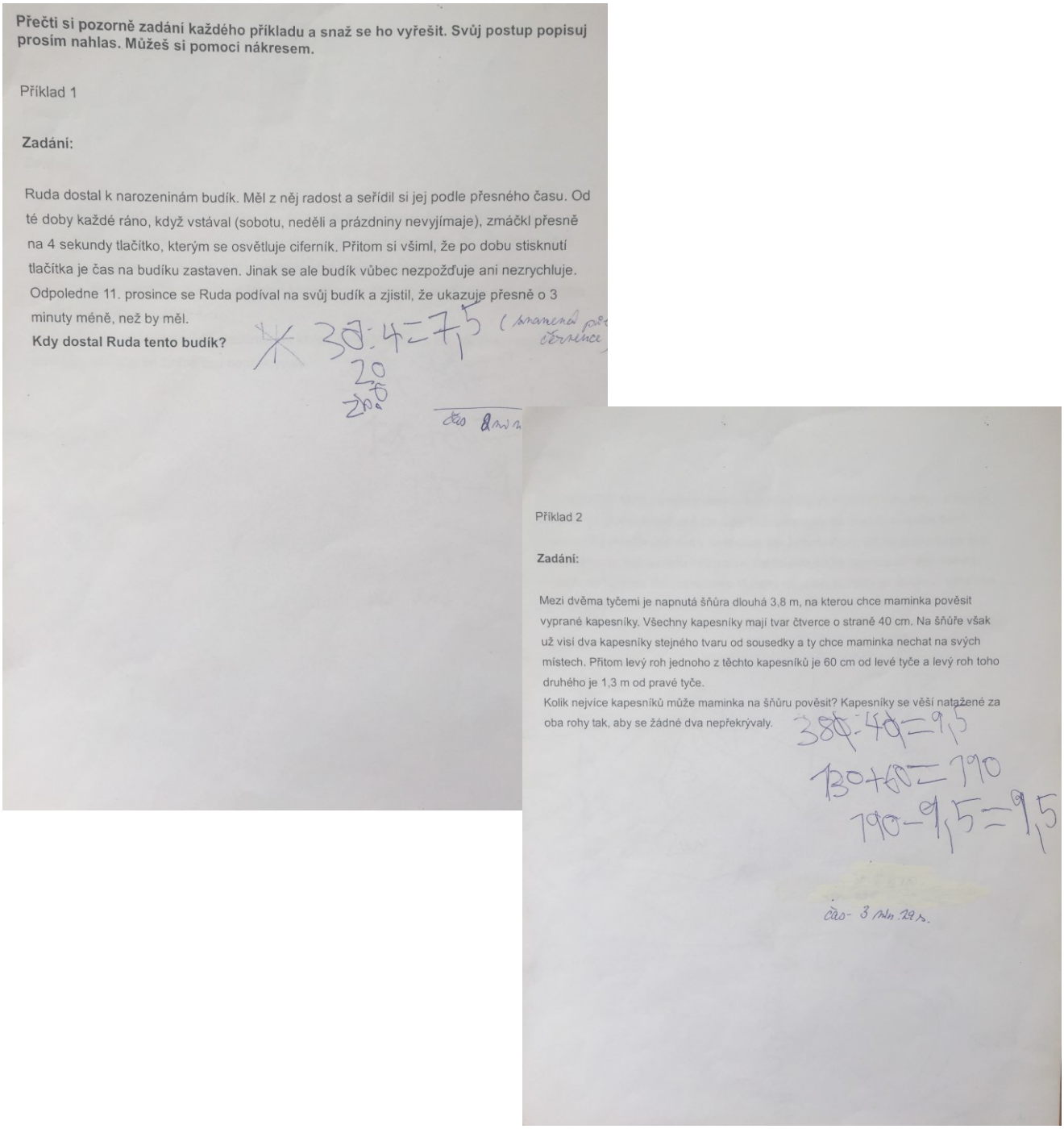
$a^2 + b^2 = c^2$ $64 + 36 = 100$ $v^2 = 100$ $v = 10\ dm = 100\ m$

b) Vypočtěte obsah plochy obrazce ohraničeného vyhlídkovou cestou.

$S = S_1 + S_2$ $S_\Delta = \frac{a \cdot v_a}{2}$ $S_\square = a \cdot b$ $S_1 = \frac{60 \cdot 80}{2}$ $S_1 = \frac{4800}{2}$ $S_1 = 2400\ m^2$

$S_2 = 20 \cdot 40$ $S_2 = 800\ m^2$ $S = 2400 + 800$ $S = 3200\ m^2$

Adam



Přečti si pozorně zadání každého příkladu a snaž se ho vyřešit. Svůj postup popisuj prosím nahlas. Můžeš si pomoci nákresem.

Příklad 1

Zadání:

Ruda dostal k narozeninám budík. Měl z něj radost a seřídil si jej podle přesného času. Od té doby každé ráno, když vstával (sobotu, neděli a prázdniny nevyjímaje), zmáčkl přesně na 4 sekundy tlačítko, kterým se osvětluje ciferník. Přitom si všiml, že po dobu stisknutí tlačítka je čas na budíku zastaven. Jinak se ale budík vůbec nezpožďuje ani nezrychluje. Odpoledne 11. prosince se Ruda podíval na svůj budík a zjistil, že ukazuje přesně o 3 minuty méně, než by měl.

Kdy dostal Ruda tento budík?

30:4=7,5

20

20

Příklad 2

Zadání:

Mezi dvěma tyčemi je napnutá šňůra dlouhá 3,8 m, na kterou chce maminka pověsit vyprané kapesníky. Všechny kapesníky mají tvar čtverce o straně 40 cm. Na šňůře však už visí dva kapesníky stejného tvaru od sousedky a ty chce maminka nechat na svých místech. Přitom levý roh jednoho z těchto kapesníků je 60 cm od levé tyče a levý roh toho druhého je 1,3 m od pravé tyče.

Kolik nejvíce kapesníků může maminka na šňůru pověsit? Kapesníky se větší natažené za oba rohy tak, aby se žádné dva nepřekrývaly.

380-40=9,5

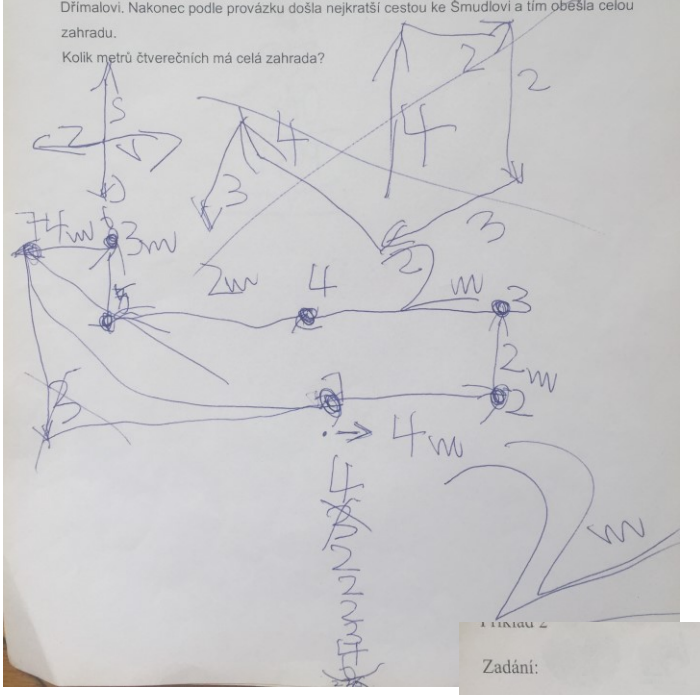
130+60=790

790-9,5=9,5

Zadání:

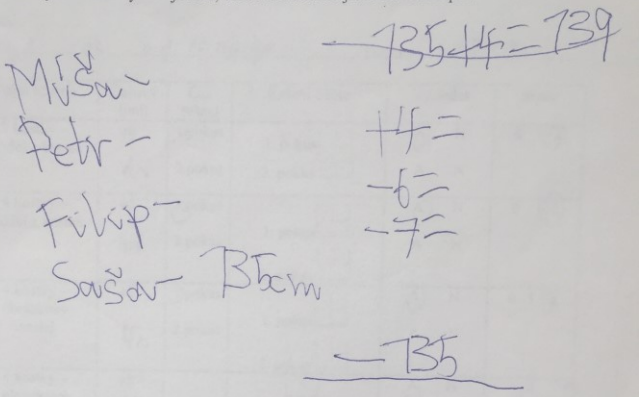
Sedm trpaslíků se postavilo po obvodu své zahrádky, do každého rohu jeden, a napnuli mezi sebou provaz kolem celé zahrady. Sněhurka vyšla od Šmudly a chodila podél provazu. Nejprve šla čtyři metry na východ, kde potkala Prófu. Od něj pokračovala dva metry na sever, než dorazila k Rejpalovi. Od Rejpala šla na západ a po dvou metrech natrefila na Stydlína. Dál pokračovala tři metry na sever, až došla ke Štístkovi. Vydala se na západ a po čtyřech metrech potkala Kejchala, odkud jí zbývaly tři metry na jih ke Dřímalovi. Nakonec podle provázku došla nejkratší cestou ke Šmudlovi a tím obešla celou zahradu.

Kolik metrů čtverečních má celá zahrada?



Zadání:

Jirka, Míša, Petr, Filip a Saša skákali do dálky. Saša skočil 135 cm, Petr skočil o 4 cm více než Jirka, Jirka o 6cm méně než Míša a Míša o 7cm méně než Filip. Navíc Filipův skok byl přesně v polovině mezi tím Petrovým a Sašovým. Zjistěte, kolik cm skočili jednotliví chlapci.
(M. Dillingerová)



Příklad 1

Pat napsal na tabuli podivný příklad: 550 + 460 + 359 + 340 = 2 012.

Mat to chtěl napravit, proto pátral po neznámém čísle, které by připočetl ke každému z pěti uvedených čísel, aby pak byl příklad početně správný. Jaké to bylo číslo? (L. Hozová)

550
460
359
340
1709

To číslo bylo 1709.

Příloha 4 - Dopis pro rodiče a informovaný souhlas

Vážení rodiče,

na vaší škole bude probíhat výzkumná studie Katedry psychologie Pedagogické fakulty v Praze, která si klade za cíl sledovat zpracovávání matematických úloh u žáků 6. A 9. ročníků.

Jak by účast Vašeho dítěte ve studii probíhala?

Studie bude realizována ve dvou etapách – v první etapě (září) bude v rámci vyučování třídě zadán rozřazovací matematický test, který vyhodnotí učitelé a na základě jeho výsledků budou žáci se zajímavými postupy v řešení vybráni, aby se zúčastnili 2 individuálních sezení zaměřených na zpracovávání matematických úloh. Práce s dětmi bude probíhat přímo v prostředí školy – v pracovně, kterou určí ředitel/ka školy. **Pokud bude vaše dítě vybráno, budeme vás znovu kontaktovat s žádostí o souhlas se zapojením dítěte do výzkumu.**

Děti budou plnit úkoly, které spočívají zejména ve vypracování matematických úkolů a analýze jejich postupů. S ohledem na tempo dítěte by mělo jedno sezení trvat cca 60 minut. Testování je prováděno nesoutěživou formou, zpracování úloh není limitováno časem ani hodnoceno z hlediska výkonu.

Všechna data získaná ve výzkumu budou posléze anonymizována tak, aby výzkum splňoval nároky etických požadavků stanovených Evropskou výzkumnou komisí. Předem děkujeme za spolupráci.

Pro další informace můžete kontaktovat PhDr. Hanu Sotákovou, řešitelku studie na mailové adrese: hana.sotakova@pedf.cuni.cz.

Hana Sotáková

Katedra psychologie PedF UK v Praze

Informovaný souhlas zákonného zástupce

Děkujeme Vám za laskavé posouzení naší žádosti o účast ve studii, těšíme se na spolupráci s Vámi. V případě vašeho souhlasu se zařazením Vašeho dítěte do studie vyplňte, prosím níže přiložený formulář.

Spolupráce na studii je z Vaší strany dobrovolná. Abychom mohli s Vaším dítětem pracovat, potřebujeme ale Váš písemný souhlas. Pokud by však Vaše dítě nechtělo ve výzkumu pokračovat, je zaručeno, že může testování odmítnout v jakékoli jeho fázi.

I když po vás ve vstupním informovaném souhlasu rodičů žádáme datum narození vašeho dítěte, nikde tento údaj nebude figurovat stejně jako jméno Vašeho dítěte. Je nutný pouze pro výpočet chronologického věku a pro přidělení příslušného kódu k anonymizaci dat. Stejný princip se uplatňuje i v případě zvukových nahrávek, které doprovázejí některé úkoly.

Jméno a příjmení dítěte: …….

Datum narození: ……

Jméno a příjmení rodiče/zákonného zástupce dítěte: ……

Prosíme, parafujte.

✓ *Dávám tímto souhlas se zařazením do výzkumné studie Zpracovávání matematických úloh, která bude realizována ve školním roce 2015/16.*	
✓ *Souhlasím s tím, aby pověřený výzkumný asistent pracoval ve stanovených etapách s mým dítětem - prostředí základní školy, kterou dítě navštěvuje.*	
✓ *Souhlasím s tím, že některé úkoly budou podpořeny zvukovým záznamem, který však bude zpracován pouze pro účely výzkumné studie, a to prostřednictvím zakódování a v této podobě bude také archivován. Nebude předán dalším subjektům.*	

V ……dne……

Podpis rodiče/zákonného zástupce

Příloha 5 - Zadání testu Strange stories

Zubař (lež)

Honza nerad chodí k zubaři, protože pokaždé, když k němu jde, tak mu zubař vrtá zub a to ho moc bolí. Honza ví, že vždycky, když ho zub bolí, tak ho maminka vezme k zubaři. Teď ho hrozně bolí zub, ale když si maminka všimne, že mu něco je a zeptá se ho: "Bolí tě zub?" Honza řekne: "Ne, mami."

1. Je to, co řekl Honza své mamince, pravda?
2. Proč to Honza řekl?

Rukavice (nedorozumění)

Zloděj, který zrovna vykradl obchod, prchá pryč. Po cestě domů potká policistu, který si všimne, že zloději upadla rukavice. Policista neví, že muž je zloděj a chce zloději jen říct, že ztratil rukavici. Ale když na něj zavolá: "Hej vy, zastavte se!", zloděj se otočí, spatří policistu a vzdá se. Zvedne ruce nad hlavu a přizná se mu, že vykradl obchod.

1. Co myslíš, byl policista překvapen tím, co zloděj udělal?
2. Proč to zloděj udělal, když mu policista jen chtěl vrátit rukavici?

Piknik (sarkasmus)

Jana a Tomáš jdou na piknik. Je to Tomášův nápad, říká, že bude krásný, slunečný den jako stvořený na piknik. Ale zrovna ve chvíli, kdy vybalují jídlo, začne pršet a brzy jsou oba promočení na kost. Jana se zlobí a říká: "Skutečně krásný den jako stvořený na piknik, vážně!"

1. Je to, co Jana říká, pravda?
2. Proč to říká?

Koťátka (přemlouvání/přesvědčování)

Jitka si chce koupit koťátko, jde tedy za paní Novákovou, která má spoustu koťátek, která nechce. Paní Nováková má svá koťátka moc ráda a neudělala by nic, co by jim ublížilo, přesto si je nemůže všechny nechat. Když Jitka přijde za paní Novákovou, není si jistá, jestli chce jedno z jejích koťátek, protože to jsou všechno kocourci a ona by chtěla raději kočičku. Paní Nováková ale říká: "Pokud si koťátka nikdo nekoupí, budu je muset prostě utopit!"

1. Byla pravda, co řekla paní Nováková?
2. Proč to Jitce řekla?

Banán (předstírání)

Klára a Emma si doma hrají. Emma vezme z misky s ovocem banán a dá si ho k uchu. Říká Kláře: "Podívej! Tenhle banán je telefon!"

1. Je pravda, co Emma říká?
2. Proč to Emma říká?

Kadeřník (vtip)

Daniel a Pepa vidí paní Hruškovou, jak jde od kadeřníka. Vypadá trochu směšně, protože ji kadeřník ostříhal příliš na krátko. Daniel říká Pepovi: "Asi se poprala se sekačkou na trávu!"

1. Je pravda, co Daniel říká?
2. Proč to říká?