

Posudek vedoucího na doktorskou disertační práci Mgr. Kristýny Kuncové

Název práce: Nonabsolutely convergent integrals

Předložená práce je souborem tří článků doplněných průvodním textem. Obsahuje výsledky výzkumu autorky při zavádění a studiu nových neabsolutně konvergentních integrálů.

Teorie neabsolutně konvergentních integrálů má u nás dlouhou tradici. Práce profesora Jaroslava Kurzweila z padesátých let znamenaly průlom v teorii neabsolutně konvergentních integrálů i v jejich aplikacích na obyčejné diferenciální rovnice. Záhy se vytvořila škola a vznikl pravidelný seminář, kde výsledky z teorie integrálu zaujímalý podstatnou část. Tento seminář žije po celou dobu až do dnešních dnů. Ačkoli Kurzweilův integrál původně vznikl pro účely studia obyčejných diferenciálních rovnic, zjistilo se, že jeho vícerozměrné varianty jsou též velmi zajímavé a umožňují zvlášť jemná zobecnění vět integrálního počtu funkcí více proměnných, jako je Gauss-Greenova věta. Téma neabsolutně konvergentních integrálů výrazně ožilo v posledních letech v souvislosti s integrováním podle distribucí.

Obecným rysem neabsolutně konvergentních integrálů, ve srovnání s Lebesgueovým integrálem, je širší třída integrovatelných funkcí, která je umožněna bohatší strukturou prostorů, na nichž integrujeme. Prostor s mírou k zavedení rozumného neabsolutně konvergentního integrálu nestačí, otázkou bylo, jaká minimální dodatečná struktura je zapotřebí. Zatímco dosud se pracovalo pouze na eukleidovských prostorech a varietách, zadání pro Kristýnu Kuncovou znělo pokusit se zobecnit do metrických prostorů, a to se podařilo. V úvodu doktorského studia bylo třeba výsledek, v hlavních rysech zaznamenaný již v diplomové práci, dotáhnout do podoby vhodné k publikaci. Tak vznikla první práce, *Non-absolutely convergent integrals in metric spaces* (spoluautor Jan Malý), která vyšla v časopise *Journal of Mathematical Analysis and Applications* a získala prestižní cenu 2014 William F. Ames JMAA Best Paper Award, kterou udílí redakce časopisu za nejlepší články.

Teorii vícerozměrných neabsolutně konvergentních integrálů optimalizovanou na Gauss-Greenovu větu dopracoval k dokonalosti Washek Pfeffer. Přesto nové metody umožňují jít v tomto směru ještě dále aspoň co se týče širší množiny integrovatelných funkcí. Cílem druhého článku bylo věnovat se tomuto tématu právě z pohledu nových metod založených na seminormách v koulích. Tím vznikly integrály studované v druhém článku, které mají širší třídu integrovatelných funkcí než Pfefferovy integrály. Zajímavé je porovnat aplikace na Gauss-Greenovu větu. Zatímco integrály v prvním článku umožňují studovat obecnější

hranice a připustit neabsolutně konvergentní integrály i na hranici, integrály v druhém článku se sice specializují na množiny s konečným perimetrem (což je i tak velmi obecný případ), ale umožňují odstranit některé nepříjemné předpoklady. Článek *BV-packing integral in R^n* (bez spoluautorů) byl přijat k publikaci v *Mathematische Nachrichten*. Nové třídy integrálů vyvolávají otázky týkající se jejich srovnání. Na této úloze jsou nejtěžší protipříklady, které je možno pozorovat už v jednorozměrném případě. Při studiu jednorozměrných integrálů založených na nových metodách se ukázalo, že integrály zkoumané v prvním a druhém článku jsou krajní případy škály založené na škále L^p -prostorů. Druhým parametrem je “nafukovací” parametr, který původně vznikl k odstranění závislosti nových integrálů na geometrii koulí a umožnění invariance vzhledem k bilipschitzovské záměně proměnných. Zavedení nafukovacího parametru však vedlo k problémům, které zaujaly Davida Preisse a společně se studentem Thomasem Ballem dospěli k jejich řešení pro *MC*-integrál (který je ekvivalentní Kurzweilově integrálu). Třetí článek disertace *On a generalization of Henstock-Kurzweil integrals* (spoluautor Jan Malý) vyšel v časopise *Mathematica Bohemica*. Zabývá se problémy v nafukovací i L^p škále a navíc také studuje symetrickou (centrovanou) variantu.

Výsledky obsažené v práci jsou zajímavým a přínosným příspěvkem k teorii integrálu a pro určitý okruh problémů mají naprosto zásadní význam.

Některé výsledky vznikly samostatnou prací doktorandky, některé ve spolupráci, která prokázala výborné předpoklady i pro týmovou práci. Autorka nastudovala hluboké partie teorie integrálu a ukázala, že získané vědomosti dokáže dobře využít.

Jsem přesvědčen, že disertace Kristýny Kuncové naplňuje nároky kladené na disertační práci na MFF UK a ukazuje, že autorka je schopna samostatné tvořivé vědecké práce. Doporučuji, aby jí byl na jejím základě udělen titul Ph.D.

V Praze 16. 9. 2019

Prof. RNDr. Jan Malý, DrSc.
Katedra matematické analýzy
Matematicko–fyzikální fakulta
Univerzita Karlova