

# Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě  
Univerzity Karlovy v Praze

posudek vedoucího       posudek oponenta  
 bakalářské práce       diplomové práce

Autor/ka: **David Hruška**

Název práce: **Analýza evolučních úloh s omezeným gradientem**

Studijní program a obor: Matematika – Matematická analýza

Rok odevzdání: 2019

Jméno a tituly oponenta: prof. RNDr. Josef Málek, CSc., DSc.

Pracoviště: Matematický ústav UK

Kontaktní e-mail: malek@karlin.mff.cuni.cz

Skalární lineární parabolickou rovnicí druhého řádu pro neznámou  $u$  lze přepsat na systém lineárních rovnic prvního řádu pro neznámé  $u$  a  $\mathbf{q}$ , kde tok  $\mathbf{q}$  je úměrný gradientu  $u$ . (Pokud je  $u$  teplota, pak  $\mathbf{q}$  je tepelný tok, vztah mezi  $\mathbf{q}$  a gradientem  $u$  se nazývá Fourierův zákon a výchozí rovnice je rovnice vedení tepla.) Matematická teorie zahrnující důkaz existence, jednoznačnosti a regularity slabého řešení počáteční a okrajové úlohy pro lineární skalární parabolickou rovnici patří do standardního kurzu moderní teorie parciální diferenciální rovnice na úrovni absolventa. David Hruška ve své diplomové práci studuje nelineární problém, kde další obtíže jsou způsobeny uvažovaným typem nelinearity. Tato nelinearita poskytuje automaticky omezený gradient  $u$ , tok  $\mathbf{q}$  je však a priori pouze integrovatelná funkce. Protože Lebesgueův prostor  $L^1$  není reflexivní a problém je nelineární, je problém existence slabého řešení, což je řešení, kde tok je integrovatelný, těžký. K jejímu vyřešení je třeba najít nové nástroje.

David Hruška tyto problémy úspěšně vyřešil pomocí nástrojů teorie regularity, přesných (ostrých) odhadů a pomocí pojmu renormalizovaného řešení. Výsledkem je v obecném případě tok, který je jen integrovatelný - žádnou další hladkost nemá. David Hruška navazoval na matematickou teorii, která byla nedávno vyvinuta pro analogické stacionární problémy a která byla publikována v článku

*Beck, L., Bulíček, M., Málek, J., Süli, E.: On the existence of integrable solutions to nonlinear elliptic systems and variational problems with linear growth. Arch. Ration. Mech. Anal. 225 (2017) 717–769.*

Ačkoli bylo schéma metody známo v okamžiku, kde se sestavovalo zadání diplomové práce, jednotlivé dílčí kroky od zavedení vhodné konečně-dimensionální aproximace prováděl David Hruška sám. Diplomant prokázal, že je schopen sepsat zajímavý matematický text se spoustou rozličných postupů, které dříve neznal, a získat přitom výsledky vhodné k publikaci.

Práce je psána hutným způsobem, je vhodně strukturovaná. Na poslední kapitole, která přináší nejzajímavější výsledky je poznat, že byla psána pod blížícím se termínem pro odevzdání diplomových prací.

Práci

doporučuji

nedoporučuji

uznat jako práci diplomovou.

**Navrhuji hodnocení stupněm:**

výborně  velmi dobře  dobře  neprospěl/a

Místo, datum a podpis vedoucího: Praha, 30. 8. 2019

Josef Málek