

## Posudek oponenta diplomové práce bc. D. Hrušky: Analysis of evolutionary problems with bounded gradients

Předložená práce obsahuje původní výsledky o nové třídě nelineárních parciálních diferenciálních rovnic.

Je poměrně rozsáhlá, má 55 stran. Logicky je rozdělená do dvou částí. V první části je studována jednoznačnost slabého řešení a jeho existence. Klíčový je odhad toku  $\mathbf{q}$  v prostoru  $L^b(\Omega_T)$  s  $b > 1$ . Limitní přechod v nelineárním členu je proveden pomocí metody monotonních operátorů. V druhé části je studována situace pokud pouze  $\mathbf{q} \in L^1(\Omega_T)$ . Pro slabší pojem slabého řešení je ukázána existence bez omezení na jistý parametr úlohy.

Téma práce i její výsledky mi připadají velice zajímavé.

Při čtení první části práce jsem se těšil, že budu psát posudek pouze v superlativech. Tato část je velmi pečlivě sepsaná. Témata pokrývají vše potřebné, jsou logicky uspořádaná a dostatečně podrobná. Ve výsledku je tato část velmi dobře srozumitelná a výborně se čte. Měl bych k ní pouze drobné výhrady.

1) Jaká je báze prostoru  $L_{per}^2(\Omega)$  v důkazu Proposition 1? 2) Nebyl jsem schopen ověřit první sérii výpočtů v důkazu Lemmatu 2 (iv). 3) Nechybí v odhadu (3.38) na pravé straně výraz  $\|\dot{u}\|_{2,\Omega_T}^2$ ? (pak je ale potřeba využít Gronwallovu nerovnost, protože odhad tohoto členu v části 3.4 závisí na  $\epsilon$ ). 4) Není mi jasné odůvodnění (4.19). Používá se zde  $|\sqrt{\mathbf{q}^N}|^{1-a} \rightharpoonup^* |\sqrt{\mathbf{q}}|^{1-a}$  in  $L^\infty(0, T, L^2(\Omega))$ ? 5) Chybí zmínka o limitním přechodu ve druhém členu (4.25) vlevo.

Druhá část práce se mi četla obtížněji. Jeden z důvodů je, že často odkazuje na odhady z předchozí části. Uvítal bych na začátku shrnutí odhadů a jejich (ne)závislosti na  $N$ ,  $\epsilon$ . Dále mám pochybnosti o správnosti některých prezentovaných úvah.

1) Nedaří se mi získat odhad (5.4) pro  $Q^m$ . 2) Nedaří se mi ověřit odhady pod (5.19). Navíc se mi zdá, že (5.20) je neoptimální a nestačí v (5.21). Totéž v (5.23). 3) Podle nápovědy v práci se mi nedaří provést limitní přechod na konci Sekce 5.2.1.

Myslím, že výsledky obsažené v práci jsou správně a jsou velice zajímavé. Většina z výše uvedených připomínek je snadno odstranitelná. Student by při prezentaci mohl odpovědět na otázky k druhé části práce.

Doporučuji uznat předloženou práci jako diplomovou. Splňuje všechny předpoklady.

doc. Mgr. Petr Kaplický, Ph.D.

Čelákovice, 27. srpna 2019