

## Posudek oponenta na diplomovou práci Jana Dudáka

### *Complexity of compact metrizable spaces*

Předložená diplomová práce sestává ze tří částí. V první části (*Preliminaries*) jsou uvedeny některé základní pojmy deskriptivní teorie množin. Klíčovým pojmem je zde spojitá/borelovská redukovatelnost ( $\leq_c$ ,  $\leq_B$ ) mezi dvěma relacemi ekvivalence. Jsou připomenuty základní výsledky z deskriptivní teorie množin o borelovské hierarchii, polských a kompaktních prostorech a jsou uvedeny dvě věty o relacích ekvivalence generovaných borelovskou akcí polské grupy. Dále jsou definovány relace  $E_{\text{hom}}^{\mathcal{K}(X)}$ ,  $E_{\text{hom}}^{\tilde{\mathcal{K}}(X)}$  a  $E_{\text{hom}}^{C(K,X)}$ , které tvoří hlavní předmět zkoumání. Také je zde uveden výsledek, který lze zapsat ve tvaru  $E_{\text{hom}}^{C(K,X)} \leq_c E_{\text{hom}}^{\tilde{\mathcal{K}}(X)} \leq_c E_{\text{hom}}^{\mathcal{K}(X)}$ . Kapitola je uzavřena citací Kuratowského–Ryll–Nardzewského věty o existenci měřitelné selekce.

Druhá kapitola (*The homeomorphism relation on spaces of compact subsets of Polish spaces*) je věnována důkazu tvrzení, že relace  $E_{\text{hom}}^{\tilde{\mathcal{K}}(X)}$  a  $E_{\text{hom}}^{C(2^\omega, X)}$  jsou pro  $X$  polský borelovsky bireducibilní, tj. platí  $E_{\text{hom}}^{\tilde{\mathcal{K}}(X)} \leq_c E_{\text{hom}}^{C(2^\omega, X)}$  a  $E_{\text{hom}}^{\tilde{\mathcal{K}}(X)} \geq_c E_{\text{hom}}^{C(2^\omega, X)}$ . Obtížnější první vztah je dokázán právě pomocí Kuratowského–Ryll–Nardzewského věty. V této kapitole je navíc dokázáno, že  $E_{\text{hom}}^{\tilde{\mathcal{K}}(X)}$  a  $E_{\text{hom}}^{\mathcal{K}(X)}$  jsou borelovsky bireducibilní, jestliže  $X$  je nekonečný polský prostor.

Třetí kapitola je pojmenována *The homeomorphism relation on the class of Peano continua*. Po technické stránce jde o nejobtížnější část práce. Hlavní výsledek říká, že relace  $E_{\text{hom}}^{C([0,1], [0,1]^\omega)}$  je borelovsky bireducibilní s univerzální orbitovou relací.

Studium definovatelných relací ekvivalence a dalších definovatelných struktur představuje v současnosti velmi živou oblast deskriptivní teorie množin. Je tedy přínosné, že na naší fakultě vznikla práce na toto téma. Práce je dobře čitelná a je psána velmi pečlivě. Některé důkazy by bylo možné zjednodušit, ale žádnou výtku k obsahu práce nemám.

Text splňuje nároky kladené na diplomovou práci.

Doc. RNDr. Miroslav Zelený, Ph.D.