

# Posudek oponenta bakalářské práce

Název: Vázané stavy v kuželovité vrstvě

Autor: Jan Švarcbach

Vedoucí: Prof. RNDr. Pavel Exner, DrSc.

Oponent: Mgr. David Krejčířík, Ph.D.

Autor se ve své bakalářské práci zabývá spektrální analýsou Laplaceova operátoru s Dirichletovými hraničními podmínkami v třírozměrné oblasti vymezené dvěma nekonečnými kuželovými plochami se stejnou osou symetrie. Hlavním výsledkem je vyšetření vázaných stavů, t.j. diskrétního spektra, třemi různými metodami:

1. Důkaz existence vázaných stavů pro “dostatečně zašpičatělé” kuželovité vrstvy, založený na Rayleigh-Ritz variační formulaci s vhodně zvolenou testovací funkcí, plus odhad na počet vázaných stavů (§2, 1. část).
2. Důkaz existence vázaných stavů pro libovolné kuželovité vrstvy, založený na ověření geometrických předpokladů obecného teorému o kvantových vrstvách (§2, 2. část).
3. Numerický výpočet vlastních energií plus vykreslení základního stavu (§3 a §4).

Mimo výše uvedených kapitol bakalářská práce obsahuje přehledný úvod (§1), shrnující závěrečný odstavec (§6) a seznam literatury (10 položek). Práce je psána v jazyce anglickém.

Laplaceův operátor v rozličných trubcových oblastech je standardním modelem pro Hamiltonián v kvantových vlnovodech a existence vázaných stavů je zde zajímavým (čistě kvantově-mechanickým), netriviálním fenoménem. Model studovaný v bakalářské práci je specifický kombinací singulární hranice a složitější geometrie ve třech dimensích. Použité metody jsou nicméně standardní, dosažené výsledky obvyklé.

Presentace bakalářské práce je neúplná v tom, že zcela chybí definice Laplaceova operátoru, coby samosdruženého operátoru na odpovídajícím  $L^2$ -prostoru, a alespoň zmínka o nezbytnosti přístupu přes kvadratické formy. Celkově je však možno konstatovat, že předložená práce splňuje požadavky kladené na práce bakalářské. Autor si osvojil elementy užívaných metod z funkcionální analýzy a diferenciální geometrie, a dosažené výsledky se zdají být v pořádku, odvození bez podstatných chyb. Doporučuji proto práci k obhajobě a hodnotím ji známkou *výborně*.

Zde uvádím jen několik připomínek, spíše formálního charakteru, které nemají vliv na celkově dobrý dojem z bakalářské práce:

1. Ve druhé položce na straně 6 (2. řádek) je třeba vyžadovat integrabilitu Gaussovy křivosti, přívlastek “total” se sem zřejmě dostal překlepem.
2. Na straně 8, v 1. větě §§2.1, nerozumím argumentaci “we conjecture that...”; zde je potřeba zmínit (případně ukázat/dát odkaz), že tomu tak skutečně je.

3. Na straně 14, ohledně výpočtu totální Gaussovy křivosti, by bylo vhodné zmínit Gauss-Bonnetův teorém.
4. Na straně 15 je třeba zaměnit " $r > 2/\pi$ " za " $r > \pi/2$ ".
5. Na straně 17 nerozumím spojení "salvo commonness".
6. Rovnice (3.15) na straně 18 není, pro určité hodnoty parametrů, dobře definovaná. Bezproblémový vztah (5.1) lze odvodit standardní podmínkou pro netriviální řešení homogenního systému
7. V §§3.2. i jinde, bych doporučoval užívat "disc" namísto "circle".
8. Na straně 18, kvadratická integrabilita není postačující podmínkou pro to, aby funkce náležela definičnímu oboru Laplaceova operátoru; lepší formulace by byla na místě.
9. Na straně 20, v 2. větě §4, nerozumím argumentaci "we assume that..."; zde je potřeba zmínit (případně ukázat), že tomu tak skutečně je.
10. Na straně 23 je třeba vysvětlit spojení "piecewise functions", případně opravit.

---

V Řeži 8. června 2007

David Krejčířik