

Posudek oponenta diplomové práce:

L. Petrášová: Stochastická analýza s aplikacemi ve financích

Zásady pro vypracování práce stanovil její vedoucí takto: Studentka se píše text, který by mohl hrát úlohu podkladového textu pro přednášku, která by navazovala na výběrovou přednášku Stochastický kalkulus a která by z hlediska aplikací ve financích mohla nahrazovat přednášku Stochastická analýza. To vysvětluje mírně netradiční strukturu diplomové práce.

Domnívám se, že takový úkol je velmi obtížný, pokud by kromě odborných hledisek měl v úvahu vzít i hlediska, řekněme, didaktická. Navíc si ho diplomantka podle mého názoru trochu sama zkomplikovala výběrem matematické "látky", která je velmi obtížná a obecně pojatá. S tímto vědomím se dá říci, že autorka odvedla velmi slušný výkon.

V první části práce autorka pojednává a základech teorie martingalů a pokročilé stochastické analýzy (Doobův-Meyerův rozklad, Wienerův proces a jeho vlastnosti, lokální martingaly a stochastické integrály vůči ním). Tomu jsou věnovány asi dvě třetiny z celého rozsahu práce. Druhá část (kapitola 4) se pak zabývá tzv. "metodikou a příklady", jsou v ní ovšem rovněž čistě teoretické části, např. Itoova formule a Girsanovova věta. V této části tedy se dřívější výsledky aplikují ve finanční matematice, v podstatě na modely cen rizkových aktiv.

Autorka podle mého mínění odvedla velký kus práce. Ačkoli je možné formulovat výhrady jak k předloženému textu, tak i k přístupu (některé z nich uvádím zde níže), je třeba vzít úvahu vysokou matematickou náročnost zpracovaného materiálu. Chtěl bych zdůraznit, že si této práce cením (protože další část posudku je samozřejmě spíše kritická).

Moje hlavní námitky jsou tyto:

- V práci není jasně popsán vlastní matematický přínos autorky (ani tam není řečeno, že se jedná čistě o kompilační práci). Třeba u "příkladů" v poslední kapitole - věřím, že se jedná v principu o známé věci, ale spočítala je autorka samostatně, nebo je někde našla? Zrovna tak by mohla být lépe popsána struktura práce, trochu podrobněji, co se kde najde a proč. To mělo

být učiněno zřejmě v úvodu, který je velmi stručný.

- Nejsem ochoten příliš věřit tomu, že pro studenty zajímaví se primárně o finanční matematiku, je tento výběr výkladu nejšťastnější. Myslím že by byl dost náročný i pro studenty stochastické analýzy. Dobře to lze demonstrovat na uváděné definici stochastického integrálu (jakožto jediného procesu daného smíšenými variacemi z DM rozkladu). Je to matematicky vysoce elegantní, ale pro aplikace naprosto neintuitivní definice.

- Část o "metodice" by měly být zpracována lépe, aby mohla sloužit zamýšlenému účelu. Finančně matematické termíny zde nejsou pořádně zavedeny. Je využívána symbolika stochastického diferenciálu, který zřejmě vlastně není zaveden. Je zde využita forma Itoovy formule vůči semimartingalu a připomenuta Feynman-Kacova formule, které v práci nejsou uvedeny (zatímco mám podezření, že řada zavedených teoretických pojmů se pak v plné obecnosti nevyužívá).

Uvítal bych, kdyby diplomantka v rámci obhajoby přesně popsala svůj vlastní matematický přínos (nebo naopak uvedla hlavní zdroje, z nichž byla práce zkompileována). Dále by např. mohla odpovědět na otázku, proč se rozhodla zavést markovskou vlastnost vůči obecné filtraci \mathcal{F} (Def. 2.1) a ne pouze vůči kanonické filtraci procesu. Má to zde nějaký speciální význam?

Některé drobnější připomínky a poznámky:

Definice 1.5: Řada (1.4) nemusí konvergovat? Je-li opravdu nekonečná, jak má konvergovat?

- Symbol \mathbb{L}_1 zřejmě není zaveden před (1.6), kde je použit. Platí to i pro některé další symboly, jejichž použití nelze považovat za univerzální.

Poslední věta důkazu Tvzení 1.20 je nesrozumitelná. Které limity se "uvažují v pravděpodobnosti"?

str. 11 Říká se ve slovenštině taky správně "Doobova-Meyerova veta"?

Poznámka 2.2: Symbol $E[Z|Y = y]$ je přímo definován jako $g(y)$, což z textu poznámky moc neplyne.

Co je to "vícerozměrný případ" z poznámky 2.7? Wienerův proces je výše definován jako jednorozměrný. Později se samozřejmě pracuje i s vícerozměrnými procesy. Mimochodem, práce trochu trpí tím, že u náhodných veličin občas nejsou uváděny jejich stavové prostory.

Věta 2.8: Ovšem \mathcal{F} - Wienerův proces nebyl definován.

Tvrzení 2.14: Tisková chyba

Přes výše uvedené nedostatky se domnívám, že práce má svou hodnotu a doporučuji ji uznat jako diplomovou.

V Praze, 2.9.2019

Bohdan Maslowski

Bohdan Maslowski